3 1761 09126549 6

SPECOLA ASTRONOMICA VATICANA

DIE VERÄNDERLICHEN STERNE

HERAUSGEGEBEN VON
JOHANN GEORG HAGEN S. J. UND JOHANN STEIN S. J.

ZWEITER BAND
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHER TEIL

VON
Dr. JOHANN STEIN S. J.

FREIBURG IM BREISGAU 1924
HERDER & Co. G.m.b.H. VERLAGSBUCHHANDLUNG

Astron
H

SPECOLA ASTRONOMICA VATICANA VI

DIE VERÄNDERLICHEN STERNE

ZWEITER BAND
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHER TEIL

VON

Dr. JOHANN STEIN S. J.
HONORARASTRONOM DER VATIKAN-STERNWARTE

191846
24.10.24.

FREIBURG IM BREISGAU 1924
HERDER & Co. G.m.b.H. VERLAGSBUCHHANDLUNG

Alle Rechte vorbehalten

Buchdruckerei von Herder & Co. G.m.b.H. in Freiburg i. B.

Germany

Vorwort.

Der Zweck dieses Bandes ist, eine möglichst vollständige Übersicht über die vielen Theorien zu geben, die aufgestellt wurden, um die verschiedenen Arten des Lichtwechsels der Veränderlichen Sterne physikalisch zu erklären, und die bis jetzt noch in Zeitschriften und Berichten von Akademien zerstreut liegen.

Daß die Frage nach den Ursachen des Lichtwechsels eine der wichtigsten der modernen Astrophysik ist, bedarf wohl keines Beweises. Hätten wir diese Ursachen wirklich erforscht, dann wäre die Frage nach der Entwicklung des Weltalls ihrer Beantwortung um ein gutes Stück näher gebracht, vielleicht sogar ganz gelöst. „Stellar variation", so bemerkt mit Recht Col. Markwick (*Journ. BAA* 33 [1923] 130), „occupies a place in the front rank of stellar cosmogony, for, if you can explain stellar variation, you can almost explain a star."

Aber trotz des raschen Aufschwungs, den die physikalische Theorie der Veränderlichen Sterne genommen, und der reichen Literatur, die sie schon erzeugt hat, trotz des sich anhäufenden Beobachtungsmaterials und der bis zur äußersten Genauigkeit gesteigerten photometrischen Messungen müssen wir eingestehen, daß wir von keiner Klasse der Veränderlichen Sterne, mit Ausnahme der Bedeckungsveränderlichen, die Ursachen des Lichtwechsels auch nur leidlich genügend kennen. Zudem sind die Bedeckungsveränderlichen streng genommen nicht einmal veränderlich im eigentlichen Sinne.

Konnte also von dem ersten, dem geschichtlich-technischen Teil dieses Werkes mit Recht gesagt werden, daß er zu einem gewissen Abschluß gelangt sei, so ist davon hier bei dem mathematisch-physikalischen Teil gar keine Rede. Ja es erscheint uns immer mehr fraglich, ob je Argelanders Erwartung sich erfüllen wird, daß „auch für die Veränderlichen Sterne ein Kopernikus und Kepler aufstehen wird, ein Newton, der aus den scheinbar so verwickelten Erscheinungen die Einfachheit hervorleuchten läßt, die überall die wahren Naturgesetze charakterisiert". Denn soweit sich das ganze Feld überschauen läßt, sind die physikalischen Ursachen der Veränderlichkeit so verschieden und verwickelt, daß man versucht ist, eine Formulierung, die den Keplerschen Gesetzen an Einfachheit auch nur von weitem gleichkäme, für geradezu undenkbar zu halten. Naturgemäß wird bei den verschiedenen Theorien immer viel Hypothetisches und Unkontrollierbares bleiben, was ihre kritische Bewertung sehr erschwert. Wir

wissen ja nicht, inwieweit unsere physikalischen Gesetze, die wir nur innerhalb beschränkter Grenzen in unsern kleinen irdischen Laboratorien prüfen können, auch in den Schmelztiegeln der großen kosmischen Werkstätte gültig bleiben. „We assume, for instance", sagt J. H. Jeans in seiner ‚Halley Lecture' vom 23. Mai 1922, „that stellar matter at a temperature of 10000000° C. or at a density of 10^{-17} grammes per cubic centimetre obeys approximately the same physical laws as matter in our laboratories, we assume that action and reaction between the two gigantic constituents of β *Lyrae* is determined by the same laws as govern the fall of an apple to the ground, we assume a host of other things which need only be stated in words for their uncertainty to become manifest."

Unsere Darstellung der Theorien beginnt mit den Neuen Sternen, die auch zeitlich die ersten sind; denn vor allen andern Erscheinungen am Sternenhimmel hat ja das merkwürdige Aufflammen der Novae zuerst die Aufmerksamkeit des denkenden Geistes auf die Veränderlichkeit und Vergänglichkeit auch der himmlischen Körper gelenkt. Dann folgen die langperiodischen Sterne, deren typischer Vertreter *Mira Ceti* auch der erstentdeckte Veränderliche mit periodischer Lichtschwankung ist, und schließlich die zwei Hauptklassen der kurzperiodischen Sterne: die noch immer so rätselhaften Blinksterne und die Bedeckungsveränderlichen.

Wo es nötig schien, sind die Formeln und Rechnungen auf ihre Richtigkeit geprüft worden; bisweilen wurde dabei die Ableitung etwas geändert oder abgekürzt, aber so, daß meistens der Gedankengang und nicht selten auch der Wortlaut der ursprünglichen Beweisführung erhalten blieb. Rein statistische Untersuchungen über die photometrischen und spektralen Eigenschaften der Veränderlichen, die bis jetzt noch zu keiner bestimmten theoretischen Erklärung geführt haben, wurden von vornherein ausgeschaltet.

Am Ende seiner Arbeit spricht der Verfasser Herrn P. Hagen seinen herzlichen Dank aus für die beseelende Ermutigung zu dem Werke und für seine wertvolle Hilfe bei der Ordnung und Einteilung des Stoffes und bei der Korrektur der Druckbogen. Auch dem Korrektor der Herderschen Druckerei Herrn Anton Müller gebührt hier ein Wort öffentlicher Anerkennung für die Sorgfalt, mit der er sich bemüht hat, alle Verstöße gegen die deutsche Sprache und jeden Mangel an Klarheit zu beseitigen.

Herrn Prof. H. N. Russell und Herrn Dr. H. Shapley danke ich für die Erlaubnis, ihre Tabellen zur Berechnung der Elemente der Bedeckungsveränderlichen neu abzudrucken.

Amsterdam, 13. Mai 1923.

Dr. J. Stein S. J.

Inhalt.

Seite

Vorwort v

Literaturverzeichnis x

Erster Abschnitt.

Die Neuen Sterne (Novae).

Erstes Kapitel. Begriff der Neuen Sterne 3

A. Definition der Neuen Sterne 3

B. Ältere und neuere Erklärungsversuche 4

C. Das Erscheinen der *Nova Aurigae 1891* 12

Zweites Kapitel. Die Theorien der Neuen Sterne 14

A. Die ersten Entwürfe von Erklärungen 14

B. Seeligers mathematisch-physikalische Theorie 18

Drittes Kapitel. Erklärung der Erscheinungen 29

A. Die Spektralerscheinungen nach Halm und Wilsing 29

B. Anomale Dispersion nach Julius und Ebert 35

C. Radioaktive Vorgänge nach Kayser 38

D. Der spätere Zustand nach Hartmann, Barnard und Guthnick . . . 40

Viertes Kapitel. Die Nebel um *Nova Persei 1901* 45

A. Stand der Frage 46

B. Erste Gruppe von Hypothesen 49

C. Zweite Gruppe von Hypothesen 57

Zweiter Abschnitt.

Die langperiodischen Sterne.

Allgemeiner Überblick 79

Fünftes Kapitel. Umdrehungshypothesen 79

A. Beschreibende Theorien 79

B. Mathematische Theorien 83

C. Experimentelle Theorie 97

Sechstes Kapitel. Periodische Fleckenbildungen 100

A. Ahnlichkeit zwischen Sternveränderlichkeit und Sonnenflecken . . . 101

B. Das Lichtmaximum der Sonne 102

C. Lichtkurven und Sonnenfleckenkurven 106

Seite

Siebtes Kapitel. Die Spektra der langperiodischen Sterne 115
A. Die ersten Untersuchungen über das Miraspektrum 116
B. Veränderungen im Miraspektrum und Schlußfolgerungen 121
C. Allgemeine Untersuchungen über die *Md*- und *N*-Sterne 129

Dritter Abschnitt.
Die Blinksterne.

Einleitende Erklärungen 135

Achtes Kapitel. Die älteren Erklärungsversuche 137
A. Unhaltbare Theorien 137
B. Die allgemeine Fluthypothese 144
C. Erklärungen durch Wärmestrahlung 146

Neuntes Kapitel. Die Grundlagen der neueren Theorien 153
A. Lichtkurve und Geschwindigkeitskurve 153
B. Sekundäre Wellen in der Geschwindigkeitskurve 159
C. Die Massen der kurzperiodischen Veränderlichen 162
D. Die Bahnelemente 164

Zehntes Kapitel. Die Schwingungstheorie 168
A. Die Schwingungsdauer kugelförmiger Massen 168
B. Die Wärmestrahlung kugelförmiger Gase 171
C. Die Blinksterne als einfache Himmelskörper 175
D. Voraussetzungen und Rechnungen 178

Elftes Kapitel. Die Doppelsysteme 182
A. Die bekannt gewordenen Theorien 182
B. Anzeichen von Verfinsterungen 191
C. Der jetzige Stand des Blinksternproblems 194

Vierter Abschnitt.
Die Bedeckungsveränderlichen.

Zwölftes Kapitel. Die ersten Rechnungsversuche 205
A. Die Abhandlung Pickerings 205
B. Die Ansätze von Harting und Myers und ihre Verallgemeinerung . . 210

Dreizehntes Kapitel. Besondere Aufgaben 212
A. Die Umstände der Verfinsterung 212
B. Genäherte Elemente und ihre Verbesserungen 219
C. Physikalische Einflüsse 226

Vierzehntes Kapitel. Die Algolveränderlichen 233
A. Die Dichte der Algolveränderlichen 233
B. Gestaltveränderungen in Algolsystemen 242

Fünfzehntes Kapitel. Die kosmogonische Entwicklung der Sternsysteme . 249
A. Die mathematische Theorie der Gleichgewichtsfiguren 249
B. Anwendung der Theorie auf die Natur 251

Seite

Sechzehntes Kapitel. Die Theorien von Russell und Shapley . . . 253
A. Verfinsterung gleichmäßig leuchtender Sterne 254
B. Verfinsterung dunkelrandiger Sterne 260
C. Ellipsoidisch geformte Doppelsterne 268
D. Störende Umstände physikalischer Natur 273

Anhang I. Die Meteoritenhypothese Lockyers 279
Anhang II. Verschleierungsveränderliche 280

Siebzehntes Kapitel. Der Doppelstern *β Persei* 282
A. Die einfachen Bahnelemente 282
B. Die gestörten Bahnelemente 284
C. Die Lichtverhältnisse im *Algol*system 296
D. Das Nebenminimum *Algols* und die Untersuchungen von Stebbins . . 301

Achtzehntes Kapitel. Der Doppelstern *β Lyrae* 307
A. Geschichtliches 307
B. Die aus der Lichtkurve folgenden Bahnelemente 309
C. Die aus den Spektraleigenschaften abgeleiteten Elemente 312
D. Physikalische Störungen 315

Neunzehntes Kapitel. Verschiedene Doppelsternsysteme 319
235215 *U Pegasi* (*β Lyrae*-Typus) 319
111661 RR Centauri (*ζ Geminorum*-Typus) 321
074341 RR Puppis (Algoltypus) 322
075548 V Puppis (*β Lyrae*-Typus) 323
203226 *V Vulpeculae* (Algoltypus) 324
215543 *UZ Cygni* (Algoltypus) 325
181134 RS Sagittarii (Algoltypus) 327
092944 S Velorum (Algoltypus) 329
204834 *Y Cygni* (Algoltypus) 329
175315 *Z Herculis* (Algoltypus) 332
Genäherte Kreisbahnelemente von zehn Algolveränderlichen 334
023969 *RZ Cassiopeiae* (Algoltypus) 336
045443 *ε Aurigae* (Algoltypus?) 337
145508 δ Librae (Algoltypus) 339
031646 *RT Persei* (Algoltypus) 341
055245 *β Aurigae* (Algoltypus) 343

Tabellen 345

Nachträge und Berichtigungen 364

Namen- und Sachregister 373

Literaturverzeichnis.

(Abkürzung *BAN* = Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands.)

A. Nach dem Alphabet geordnet.

Adams, s. Hale.

Albrecht S., A Spectrographic Study of the Fourth Class Variable Stars *Y Ophiuchi* and *T Vulpeculae*: Lick Obs. *Bull.* 118 (1907); *ApJ* 25 (1907) 330.

André Ch., Traité d'astronomie stellaire, 2 Bde, Paris 1899 1900.

Arrhenius Sv., Das Werden der Welten, Leipzig 1907.

Barnard E. E., On the Focal Changes in *Nova Persei* and on the Focus of some of the Wolf-Rayet Stars: *Science* N. S. 28, Nr 728.

— The Temporary Stars and the Present Appearance of some of these Bodies: *ApJ* 37 (1913) 401.

Barnard R. J. A., Note on the *Algol* System: *ApJ* 23 (1906) 406.

Bell L., Note on the Nebula surrounding *Nova Persei*: *ApJ* 16 (1902) 38.

Bellamy W., On the Density of Variable Stars: *Science Observer* 3 (1881) 49.

Belopolsky A., Spektrum der *Nova Aurigae*: *Mélanges mathém. et astron.* 7 (1892) 297.

— Le spectre de l'étoile variable *β Lyrae*: ebd. 433.

— Les changements dans le spectre de *β Lyrae*: *Memorie SSI* 22 (1893) 101.

— Recherches nouvelles du spectre de *β Lyrae*: ebd. 26 (1897) 135; englisch: New Investigations of the Spectrum of *β Lyrae*: *ApJ* 6 (1897) 328.

— Untersuchung der Geschwindigkeit im Visionsradius von *β Persei* (*Algol*) am Pulkowoer 30-Zöller: *Mitt.* der Nikolai-Hauptsternwarte 1 (1906) Nr 8.

— Untersuchung der Radialgeschwindigkeit des veränderlichen Sterns *Algol* (*β Persei*) in den Jahren 1905—1907: ebd. 2 (1908) Nr 22. — Nachtrag dazu: ebd. 3 (1909) Nr 28.

— Untersuchung der Bewegung des Schwerpunktes im System des veränderlichen Sterns *δ Cephei* nach in Pulkowo in den Jahren 1894—1908 aufgenommenen Spektrogrammen: ebd. 3 (1909) Nr 28.

— Über die veränderliche Geschwindigkeit des Zentrums des Algolsystems: ebd. 4 (1911) Nr 45.

Berberich A., Die Veränderlichen Sterne: *Naturw. Rundschau* 14 (1899) 465 481.

Bickerton A. W., On Temporary and Variable Stars: *Transactions* of the New Zealand Institute 11 12 13 (1878—1880).

— Cosmic Evolution: *Phil. Mag.* 50 (1900) 216.

Bilt J. van der, The Variable Star *U Geminorum*: Utrecht *Recherches* 3 (1908).

— The Variable Stars *R Sagittae, V Vulpeculae, RV Tauri.* Part I: An Analysis of the Light-Curve of *RV Tauri*: Utrecht *Recherches* 6 (1916).

Birmingham J, The Variability of Stars: *Obs.* 1 (1878) 17.

Blažko S., Sur les étoiles variables du type *Algol*: *Annales* de l'Obs. Astron. de Moscou 2me Série 5 (1911) 76.

Blažko S., Die Veränderlichen vom *δ Cephei*-Typus als Verdunkelungsveränderliche betrachtet: *AN* 218 (1923) Nr 5213.
Bohlin K., Über den Nebel bei *Nova Persei*: *AN* 157 (1901) Nr 3759.
— Photographische Aufnahmen von *Nova Persei*: *AN* 163 (1903) Nr 3910.
Boss L_6, On the Proper Motion of *Algol*: *AnJ* 15 (1895) 49.
Bottlinger K. F., Über das *δ Cephei*-Problem: *AN* 210 (1919) Nr 5019.
Brester A. Jz., Essai d'une théorie du soleil et des étoiles variables, Delft 1889.
— Essai d'une explication du mécanisme de la périodicité dans le soleil et les étoiles rouges variables: *Verh.* K. Akad. Amsterdam 9 (1908) Nr 6.
Brown E. W., On the Passage of a Star through a Nebula: *ApJ* 53 (1921) 169.
Bruns H., Bemerkungen über den Lichtwechsel der Sterne vom Algoltypus: Berliner *Berichte* 1881, 48.
Brunt D., The Problem of the Cepheid Variables: *Obs.* 36 (1913) 59.
Campbell W. W., Note on the Spectrum of *o Ceti*: *ApJ* 9 (1899) 131.
— Stellar Motions, Newhaven 1913.
Chandler S. C., Contributions to the Knowledge of the Variable Stars: *AnJ* 11 (1892) Nr 255 256, S. 113 121.
Clerke A. M., Variable Stars as Binaries: *Obs.* 26 (1903) 206.
— Problems in Astrophysics, London 1903.
Cortie A. L, S. J., The Temporary Star in *Auriga*: *Astron. and Astroph.* 12 (1893) 537.
— The Variability in Light of *Mira Ceti* and the Temperature of Sun-spots: *ApJ* 26 (1907) 123.
— The Progressive Spectra of *Nova Aquilae* 1918—1919: *Obs.* 42 (1919) 366.
Curtiss R. H., Measurement and Reduction of Spectrograms. Application to a Study of the Variable Star *W Sagittarii*: *ApJ* 20 (1904) 149; Lick Obs. *Bull.* Nr 62 (1904).
— On the Orbital Elements of *Algol*: *ApJ* 28 (1908) 150.
— On the Photographic Spectrum of *β Lyrae*: *Publ.* Allegheny Obs. 2 (1911) Nr 11.
— Some Possible Characteristics of Cepheid Variable Stars: *Publ.* Detroit Obs. 1 (1915) 104.
— s. auch Schlesinger.
Deslandres H., Rapprochements entre les étoiles temporaires et le soleil. Explication simple des étoiles temporaires: *CR* 154 (1912) 1321.
Duffield W. G., The Spectra of Novae and the Pressure Effect: *MN* 73 (1913) 631.
Duncan J. C., The Orbits of the Cepheid Variables *Y Sagittarii* and *RT Aurigae*, with a Discussion of the Possible Causes of this Type of Stellar Variation: Lick Obs. *Bull.* Nr 151 (1908).
Dunér N. C., Sur les éléments de l'étoile variable *Y Cygni*: *Öfversigt* Kongl. Vetenskaps-Ak. *Förh.*, Stockholm 1892, Nr 7; deutsch: *AN* 129 (1892) Nr 3091.
— On the Periodic Changes of the Variable Star *Z Herculis*: *ApJ* 1 (1895) 285.
— On the Variable Star *Z Herculis*: *ApJ* 3 (1896) 348.
— Calcul des éléments elliptiques de l'orbite du système stellaire de l'étoile variable *Y Cygni*: *Öfversigt* usw. 1900, Nr 2; englisch: *ApJ* 11 (1900) 175.
Eberhard G., Über die Bewegung von *χ Cygni* im Visionsradius: *AN* 157 (1902) Nr 3765.
— On the Spectrum and Radial Velocity of *χ Cygni*: *ApJ* 18 (1903) 198.
Ebert H, Über die Spektren der Neuen Sterne: *AN* 164 (1903) Nr 3917.
— Die anomale Dispersion und ihre Bedeutung für die Astronomie: *VJS* 41 (1906) 246.
Eddie L. A., The Short-Period Variable *δ Cephei*: *ApJ* 3 (1896) 227.
Eddington A. S., On the Pulsations of a Gaseous Star and the Problem of the Cepheid Variables: *MN* 79 (1918) 2 177.
— The Pulsation Theory of Cepheid Variables: *Obs.* 40 (1917) 290.

Eddington A. S., Cepheid Variables and the Age of the Stars: *Obs.* 41 (1918) 379.
Ellerman, s. Hale.
Ferrel W., On the Variable Star *Algol*: *The Nashville Journal of Medicine and Surgery* 8 (1855) 277, abgedruckt in *Astr. and Astroph.* 12 (1893).
Fessenkoff B., Sur la cause de la variation d'éclat de *η Aquilae*: *AN* 199 (1914) Nr 4775; Charkow *Publ.* Nr 8 (1921).
Fetlaar J., A Contribution to the Theory of Eclipsing Binaries: Utrecht *Recherches* IX, 1 (1923).
Fowler A., The Origin of certain Bands in the Spectra of Sun-spots: *MN* 67 (1907) 530.
Gale, s. Hale.
Gautier E. A. E., Notice sur les étoiles changeantes ou d'éclat variable: *Bibliothèque universelle* de Genève 1857.
Gifford A. C., The Origin of New Stars: Hector Obs. *Bull.* Nr 21 22 26 (1919).
— A Criticism of Pickering's suggested Explanation of the Phenomena presented by a Nova, with Reply by W. H. Pickering: *Pop. Astr.* 28 (1920) 37.
— The Initial Radiation from a Nova: Hector Obs. *Bull.* Nr 34 (1921).
Gothard E. v., Die periodische Veränderlichkeit des Spektrums von *β Lyrae*: *AN* 111 (1885) Nr 2651.
— Die Entstehung der photographischen Aureole um die *Nova Persei*: *AN* 156 (1901) Nr 3738.
Graff K., Untersuchungen des Lichtwechsels einiger veränderlichen Sterne vom Algoltypus: *Mitt.* der Hamb. Sternwarte Nr 11 (1907).
— Über sekundäre Wellen in den Lichtkurven der Sterne vom *δ Cephei*-Typus: *AN* 217 (1922) Nr 5198.
Guthnick P., Neue Untersuchungen über den veränderlichen Stern *o (Mira) Ceti*, Halle 1901; *AN* 157 (1901) Nr 3745.
— Über die Antalgolsterne *ST Virginis* und *ST Ophiuchi*: *AN* 179 (1908) Nr 4284.
— Vereinfachte Behandlung von Doppelsternveränderlichen mit merklicher Exzentrizität und Apsidenbewegung: *AN* 202 (1916) Nr 4833.
— Das *δ Cephei*-Problem: *Die Naturwissenschaften* 6 (1918) 713.
— Über die Periode der Apsidenbewegung von *Y Cygni*: *AN* 208 (1919) Nr 4972.
— Betrachtung zum *δ Cephei*-Problem: *AN* 208 (1919) Nr 4979.
— Künstliche Lichtkurven: *AN* 209 (1919) Nr 4993.
Guthnick P. und Prager R., Untersuchungen des Lichtwechsels von *β Lyrae* auf Grund lichtelektrischer Messungen: Berliner *Berichte* 1917, Nr 12.
— Photoelektrische Untersuchungen an spektroskopischen Doppelsternen und Planeten: Berlin-Babelsberger *Veröffentlichungen* 2 (1918).
Gyldén H., Versuch einer mathematischen Theorie zur Erklärung des Lichtwechsels der Veränderlichen Sterne: Helsingfors *Acta* 1880.
Hagen J. G., S. J., Das Blinksternproblem: *AN* 209 (1919) Nr 4995.
— Unbekannte *δ Cephei*- und *ζ Geminorum*-Sterne: *AN* 211 (1919) Nr 5052.
— Geometrische und physikalische Erklärungsversuche des Blinksternproblems: *AN* 211 (1920) Nr 5062.
— The Problem of the *δ Cephei* Variables: *ApJ* 51 (1920) 62.
— Teoria Cometaria delle stelle tipo *δ Cephei*: *Memorie* Soc. Astr. Ital. 1 (1920) 173.
— The Astrophysical Problem of Variable Stars: *MN* 81 (1921) 226.
— The Definition of a Nova: *ApJ* 54 (1921) 229.
Hale G. E., Ellerman F. and Parkhurst J. A., The Spectra of Stars of Secchi's Fourth Type: Yerkes Obs. *Publ.* 2 (1903) 253.
Hale G. E., Adams W. S. and Gale H. G., Preliminary Paper on the Cause of the Characteristic Phenomena of Sun-spot Spectra: *ApJ* 24 (1906) 185.

Hale G. E. and Adams W. S., Second Paper on the Characteristic Phenomena of Sun-spot Spectrum: *ApJ* 25 (1907) 75.
Hall M., The Density of the Sun compared with that of *Algol*: *Obs.* 9 (1886) 224.
Halm J., Zur Theorie der Neuen Sterne: *AN* 156 (1901) Nr 3730.
— Über den Gleichgewichtszustand der Sternatmosphären: *AN* 160 (1902) Nr 3822/23.
— On Professor Seeliger's Theory of Temporary Stars: Edinburgh *Proceedings* 25 (1905) 513.
Harting J., Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes *β Persei*, München 1889.
Hartmann J., Über die Erklärung astrophysikalischer Beobachtungen durch anomale Dispersion: *AN* 175 (1907) Nr 4197.
— Das Spektrum und die Helligkeit der *Nova Persei* in ihrem späteren Zustande: *AN* 177 (1908) Nr 4232.
Hartwig E., Der veränderliche Stern vom Algoltypus *Z Herculis*: XVII. Bericht der Naturforsch. Ges. in Bamberg (1900); *AN* 152 (1900) Nr 3644.
Heiskanen W. und Ludendorff H., Über die Radialgeschwindigkeiten der *Mira Ceti*-Sterne: *AN* 213 (1921) Nr 5107.
Hellerich J., Neue Bearbeitung der photometrischen und spektroskopischen Beobachtungen der Veränderlichen vom *δ Cephei*-Typus, Berlin 1913.
— Ableitung neuer photometrischer Elemente für *Algol* und Untersuchung der Ungleichheiten der Periode: *AN* 209 (1919) Nr 5007.
— Vergleich der photometrischen und spektroskopischen Bahnelemente der *δ Cephei*-Veränderlichen: *AN* 215 (1922) Nr 5149.
— Der Lichtwechsel von *RZ Cassiopeiae*: *AN* 215 (1922) Nr 5149.
— Untersuchung der Periode des Lichtwechsels von *β Lyrae*: *AN* 216 (1922) Nr 5163.
— Untersuchungen über Bedeckungsveränderliche: *AN* 216 (1922) Nr 5174/75.
— Untersuchungen über die Veränderlichen der Magellanschen Wolken: *AN* 218 (1923) Nr 5211.
Henroteau F., On a Simplification of Luizet's Method for obtaining the Orbit of a Cepheid Variable from its Light-Curve: *AnJ* 32 (1920) 57.
Hepperger J. v, Über den Zusammenhang zwischen der Lichtänderung und den Elementen des Systems *β Lyrae*: Wiener *Berichte* 118, IIa (1909).
Herschel W., On the Rotary Motion of the Stars on their Axes: *Phil. Trans.* 86 (1796) 455.
Hertzsprung E., Bearbeitung der J. F. J. Schmidtschen Beobachtungen und Bestimmung der Periode von *δ Cephei*: *AN* 210 (1919) Nr 5018.
Hinks A. H., The Movements in the Nebula surrounding *Nova Persei*: *ApJ* 16 (1902) 198.
Humphreys W. J. and Mohler J. F., Effect of Pressure on the Wave-lenghts of Lines in the Arc-spectra of certain Elements: *ApJ* 3 (1896) 114.
Jeans J. H., On the Density of *Algol* Variables: *ApJ* 22 (1905) 93.
— The Problem of the Cepheid Variables: *Obs.* 42 (1919) 88.
Johnstone Stoney G., A possible Cause of the Variability of Stars: *Nature* 61 (1900) 443; *Obs.* 23 (1900) 171.
Julius W. H., Dispersion Bands in the Spectra of *δ Orionis* and *Nova Persei*: *ApJ* 21 (1905) 286.
— Arbitrary Distribution of Light in Dispersion Bands, and its Bearing on Spectroscopy and Astrophysics: *ApJ* 25 (1907) 95.
Kapteyn J. C., Über die Bewegung der Nebel in der Umgebung von *Nova Persei*: *AN* 157 (1901) Nr 3756.
Kayser H., Ein Versuch zur Erklärung der Neuen Sterne durch radioaktive Prozesse: *AN* 191 (1912) Nr 4583.
Kienle H., Neue Sterne: *Phys. Zeitschr.* 21 (1920) 354 385 410.
Klinkerfues W., Über den Lichtwechsel der Veränderlichen: Göttinger *Nachr.* 1 (1865) 1.

Kopff A., Über die Nebel der *Nova Persei*: Heidelberger *Publ.* II, 9 (1906) 105.
Kostinsky S., Bemerkung über die photographische Aureole um *Nova (3.1901) Persei*: *AN* 156 (1901) Nr 3737.
Köveslighety R. v., Beiträge zur Erkenntnis der Natur variabler Sterne: *AN* 108 (1884) Nr 2585.
Lau H. E., Sur le spectre des étoiles nouvelles: *Bull. Astron.* 23 (1906) 297.
Lindemann F. A., Note on the Pulsation Theory of Cepheid Variables: *MN* 78 (1918) 639.
Lockyer N. J., The Meteoritic Hypothesis, London 1890.
— On the Causes which produce the Phenomena of New Stars: *Phil. Trans.* 182 (1891) 397.
Lohse O., Über Schmidts Neuen Stern im Schwan: Berliner *Berichte* 1877, 826.
Loud F. H., A Suggestion towards the Explanation of Short-Period Variability: *ApJ* 26 (1907) 369.
Ludendorff H., Über die Radialbewegung von ε *Aurigae*: *AN* 171 (1906) Nr 4084.
— Zur Statistik der spektroskopischen Doppelsterne: *AN* 184 (1910) Nr 4415/16.
— Über eine Beziehung zwischen den Amplituden der Helligkeit und der Radialgeschwindigkeit bei den δ *Cephei*-Sternen: *AN* 193 (1913) Nr 4625.
— Zur Statistik der δ *Cephei*-Sterne: *AN* 209 (1919) Nr 5006.
— Über die mit *R Coronae borealis* verwandten veränderlichen Sterne: *AN* 209 (1919) Nr 5010.
— Über die Verschiebung der Emissionslinien bei den *Mira*-Sternen: *AN* 212 (1921) 5087.
— Untersuchungen über veränderliche Sterne. I: *AN* 214 (1921) Nr 5117; II: Nr 5126; III: 217 (1922) Nr 5195.
— s. auch Heiskanen.
Luizet M., Les Céphéides considérées comme étoiles doubles, avec une monographie de l'étoile variable δ *Cephei*: *Annales* Univers. de Lyon 1912, Fasc. 33.
Luyties O., A Phenomenon involved in the Nebulosity around *Nova Persei*: *ApJ* 19 (1904) 129.
Martin C. and Plummer H. C., On the Short-Period Variable *RR Lyrae*: *MN* 75 (1915) 566.
Maupertuis P. L M. de, Discours sur les différentes figures des astres, où l'on essaye d'expliquer les principaux phénomènes du Ciel, Paris 1732.
Mériau M., Densité des étoiles variables du type d'*Algol*: *CR* 122 (1896) 1254.
Merrill P. W., The Radial Velocities of Stars of Class *Md*: *ApJ* 41 (1915) 247.
— Spectroscopic Observations of Stars of Class *Md*: Detroit Obs. *Publ.* 2 (1916) 45.
— Characteristic Behavior of the Bright Lines in Stellar Spectra of Class *Md*: *ApJ* 53 (1921) 185.
— Stellar Spectra of Class *S*: *ApJ* 56 (1922) 457.
Meyermann Br., Resultate aus den Beobachtungen des veränderlichen Sternes δ *Cephei*, Göttingen 1902.
Mohler, s. Humphreys.
Monck W. H. S., New Stars and Shooting Stars: *Obs.* 8 (1885) 335.
Moulton F. R., Note on the Possibility of Fission of a Contracting Rotating Fluid Mass: *ApJ* 29 (1909) 1.
— On certain Implications of possible Changes in the Form and Dimensions of the Sun, and some Suggestions toward explaining certain Phenomena of Variable Stars: *ApJ* 29 (1909) 257.
Myers G. W., Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β *Lyrae*, München 1896.
— The System of β *Lyrae*: *ApJ* 7 (1898) 1.
— A Study of the Light-Curve of the Variable Star *U Pegasi*: Illinois Obs. *Bull.* Nr 1 (1898).
— The Variable Star *U Pegasi*: *ApJ* 8 (1898) 163.
Newcomb S., On the apparent Extent of the Illumination surrounding a New Star on the Hypothesis that it is reflected Light: *AnJ* 23 (1903) 549.

Nicholson, s. Shapley.
Nijland A. A., Het spectrum der Algolvariabelen: *Hemel en Dampkring* 1900, 3. Afl.
— Bemerkungen zu dem Cepheiden-Problem: *AN*, Jubiläumsnummer 1921, S. 28.
Nölke Fr., Über die Entstehung der Neuen Sterne: *AN* 213 (1921) Nr 5110; Berichtigung: ebd. Nr 5112.
— Nochmals die Neuen Sterne: *Sirius* 55 (1922) 172.
— Zum *δ Cephei*-Problem: *AN* 217 (1922) Nr 5189.
— Sonnenphänomene und *Mira*-Sterne: *AN* 218 (1923) Nr 5217.
Nordmann Ch., Essai sur le rôle des ondes hertziennes en astronomie physique: Obs. Nice *Annales* 9 (1905) 146.
— Sur les éclats intrinsèques et les températures effectives d'*Algol* et de son satellite: *Bull. Astron.* 27 (1910) 145.
Pannekoek A., Untersuchungen über den Lichtwechsel *Algols*, Leiden 1902.
— De uitzetting van een kosmische gasbol, de nieuwe sterren en de Cepheiden: *Verh.* Kon. Ak. Amsterdam 27 (1918) 490.
— Zur Doppelstern-Theorie der *δ Cephei*-Veränderlichen: *AN* 215 (1922) Nr 5145.
Parkhurst, s. Hale.
Perrine C. D., Motion in the faint Nebula surrounding *Nova Persei*: Lick Obs. *Bull.* 10 (1901); *AN* 157 (1901) Nr 3753.
— Further Observations of the Movements and Changes in the Nebulosity about *Nova Persei*: Lick Obs. *Bull.* 14 (1902).
— Photographs and Measures of the Nebula surrounding *Nova Persei*: *ApJ* 16 (1902) 249; Lick Obs. *Bull.* 23 (1902).
— Observations of the Nebulosity about *Nova Persei* for Polarization Effects: *ApJ* 16 (1902) 257.
— The Spectrum of the Nebulosity surrounding *Nova Persei*: *ApJ* 17 (1903) 310.
— Some orbital Characteristics of the Cepheid-Geminid Variables and a suggested Explanation of the Cause of their Light-Variations: *ApJ* 41 (1915) 307.
— On the Cause of Cepheid Variation. Second Paper: *ApJ* 50 (1919) 81.
Pickering E. C., Dimensions of the Fixed Stars, with especial Reference to Binaries and Variables of the *Algol* Type: *Proc.* Amer. Ac. A. S. 16 (1880) 1.
— Variable Stars of Short Period: ebd. (1881) 257.
Pickering W. H., A Study of *Nova Aurigae* and *Nova Normae*: *Astron. and Astroph.* 13 (1893) 201.
— *Nova Persei*: *ApJ* 13 (1901) 277.
— The Explosion Hypothesis in the Light of the recent Phenomena of *Nova Persei*: *ApJ* 15 (1902) 68.
— A suggested Explanation of the Phenomena presented by a Nova: *Pop. Astr.* 26 (1918) 599.
— The Mass of a Planetoid capable of producing a Nova: ebd. 27 (1919) 275.
Plaßmann J., Die Veränderlichen Sterne. Darstellung der wichtigsten Beobachtungs-Ergebnisse und Erklärungs-Versuche, Köln 1888.
Plummer H. C., Note on Variable Stars of Cluster Type: *MN* 73 (1913) 652.
— Note on the Orbit of *ζ Geminorum*: *MN* 73 (1913) 661.
— On the Nature of Short-Period Variables: *MN* 80 (1920) 496.
— s. auch Martin.
Prager, s. Guthnick.
Riccioli J. B., S. J., Almagestum Novum, Bononiae 1651.
Ritchey G. W., Nebulosity about *Nova Persei*: *ApJ* 16 (1901) 167.
— Changes in the Nebulosity about *Nova Persei*: ebd. 293.

Ritchey G. W., Nebulosity about *Nova Persei*. Recent Photographs: *ApJ* 15 (1902) 129.
Roberts A. W., Variation of *(3416)-Velorum* and *(5949)-Arae*: *AnJ* 14 (1894) 113.
— Close Binary Systems and their Relation to Short-Period Variations: *ApJ* 2 (1895) 283.
— Orbit of *RS Sagittarii*: *AnJ* 16 (1896) 97.
— Density of Close Double Stars: *ApJ* 10 (1899) 308.
— Certain Considerations regarding *Algol* Variation, with special Reference to C.P.D. — 41°.4511: Edinburgh *Proceedings* 24, Part II (1901) 71.
— On the Orbits of the *Algol* Variables *RR Puppis* and *V Puppis*: *ApJ* 13 (1901) 177.
— On the Relation existing between the Light Changes and the Orbital Elements of a Close Binary System, with special Reference to *RR Centauri*: *MN* 63 (1903) 527.
— Further Note on the Density and Prolateness of Close Binary Stars: *MN* 65 (1905) 706.
— On a Method of determining the absolute Dimensions of an *Algol* Variable Star: *MN* 66 (1906) 123.
— Note on certain Anomalies observed in Radial Velocity Curves: *MN* 66 (1906) 329.
Rödiger, Untersuchungen über das Doppelsternsystem *Algol*, Königsberg 1902.
Russell H. N., The Densities of the Variable Stars of the *Algol* Type: *ApJ* 10 (1899) 315.
— On the Light-Variations of Asteroids and Satellites: *ApJ* 24 (1906) 1.
— On the Determination of the Orbital Elements of Eclipsing Variable Stars. I: *ApJ* 35 (1912) 315; II: *ApJ* 36 (1912) 54.
— Elements of the Eclipsing Variables *W Delphini*, *W Ursae maioris* and *W Crucis*: *ApJ* 36 (1912) 133.
Russell H. N. and Shapley H., On Darkening at the Limb in Eclipsing Variables: *ApJ* 36 (1912) 239 385.
Scheiner, s. Vogel.
Schiller K., Einführung in das Studium der Veränderlichen Sterne, Leipzig 1923.
Schlesinger Fr., On the Character of the Light-Variations of *u Herculis*: *Science* 28 (1908) Nr 728.
— The Orbit of *λ Tauri*: ebd. 3 (1912) Nr 4.
— Spectrographic Observations of *λ Tauri*, indicating the Presence of a Third Body in the System: ebd. 3 (1914) Nr 20.
Schlesinger Fr. and Curtiss R. H., The Orbit of *Algol* from Observations made in 1906 and 1907: Allegheny Obs. *Publ.* 1 (1908) Nr 5.
Schönfeld E., Die Veränderlichen Sterne: 29. Jahresbericht des Mannheimer Vereins für Naturkunde (1863) 72.
See T. J. J., The Cause of Temporary Stars: *AN*, Jubiläumsnummer, S. 23—25.
Seeliger H. v., Über den Neuen Stern im *Andromeda*-Nebel: *AN* 113 (1886) Nr 2710.
— Über einige Aufgaben der Photometrie des Himmels: *Himmel und Erde* 1 (1889) 332.
— Über den Neuen Stern im Sternbilde *Auriga*: *AN* 130 (1892) Nr 3118.
— Über den Neuen Stern im Fuhrmann (*T Aurigae*): *AN* 133 (1893) Nr 3187.
— A Remark on the Articles on the Density of the *Algol* Stars in the *ApJ* 10 Nr. 5: *ApJ* 11 (1900) 247.
— Bemerkungen über den Neuen Stern im *Perseus*: *AN* 157 (1901) Nr 3759.
— The Nebulae in the Vicinity of *Nova Persei*: *ApJ* 16 (1902) 187; 20 (1904) 105.
— Über das Eindringen eines Weltkörpers in eine kosmische Staubwolke: *AN* 181 (1909) Nr 4326.
Shajn G., The Movement of the Line of Nodes in Spectroscopic Binaries and Variables, and its Consequences: *ApJ* 57 (1923) 129.
Shane C. D., The Spectra of certain Class *N* Stars: Lick Obs. *Bull.* 329 (1920) 79.
Shapley H., The Rotating Ellipsoid *RU Camelopardalis*: Laws Obs. *Bull.* Nr 21 (1913).
— The Orbits of *RZ Ophiuchi* and *ε Aurigae* treated as Eclipsing Binaries: *AN* 194 (1913) Nr 4645.

Shapley H., Intermediate Degrees of Darkening at the Limb of Stellar Disks, with an Application to the Orbit of *Algol*: *ApJ* 40 (1914) 33; Mount Wilson *Contrib.* Nr 86 (1914).
— On the Nature and Cause of Cepheid Variation: *ApJ* 40 (1914) 105 448; Mount Wilson *Contrib.* Nr 92 (1914).
— A Study of the Orbits of Eclipsing Binaries: Princeton Obs. *Contrib.* Nr 3 (1915).
— The Variation in Spectral Type of twenty Cepheid Variables: *ApJ* 44 (1916) 273.
— Studies on the Colors and Magnitudes in Stellar Clusters: *ApJ* 49 (1919) 24 260; 52 (1920) 73.
— s. auch Russell.
Shapley H. and Nicholson S. B., On the Spectral Lines of a Pulsating Star: Washington Nat. Ac. *Proc.* 5 (1912) 417; Mount Wilson *Contrib.* Nr 63 (1912).
Shinjo Sh., On the Physical Nature of Cepheid Variation: *Japanese Journ. of Astron. and Geophysics* 1 (1922) Nr 2.
Sidgreaves W., S. J., The Nova of 1892: *Journal BAA* 3 (1892) 23.
Souleyre A., Les étoiles variables. Les astres à disque annulaire et plat: *Bull.* Soc. Astr. de France 13 (1899) 223.
Stebbins J., The Spectrum of *o Ceti*: *ApJ* 18 (1903) 341.
— The Measurement of the Light of Stars with a Selenium Photometer, with an Application to the Variations of *Algol*: *ApJ* 32 (1910) 185.
— On the Radiation of the Companion of *Algol*: *ApJ* 33 (1911) 395.
— The Discovery of Eclipsing Variable Stars A new bright Variable Star *β Aurigae*: *ApJ* 34 (1911) 105.
— A Photo-electric Study of *Algol*: *ApJ* 53 (1921) 105.
Stein J., S. J., *β Lyrae* as a Double Star: *Versl.* K. Akad. Amsterdam 1907, Nov. 30.
— Corrections to Professor Turner's Paper "On the Classification of Long-Period Variable Stars, and a possible physical Interpretation": *MN* 68 (1908) 482.
— On Dr. Roberts Method of determining the absolute Dimensions of an Algol Variable Star: *MN* 68 (1908) 490.
— Nochmals: Zur Doppelsterntheorie der *δ Cephei*-Veränderlichen: *AN* 217 (1922) Nr 5188.
Stroobant P., Sur la nature des étoiles temporaires: *Bull.* Acad. Bruxelles 1920, 448; 1921, 54.
Terkán L., Beitrag zur Berechnung der Bahnelemente von *β Lyrae*: *AN* 170 (1906) Nr 4067.
Tisserand M. F., Sur l'étoile variable *β* de Persée (*Algol*): *CR* 120 (1895) 125.
Turner H. H., On the Classification of Long-Period Variable Stars, and a possible physical Interpretation: *MN* 67 (1907) 332.
— Note on the Nebulosity round *Nova Persei*: *MN* 79 (1918) 23.
Véronnet A., Hypothèses sur la formation des étoiles nouvelles: *CR* 172 (1921) 666; *Pop. Astr.* 30 (1922) 4.
Very F. W., The Nebula about *Nova Persei*: *AN* 158 (1902) Nr 3771.
— An Inquiry into the Cause of the Nebulosity around *Nova Persei*: *Am. Journ. of Sc.* N. S. 4 16 (1903) 49.
— Note on the Parallax of *Nova Persei*: *ApJ* 20 (1904) 79.
Vogel H. C., Spektrographische Beobachtungen an *Algol*: *AN* 123 (1890) Nr 2947.
— Über den Neuen Stern im Fuhrmann: Berliner *Abhandl.* 1893.
Vogel H. C. und Scheiner J., Resultate spektrographischer Beobachtungen des Sterns *Algol*: Berliner *Berichte* 1889, Nov. 28.
Vogt H., Zur Theorie der *Algol*-Veränderlichen: Heidelberger *Veröffentl.* 7 (1919) 183.
— Das Problem der *δ Cephei*-Veränderlichen: *AN* 212 (1921) Nr 5087.
— Zur Theorie der Neuen Sterne: *AN* 214 (1921) Nr 5117; 218 (1923) Nr 5212.
— Über die Entstehung der Neuen Sterne: *Sirius* 54 (1921) 121.
Weber J., Zur Theorie der *Algol*-Veränderlichen (Inaug.-Diss.), Göttingen 1913.

Wilsing J., Über den Lichtwechsel *Algols* und über die Klinkerfues'sche Erklärung des veränderlichen Lichtes bei Sternen der 3ten Spektralklasse: *AN* 124 (1890) Nr 2960.
— Über die Deutung des typischen Spektrums der Neuen Sterne: Berliner *Berichte* 1899, Nr 24; englisch: *ApJ* 10 (1899) 113.
— The Effect of Pressure upon the Wave-lenghts of the Lines of the Hydrogen Spectrum: *ApJ* 10 (1899) 269.
— Versuch einer Erklärung der Entstehung und der Bewegung der Nebelhülle, welche die *Nova Persei* umgibt: *AN* 157 (1901) Nr 3765.
— Zusatz zu meiner Notiz: „Versuch einer Erklärung" usw.: *AN* 159 (1902) Nr 3795.
— Untersuchungen über das Spektrum der *Nova Aurigae*: Potsdamer *Publ.* 12 (1902) 77.
Wilson W. E., The Distance of *Nova Persei*: *Nature* 65 (1902) 198.
— The Nebula surrounding *Nova Persei*: ebd. 298; *Proc.* Royal Dublin Soc. N. S. 9 (1902) 556.
Wolf M., Photographische Bilder der *Nova* (3, 1901) *Persei*: *AN* 156 (1901) Nr 3736.
— Die Nebel um *Nova Persei 1901*: *AN* 157 (1901) Nr 3752.
— Über die Nebel der *Nova Persei*: *AN* 157 (1901) Nr 3753.
Woltjer J., On a special Case of Orbit Determination in the Theory of Eclipsing Variables: *BAN* Nr 18 (1922).
Wright W. H., The Spectra of the Temporary Stars, as observed at the Lick Observatory: Lick Obs. *Bull.* 14 (1920) 1.
Wylie C. C., The Cepheid Variable η *Aquilae*: *ApJ* 56 (1922) 217.
Zinner E., Untersuchung über die Algolsterne: *AN* 187 (1911) Nr 4476.
Zöllner J. C. F., Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper, Leipzig 1865, § 71—77.

B. Nach Sternbildern geordnet.

Andromeda, *TW*: Stewart, *ApJ* 42 (1915) 315; Shapley M. B, *ApJ* 56 (1922) 439.
Antlia, *S*: Joy, *Pop. Astr.* 29 (1921) 629.
Aquarius, *R*: Merrill, *ApJ* 53 (1921) 375.
Aquila, η: Fessenkoff, *AN* 199 (1914) Nr 4775, Charkow *Publ.* Nr 8 (1921); Albrecht, *Pop. Astr.* 27 (1919) 520; Wylie, *ApJ* 56 (1922) 217; Wright, *ApJ* 9 (1899) 59 189.
— σ: Wylie, *ApJ* 56 (1922) 232.
Ara, *S*: Roberts, *AnJ* 14 (1894) 113, *MN* 61 (1900) 163, *ApJ* 33 (1911) 197.
Auriga, β: Stebbins, *ApJ* 34 (1911) 105.
— ε: Ludendorff, *AN* 171 (1906) Nr 4084; Shapley, *AN* 194 (1913) 225.
— *RT*: Duncan, Lick *Bull.* Nr 151 (1908), Nr 160 (1909).
— *TZ*: Graff, *AN* 196 (1913) Nr 4687.
Camelopardalis, *Y*: Shapley M. B., *ApJ* 46 (1917) 56; Dugan, *ApJ* 54 (1921) 217.
— *RU*: Joy, *ASP* 31 (1919) 180; Shapley, Lick *Bull.* Nr 21 (1913).
— *SS*: McDiarmid, *ApJ* 45 (1917) 50.
Cancer, *S*: Shapley, *ApJ* 36 (1912) 269.
— *RY*: Graff, *AN* 217 (1922) Nr 5196.
Canes Venatici, *RS*: Sitterly, *ApJ* 53 (1921) 99.
Canis maior, *R*: Jordan, Allegheny *Publ.* 3 (1912) Nr 7.
Carina, η: Cannon, *Pop. Astr.* 28 (1920) 524.
— *l*: Albrecht, *Pop. Astr.* 27 (1919) 520; Wilson and Huffer, *Pop. Astr.* 29 (1921) 85.
Cassiopeia, *1 H*: Stebbins, *ApJ* 54 (1921) 81.
— *RZ*: Stein, *ApJ* 29 (1909) 308; Jordan, Allegheny *Publ.* 3 (1914) Nr 16; Dugan, Princeton *Contrib.* 4 (1916), *ApJ* 44 (1916) 115, *MN* 76 (1916) 729; Hellerich, *AN* 215 (1922) Nr 5152.

Cassiopeia, *SU*: Adams and Shapley, *ApJ* 47 (1918) 46.
— *SX*: Fowler M., *ApJ* 53 (1921) 165.
— *TV*: McDiarmid, *ApJ* 42 (1914) 412; Plaskett, *Pop. Astr.* 29 (1921) 639.
— *TW*, *TX*: McDiarmid, *ApJ* 42 (1914) 412.
Centaurus, *RR*: Roberts, *MN* 63 (1903) 527.
Cepheus, *δ*: Eddie, *ApJ* 3 (1896) 227; Meyermann, *Diss.* (1902); Belopolsky, Pulkowo-*Mitt.* 3 (1909) Nr 28; Guthnick, *AN* 208 (1919) 171; Hertzsprung, *AN* 210 (1919) Nr 5018.
— *U*: Shapley, *ApJ* 36 (1912) 269; Dugan, *ApJ* 52 (1920) 154.
— *RZ*: Martin and Plummer, *MN* 78 (1917) 156.
Cetus, *o*: Sidgreaves, *MN* 58 (1898) 344; Campbell, *ApJ* 9 (1899) 131; Guthnick, *AN* 157 (1901) Nr 3745; Stebbins, *ApJ* 18 (1903) 341; Cortie, *ApJ* 26 (1907) 123; Slipher, *ApJ* 25 (1907) 66 235.
Corona bor., *R*: Ludendorff, *AN* 209 (1919) Nr 5010.
— *U*: Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 409.
Crux, *W*: Russell, *ApJ* 36 (1912) 133.
Cygnus, *χ*: Eberhard, *ApJ* 18 (1903) 198, *AN* 157 (1902) Nr 3765.
— *X*: Duncan, *ApJ* 53 (1921) 95.
— *Y*: Dunér, Stockholm Ak. *Förh.* 1892, Nr 7; 1900, Nr 2; *AN* 129 (1892) Nr 3091, *ApJ* 11 (1900) 175; Guthnick, *AN* 208 (1919) Nr 4972; Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 409.
— *SU*: Hellerich, *AN* 210 (1919) 65.
— *SW*: Shapley, *ApJ* 36 (1912) 269; Fetlaar, Utrecht *Recherches* IX, 1 (1923) 62.
— *UZ*: Shapley, *ASP* 28 (1916) 31, *ApJ* 38 (1913) 165.
— *WW*: Graff, *AN* 217 (1922) Nr 5201.
— *WZ*: Fetlaar, Utrecht *Recherches* IX, 1 (1923) 78.
— *XX*: Shapley, *ApJ* 42 (1914) 148.
— *XZ*: Martin and Plummer, *MN* 74 (1914) 225.
Delphinus, *W*: Russell, *ApJ* 36 (1912) 133; Shapley, *ApJ* 36 (1912) 269.
Draco, *Z*: Dugan, Princeton *Contrib.* Nr 2 (1912); *MN* 75 (1915) 702; Russell and Shapley, *ApJ* 39 (1914) 405.
— *RR*: Seares, *ApJ* 36 (1912) 279; 37 (1913) 359; Shapley, *ApJ* 37 (1913) 154.
— *SU*, *SW*: Martin and Plummer, *MN* 73 (1913) 166.
— *TW*: Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 1; Graff, *AN* 218 (1923) Nr 5210.
Gemini, *U*: van der Bilt, Utrecht *Recherches* III (1908).
Hercules, *u*: Schlesinger, *Science* 28 (1908) Nr 728; Baker, Allegheny *Publ.* 1 (1909) Nr 11; Hertzsprung, *AN* 189 (1911) Nr 4526; Hügeler, *AN* 273 (1921) Nr 5098.
— *Z*: Dunér, *ApJ* 1 (1895) 285; 3 (1896) 348; Hartwig, *AN* 152 (1900) Nr 3644; Adams and Joy, *ApJ* 49 (1919) 186; Fetlaar, Utrecht *Recherches* IX, 1 (1923) 66.
— *RX*: Shapley, *ApJ* 40 (1914) 81; Baker and Cummings, Laws *Bull.* Nr 25 (1916).
— *TU*: Stewart, *ApJ* 42 (1915) 315.
— *TX*: Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 409.
Lacerta, *RT*: Fowler M., *ApJ* 52 (1920) 257.
Leo, *T*: McDiarmid, *ApJ* 42 (1915) 412.
— *Y*: Shapley M. B., *ASP* 30 (1918) 343.
Lyra, *β*: siehe S. 307 ff.
— *RR*: Kiess, Lick *Bull.* 7 (1913) 140; Martin and Plummer, *MN* 75 (1915) 566; Prager, Berliner *Berichte* 1916, 216.
— *TT*: Shapley M. B., *ApJ* 46 (1917) 56.
Ophiuchus, *U*: Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 1.
— *Y*: Albrecht, Lick *Bull.* Nr 118 (1907); Udick, Allegheny *Publ.* 2 (1912) 151.

Ophiuchus, *RV*: Dugan, Princeton *Contrib.* 4 (1916), *ApJ* 43 (1916) 130.
— *RZ*: Shapley, *AN* 194 (1913) 225.
— *ST*: Guthnick, *AN* 179 (1908) 181.
Orion, δ: Julius, *ApJ* 21 (1905) 286; Stebbins, *ApJ* 42 (1913) 133; Jordan, Allegheny *Publ.* 3 (1914) Nr 15.
— π^5: Stebbins, *ApJ* 51 (1920) 218.
Pegasus, *U*: Myers, *ApJ* 8 (1898) 163.
Perseus, β: siehe S. 282 ff.
— *b*: Stebbins, *ApJ* 57 (1923) 1.
— *RT*: Dugan, Princeton *Contrib.* 1 (1911), *MN* 75 (1915) 692; Russell and Shapley, *ApJ* 39 (1914) 405; Fetlaar, Utrecht *Recherches* IX, 1 (1923) 73.
Pisces, *Y*: Shapley, *ApJ* 37 (1913) 154.
Puppis, *V*: Roberts, *ApJ* 13 (1901) 177; Maury, *Pop. Astr.* 29 (1921) 22.
— *RR*: Roberts, *ApJ* 13 (1901) 177.
— *VV*: Daniel, Allegheny *Publ.* 3 (1915) Nr 21.
Pyxis, *T*: Adams, *Pop. Astr.* 28 (1920) 514.
Sagitta, *U*: Fowler M., Allegheny *Publ.* 3 (1912) Nr 2.
— *S*: Hellerich, *AN* 210 (1919) 65.
Sagittarius, *W*: Curtiss, *ApJ* 20 (1904) 149.
— *Y*: Duncan, Lick *Bull.* Nr 151 (1908), *ApJ* 56 (1922) 340.
— *RS*: Roberts, *AnJ* 16 (1896) 97.
Scorpius, μ^1: Maury, *Pop. Astr.* 29 (1921) 22.
Taurus, λ: Schlesinger, Allegheny *Publ.* 3 (1912) Nr 4, ebd. (1914) Nr 20; v. Aretin, *Diss.* (1913); Stebbins, *ApJ* 51 (1920) 193.
— *RV*: van der Bilt, Utrecht *Recherches* 6 (1916).
— *SZ*: Shapley, *AN* 194 (1913) Nr 4653; Haynes, Lick *Bull.* Nr 259 (1914) 85.
Ursa maior, *W*: Russell, *ApJ* 36 (1912) 133; Adams and Joy, *ApJ* 49 (1919) 186.
Ursa minor, *W*: Martin and Plummer, *MN* 78 (1918) 644.
Vela, *S*: Roberts, *AnJ* 14 (1894) 113.
Virgo, *ST*: Guthnick, *AN* 179 (1908) 181.
Vulpecula, *T*: Albrecht, Lick *Bull.* Nr 118 (1907); Beal, Allegheny *Publ.* 3 (1916) 23.
— *Z*: Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 409, *Pop. Astr.* 29 (1921) 227.
— *RR*: Maggini, *ApJ* 50 (1919) 141, *Mem. SSI* 8 (1919) 29.
— *RS*: Stewart, *ApJ* 42 (1915) 315; Plaskett, Canada *RAS* 14 (1920) 1.

Erster Abschnitt.

Die Neuen Sterne (Novae).

Erstes Kapitel.

Begriff der Neuen Sterne.

Die Ansichten über die Neuen Sterne lassen sich der Zeit nach in drei Klassen teilen. Die ältesten wurden durch die glänzenden Erscheinungen um die Wende des 16. Jahrhunderts veranlaßt; man findet sie alle in Ricciolis *Almagestum Novum* zusammengestellt. Dann folgt eine lange Zeit der Ruhe. Zu neuem Forschen verlockten die Novae um die Mitte des vorigen Jahrhunderts, und mit der Erscheinung der *Nova Aurigae 1891* beginnt abermals eine neue Periode. Die drei Zeitabschnitte sind im I. Bd S. 75 in Tabellenform dargestellt.

Die Entdeckung der Nebel um die *Nova Persei 1901* ist so eng mit den jüngeren Theorien verknüpft, daß eine ausführliche Besprechung dieser merkwürdigen Erscheinung geboten sein wird.

A. Definition der Neuen Sterne.

Die Neuen Sterne werden von Newton kurz definiert als „stellae fixae quae subito apparent, et sub initio quam maxime splendent, et subinde paulatim evanescunt“ (*Princ. math.* [ed. 3, 1726] lib. 3, prop. 42, probl. 22 gegen Schluß). Newcomb und M. Clerke umschreiben ihre charakteristischen Eigenschaften wie folgt:

„A distinguishing feature of a star of this class [of new or temporary stars] is that it blazes up, so far as is known, only once in the period of its history, then gradually fades away to its former magnitude, which it commonly retains with, so far as is yet known, little or no subsequent variation“ (Newcomb, *The Stars* 127).

„A temporary star is a variable that rises sheer from profound obscurity to a single maximum. The maximum may be prolonged or multiple, but it must be essentially one. The occurrence of a second independent outburst would at once relegate the object to the category of irregular variables. The distinction is perhaps arbitrary, but we can only investigate by dividing“ (M. Clerke, *Problems in Astrophysics* 375).

B. Ältere und neuere Erklärungsversuche.

1. Die ältesten Ansichten über die Ursache des Aufflammens einer Nova hat, wie schon erwähnt, Riccioli in seinem *Almagestum Novum*[1] zusammengestellt. Riccioli führt zwölf verschiedene Meinungen über das Wesen und die Entstehung der Novae, mit den Namen der Urheber, auf und fügt dann die seinige als dreizehnte hinzu. Man kann diese Meinungen in zwei Gruppen zusammenfassen: nach der einen entsteht eine Nova erst zur Zeit ihrer Erscheinung, nach der andern bestand sie schon vorher, aber unsichtbar. Im ersteren Fall ließ man die Novae entweder als sublunare Kometen ohne Schwanz durch die Wirkung von Wärme und Licht aus den materiellen Elementen entstehen und nachher zum Himmel aufsteigen, oder man ließ sie als Kometen „supra lunam" aus der vereinten Wirkung der von den Planeten und den übrigen Gestirnen ausgesandten Strahlen hervorgehen, oder auch man glaubte, sie würden am Himmel gebildet, sei es unmittelbar durch Gott, sei es durch eine causa secunda, aus der himmlischen Materie (Clavius, Kepler usw.), und zwar (nach Tycho) durch Verdichtung aus derselben Materie, aus welcher auch die Fixsterne entstanden seien; dies geschehe hauptsächlich in der Milchstraße, wo die Materie am meisten für solche Neubildungen geeignet sei. Ihr Licht hätten sie teils aus eigener Leuchtkraft, teils infolge Verdichtung, teils von der Sonne und den benachbarten Sternen; da sie aber nicht so fest zusammengeballt seien wie die übrigen Sterne, so fielen sie bald wieder auseinander und verschwänden.

Nach der zweiten Meinung waren die Neuen Sterne schon von Anfang an, aber unsichtbar da. Nach Gemma z. B. sind sie aus großer Ferne näher gerückt und deswegen sichtbar geworden; später seien sie wieder in die Ferne entschwunden. Andere behaupten, die Nova sei hinter Dämpfen und Dunst verborgen geblieben, bis diese wie eine Linse die Strahlen des Sterns nach der Erde konvergieren ließen, wodurch die Helligkeit des anfänglich schwachen oder gar unsichtbaren Himmelskörpers plötzlich stark gewachsen sei. Nach David Fabricius waren die Neuen Sterne einst dunkel, dann aber habe es Gott gefallen, auch sie zu entzünden, den Menschen zum Wahrzeichen. Heckius (von Deventer) bemerkt, daß alle Novae in der Milchstraße erschienen seien; man könne daher annehmen, daß sie hinter der Milchstraße stehen und durch Lücken in den dichteren Schichten sichtbar werden. Descartes bringt das Erscheinen einer Nova mit seiner kosmischen Wirbeltheorie in Verbindung: es kämen Sterne hinter den wirbelnden Atomwolken her zum Vorschein, um bald wieder dahinter zu verschwinden.

Riccioli selbst endlich erklärt die Erscheinung einer Nova dadurch, daß der Stern, der nur auf der uns zugewandten Seite dunkel sei, durch irgend welche Ursache sich plötzlich um seine Achse drehe und so mit seiner leuchtenden

[1] Pars posterior tom. I, Bononiae 1651, lib. 8, sect. 2, c. 17: De materia, natura et generatione stellarum novarum.

Seite sichtbar werde; nach einiger Zeit wende er uns dann wieder die dunkle Seite zu.

Der Seltsamkeit halber erwähnen wir die Hypothese von Maupertuis; sie findet sich in seinem zuerst 1732 zu Paris erschienenen „Discours sur les différentes figures des astres, où l'on essaye d'expliquer les principaux phénomènes du Ciel“ (Oeuvres I, Lyon 1768, S. 81, § 7: Des Etoiles qui s'allument ou qui s'éteignent dans les Cieux, et de celles qui changent de grandeur). Maupertuis sagt:

„La différence entre l'axe de notre Soleil et le diametre de son Equateur n'est presque rien: la pesanteur immense vers ce grand corps, et la lenteur de sa révolution autour de son axe, ne lui donnent qu'un applatissement insensible. D'autres Soleils pourroient être applatis à l'infini. . . . On peut raisonnablement penser que dans leur multitude [des étoiles] il se trouve des figures de toute espece.

Cela posé, il est facile d'expliquer comment quelques Etoiles ont disparu dans les Cieux, comment d'autres ont semblé s'allumer, ont duré quelque temps, ensuite ont cessé de luire, et ont paru s'éteindre. . . .

Je dis . . . que si parmi les Etoiles il s'en trouve d'une figure fort applatie, elles nous paroîtront comme feraient des Etoiles sphériques dont le diametre seroit le même que celui de leur Equateur, lorsqu'elles nous présenteront leur face: mais si elles viennent à changer de situation par rapport à nous, si elles nous présentent leur tranchant, nous verrons leur lumière diminuer plus ou moins, selon la différente maniere dont elles se présenteront: et nous les verrons tout-à-fait s'éteindre, si leur applatissement et leur distance sont assez considérables.

De même, des Etoiles que leur situation nous avoit empêché d'appercevoir, paroîtront, lorsqu'elles prendront une situation nouvelle; et ces alternatives ne dépendront que du changement de situation de ces astres par rapport à nous.

Il ne faut plus qu'expliquer comment il peut arriver du changement dans la situation de ces Etoiles applaties.

Tous les Philosophes d'aujourd'hui regardent chaque Etoile fixe, comme un Soleil à peu près semblable au nôtre, qui a vraisemblablement ses Planetes et ses Cometes, c'est-à-dire, qui a autour de lui des corps qui circulent avec différentes excentricités.

Quelqu'une de ces Planetes qui circulent autour d'un Soleil applati, peut avoir une telle excentricité, et se trouver si près de son Soleil dans son Périhélie, qu'elle dérangera sa situation. . . . Les Etoiles dont les alternatives d'augmentation et de diminution de lumiere sont plus fréquentes, comme l'Etoile du *Col de la Baleine*, seront environnées de Planetes, dont les révolutions seront plus courtes. L'Etoile de *Cassiopée* [la *Nova Tychonis*], et celles dont on n'a point observé d'alternatives, ne seront dérangées que par des Planetes dont les révolutions durent plusieurs siècles.“

Annehmbarer ist die Hypothese Newtons, der das Aufflammen eines im Erlöschen begriffenen Sternes daraus erklärt, daß Kometen auf ihn fallen: „Sic etiam stellae fixae, quae paulatim expirant in lucem et vapores, cometis in ipsas incidentibus refici possunt, et novo alimento accensae pro stellis novis haberi“ (*Princ. math.* a. a. O.).

2. Unter den neueren Anschauungen über die Novae muß man mit Scheiner (*Populäre Astrophysik* 641) das Aufleuchten der *Nova Aurigae* im Jahre 1891 gewissermaßen als einen Wendepunkt bezeichnen, weil die damaligen Resultate der vervollkommneten spektroskopischen Methoden zu ganz neuen Gesichtspunkten führten.

Zöllner (1865) betrachtet die Neuen Sterne als die vierte oder Eruptionsperiode im Abkühlungsprozeß der Weltkörper. Er schreibt: „Durch das plötzliche und gewaltsame Zerreißen einer bereits bis zum Nichtglühen erkalteten Schlackendecke muß notwendig die von dieser Decke eingeschlossene Glutmasse hervordringen und auf diese Weise, je nach der Größe ihrer Ausbreitung, mehr oder weniger große Stellen des bereits dunklen Körpers wieder leuchtend machen. Einem entfernten Beobachter kann sich eine solche Begebenheit nicht anders als durch das plötzliche Aufleuchten eines neuen Sternes ankündigen“ (*Photometrische Untersuchungen* [1865] 247).

Vogel stellt sich 1877 noch wesentlich auf den Zöllnerschen Standpunkt (Berliner *Berichte* 1877, 256).

Auch Lohse (1877) betrachtet die Novae als ein vorübergehendes Stadium in der Entwicklung der Sterne, als das Stadium der plötzlichen massenhaften chemischen Verbindungen. „Es ist zweifellos“, sagt er, „daß jeder glühende Himmelskörper endlich das Stadium erreichen wird, wo diese chemischen Reaktionen beginnen; sie werden vielleicht schon, während der Stern noch leuchtete, die Ursache für temporäre Lichterhöhungen gewesen sein, da es, wie bekannt, chemische Verbindungen gibt, die bei ziemlich hoher Temperatur sich bilden können. Die Dämpfe dieser Verbindungen werden mit der Zeit wesentlich dazu beitragen, den Durchgang des Lichtes zu hemmen und durch ihre Vermehrung das endliche Erlöschen des Sterns für uns herbeizuführen, bis dann später, wenn die Temperatur so weit gesunken ist, daß die Vereinigung derjenigen elementaren Stoffe erfolgen kann, die einen beträchtlichen Bruchteil des Körpers ausmachen und eine bedeutende Verbrennungswärme entwickeln, ein plötzliches Aufleuchten des Sterns erfolgt, wobei nicht ausgeschlossen ist, daß sich dieser Vorgang bei ein und demselben Stern infolge der verschiedenen Dissoziationstemperaturen mehrmals wiederholt, bis alle möglichen Vereinigungen erfolgt sind“ (Berliner *Berichte* 1877, 826).

Gegen Lohses Hypothese ist nach Scheiner (a. a. O. 640) hauptsächlich einzuwenden, daß explosionsartige Wirkungen bei der Verbindung chemischer Elemente nur dann auftreten, wenn sich diese Elemente weit unterhalb der Ver-

bindungstemperatur befinden; sinkt aber die Temperatur von oberhalb des Dissoziationspunktes allmählich herab, so muß sich die Verbindung in ganz sanfter Weise vollziehen.

Die *Nova Coronae 1866* war der erste Neue Stern, welcher spektroskopisch untersucht wurde. Huggins und Miller erkannten, daß ein kontinuierliches Spektrum mit dunklen und hellen Linien vorhanden war. Diese Tatsache führte sie zu folgenden Betrachtungen:

„It is difficult to imagine the present physical condition of this remarkable object. There must be a photosphere of matter in the solid or liquid state emitting light of all refrangibilities. Surrounding this must exist also an atmosphere of cooler vapours, which give rise, by absorption, to the groups of dark lines.

„Besides this constitution, which it possesses in common with the sun and the stars, there must exist the source of the gaseous spectrum. That this is not produced by the faint nebulosity seen about the star is evident by the brightness of the lines, and the circumstance that they do not extend in the instrument beyond the boundaries of the continuous spectrum. The gaseous mass from which this light emanates must be at a much higher temperature than the photosphere of the star, otherwise it would appear impossible to explain the great brilliancy of the lines compared with the corresponding parts of the continuous spectrum of the photosphere. The positions of two of the bright lines suggest that this gas may consist chiefly of hydrogen. . . . The character of the spectrum of this star, taken together with its sudden outburst in brilliancy and its rapid decline in brightness, suggests to us the rather bold speculation that, in consequence of some vast convulsion taking place in this object, large quantities of gas have been evolved from it, that the hydrogen present is burning by combination with some other element and furnishes the light represented by the bright lines, also that the flaming gas has heated to vivid incandescence the solid matter of the photosphere. As the hydrogen becomes exhausted all the phenomena diminish in intensity and the star rapidly wanes“ (*Proc. RS* 15 S. 148. Vgl. Lockyer, On the Causes which produce the Phenomena of New Stars: *Phil. Trans.* 182 [1891] 403).

J. N. Lockyer äußerte 1877 bei Besprechung der Erscheinungen an der *Nova Cygni* zuerst die Ansicht, daß sie durch Zusammenstöße von Meteorströmen verursacht werden (a. a. O. 405).

In den „Transactions of the New Zealand Institute“ von 1878, 1879 und 1880 veröffentlichte A. W. Bickerton seine Theorie des tangentiellen Zusammenstoßes zweier Himmelskörper. Seiner kurzen Zusammenfassung im *Phil. Mag.* 50 S. 216 bis 223 entnehmen wir das Folgende:

„The especial point I wish to forward is that a grazing impact will generally result in the formation of a new body, whilst the two struck stars proceed on their journey; as it were, flint and steel have struck and have cut off a part

from each other, that results in an intensely heated spark. Because the non-colliding parts are but little affected by the collision I shall call such a phenomenon a ‚partial impact'.

„With stars of the same order of dimensions that our sun has, the velocity developed by mutual attraction will be hundreds of miles a second. When by impact this motion is converted into heat in the coalesced parts, the temperature will be practically the same, whatever the amount struck off; if the graze be small, the attractive power of the new body will also be small, and it is evident, that the velocity of the molecules may be great enough for every molecule to have more than the critical velocity; each molecule as it reaches the surface will consequently leave the body, never to return.

„The temperature may easily be from ten to a hundred million centigrade. It will of course vary with the chemical composition.

„Thus is produced in less than an hour a fiery mass expanding about a million miles an hour, and this increase in size will cause for a time an increase in brilliancy. Presently, however, the radial direction of the molecules will tend to cause their motion to become parallel, and will lessen the number of molecular encounters, and consequently the amount of radiation, so that after a time our bright star becomes a planetary nebula. In a year or so each molecule is wandering alone; the brilliant body and the nebula are gone. The body has lost its light, not by cooling, but by being too hot to hold together.

„The two stars that struck have been heated where they were sheared, and they are separating at a speed of hundreds of miles a second. Hence the spectrum of our nova is made up of a continuous spectrum, with broad, bright, indistinct bands produced by the expanding gas, and on this band are superimposed two other lines, bright or dark, dependent on the position from which we view the lake of fire produced by the impact. . . ."

W. H. S. Monck vergleicht 1885 das Aufflammen einer Nova mit den Lichterscheinungen einer Sternschnuppe (*Obs* 8 S. 335/36):

„Probably the following hypothesis has been propounded before, but I am not aware of its author, and in relation to the new star in *Andromeda* it seems worth stating again. It is, in short, that as shooting-stars are known to be dark bodies, rendered luminous for a short time by rushing through our atmosphere, new stars are dark (or faintly-luminous) bodies which acquire a short-lived brilliancy by rushing through some of the gaseous masses which exist in space.

„The existence of luminous gaseous nebulae in space has been rendered certain by the spectroscope. The existence of dark gaseous nebulae and dark stars (if the phrases be not improper) is at all events highly probable. The vast extent of some of the known gaseous nebulae renders it much more probable that a star should rush through one of them, than that two stars should come into collision. Gaseous nebulae sometimes occupy degrees in the sky, even supposing that the whole nebula is sufficiently luminous to be visible to us, while the

angular dimensions of a fixed star are always too small for measurement. The rush of a star through a gaseous nebula is therefore no improbable event; and it is certain that if it occurred the star would be highly heated, and its light greatly intensified. A nebula previously dark might be rendered luminous by the passage of the star, as our shooting-stars sometimes leave streaks of light behind them. The heated gas round the star might in such cases render the spectrum partly gaseous, but unless the heat was such as to vaporize the star it could not become wholly so. Now it would seem that new stars almost always occur in connection with nebulae, and so does another phenomenon which appears to be of the same kind, viz., variability either wholly irregular or with a very long period. The variability of a star would of course be irregular if its orbit was such as to pass through a nebula once without intersecting it a second time; while it would probably have a long period if the orbit after leaving the nebula returned to it again."

3. Im Jahre 1886 (*AN* 113, Nr 2710) hat Hugo v. Seeliger eine Hypothese zur Erklärung der Lichtabnahme der *Nova Andromedae* aufgestellt und rechnerisch ausgearbeitet. Er nimmt an, durch irgendwelche Katastrophe sei die Temperatur des Sterns plötzlich stark gestiegen, bald aber habe sie wieder abgenommen und zugleich die Helligkeit sich vermindert.

Seeliger untersucht die Abkühlung einer heißen Kugel mit Radius c unter folgenden Bedingungen: Die Kugel ist homogen in Bezug auf Wärmeleitung, so daß die Temperatur u überall der Differentialgleichung entspricht:

$$\Delta_t u = a^2 \Delta_2 u, \qquad a = \text{konst.} \tag{1}$$

Zur Zeit $t = 0$ sei die Temperatur der Kugel überall dieselbe, $= \beta$; die Temperatur des die Kugel umgebenden diathermanen Mediums sei $= 0$, der Koeffizient der Leitfähigkeit an der Oberfläche $= h$. Bekanntlich[1] ist die Temperatur u in einer Distanz r:

$$u = \frac{1}{r} \Sigma b_n e^{-a^2 \alpha_n^2 t} \sin \alpha_n r, \tag{2}$$

worin, wie auch nachher in (5) und (6), der Summenzeiger n von 1 bis ∞ geht; ferner ist

$$b_n = 2\beta h \frac{\alpha_n^2 c^2 + (hc-1)^2}{\alpha_n^2 c^2 + hc(hc-1)} \cdot \frac{\sin \alpha_n c}{\alpha_n^2} \tag{3}$$

und α_n eine Wurzel von

$$\alpha c \cos \alpha c + (hc - 1) \sin \alpha c = 0. \tag{4}$$

In Übereinstimmung mit den Bezeichnungen Seeligers setzen wir

$$\alpha_n = \frac{x_n}{c}, \qquad \rho = \frac{r}{c}, \qquad \mu^2 = \frac{a^2}{c^2}, \qquad 2\beta h = \frac{\gamma_1}{c}$$

[1] Für $u = f(r)$ zur Zeit $t = 0$ ist im allgemeinen: $ru = \Sigma b_n e^{-a^2 \alpha_n^2 t} \sin \alpha_n r$;

$$b_n = \frac{2}{c} \cdot \frac{\alpha_n^2 c^2 + (hc-1)^2}{\alpha_n^2 c^2 + hc(hc-1)} \cdot \int_0^c \lambda f(\lambda) \sin \alpha_n \lambda \cdot d\lambda; \qquad \alpha_n c \cos \alpha_n c + (hc-1) \sin \alpha_n c = 1.$$

und eliminieren hc mit Hilfe von (4). Dann wird

$$(5) \qquad u = \gamma_1 \Sigma \frac{1}{1 - \frac{\sin 2x_n}{2x_n}} e^{-\mu^2 x_n^2 t} \left(\frac{\sin x_n}{x_n}\right) \left(\frac{\sin \rho x_n}{\rho x_n}\right).$$

Die Lichtintensität I sei der $n$ten Potenz der Oberflächentemperatur u_c ($\rho = 1$) proportional; so wird

$$(6) \qquad I^{1/n} = \gamma_1 \Sigma X_n e^{-\mu^2 x_n^2 t}, \qquad \text{wo } X_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{\sin x_n}{x_n}\right) \cos x_n} \cdot \left(\frac{\sin x_n}{x_n}\right)^2.$$

Beschränkt man sich auf die zwei ersten Glieder und setzt

$$\mu x_1 = \alpha, \qquad \frac{X_2}{X_1} = \delta, \qquad \frac{x_2}{x_1} = \varepsilon, \qquad X_1 \gamma_1 = \Gamma,$$

so wird

$$(7) \qquad I^{1/n} = \Gamma e^{-\alpha^2 t} (1 + \delta e^{-\alpha^2 (\varepsilon^2 - 1) t}).$$

Setzt man noch nach dem Pogsonschen Gesetz $I = I_0 (0.4)^G$, wo G die Größe angibt, so erhält man unter Einführung der neuen Konstante $p = {}^e\log \Gamma / I_0^{1/n}$:

$$(8) \qquad \frac{G}{n} = p - \frac{\alpha^2}{{}^e\log 0.4} t + \frac{\log (1 + \delta e^{-\alpha^2 (\varepsilon^2 - 1) t})}{{}^e\log 0.4}.$$

Hier hat man über n, p, α, x_1 und den Nullpunkt der Zeit so zu verfügen, daß den Beobachtungen am besten Genüge geleistet wird. δ und ε ergeben sich als Funktionen von x_1.

Seeliger findet, daß die aus phm. Messungen abgeleiteten Größen von G. Müller sich für sehr verschiedene n fast gleich gut darstellen lassen. Im ersten Versuch setzt Seeliger $n = 1$, $p = 8.23$, $\frac{\alpha^2}{{}^e\log 0.4} = -0.04$, $x_1 = 150^0$, $t_0 = 1885$ Aug. $27^1/_3$ M. Z. Berlin und findet mit diesen Werten die in der folgenden Tabelle unter R angeführten Größen, während unter B die von Müller beobachteten phm. Größen gegeben sind.

1855	B	R	$B - R$
Sept. 2	$7^m.95$	$8^m.19$	— .24
3	8 .16	8 .26	— .10
9	8 .46	8 .62	— .16
10	8 .61	8 .68	— .07
12	8 .92	8 .78	+ .14
15	9 .06	8 .93	+ .13
16	9 .19	8 .97	+ .22
17	9 .02	9 .02	0
20	9 .19	9 .15	+ .04
21	9 .36	9 .20	+ .16
29	9 .50	9 .54	— .04
Okt. 10	9 .93	9 .99	— .06
13	10 .04	10 .11	— .07

Hierbei sind zwar von der Formel (5) das dritte und die folgenden Glieder vernachlässigt; die Rechnung mit den angenommenen Werten von (6) ergab aber, daß der Einfluß dieser Glieder auf die Helligkeit nur sehr gering ist.

Im großen und ganzen können also die Helligkeitsänderungen durch eine Formel von der Gestalt (5) dargestellt werden. Freilich sind bei diesem ersten Versuch die Abweichungen noch systematischer Natur; es unterliegt aber keinem Zweifel, daß durch Variation der Konstanten der Anschluß verbessert werden könnte.

Hieraus schließt Seeliger, daß den Beobachtungen Genüge geschehen könne durch die Annahme, die Katastrophe, welche das Aufleuchten des Sterns hervorgebracht hat, sei sehr durchgreifend gewesen, sie habe den größten Teil der Masse des Sterns in Mitleidenschaft gezogen. Er neigt zu der Ansicht, daß der Andromedastern durch einen Zusammenstoß mit einem andern Weltkörper seine enorme Wärmezufuhr erlangt habe. Das hätte an sich nichts Unwahrscheinliches, wenn man annimmt, der Andromedanebel bestehe zum größten Teil aus unzähligen schwachen Sternchen.

Eine Schwierigkeit gegen diese Auffassung wurde von Scheiner erhoben (*Spektr.* 300); sie liegt in der raschen Helligkeitsabnahme der Nova, welche darauf hindeutet, daß die Ursache des Aufleuchtens nur die äußersten Schichten betroffen haben könne, ohne tiefer ins Innere vorzudringen. — Es versteht sich, daß dann auch das Gesetz der homogenen Wärmeleitung im Innern nicht einmal als erste Annäherung gültig ist. — Immerhin ist als bleibendes Resultat dieser Untersuchung festzuhalten, daß die Lichtabnahme der *Nova Andromedae* durch eine Formel von der gegebenen Gestalt dargestellt werden kann.

J. Wilsing[1] (1890) wendet die Klinkerfuessche Fluthypothese auf die Neuen Sterne an. Er sagt: „Ist die Deformation, welche die Atmosphäre des Sterns durch die Anziehung eines in sehr exzentrischer Bahn sich bewegenden Begleiters bei seinem Periheldurchgang erleidet, von der Ordnung ihrer Höhe, so wird ein Teil der Oberfläche des Sterns freigelegt. . . . Gleichzeitig mit der Beseitigung der absorbierenden atmosphärischen Hülle erfolgen gewaltige Eruptionen glühender Gasmassen aus dem Innern des Sterns, deren Ursache man gleichfalls in der Anziehung des Begleiters zu suchen hat. Unter diesen Umständen tritt zunächst eine Aufhellung des kontinuierlichen Spektrums ein. Dasselbe ist durchzogen von Absorptionsbändern, welche von den noch bedeckten Teilen der Oberfläche des Sterns herrühren, und von hellen Linien, welche die aus dem Innern hervorbrechenden, glühenden Gasmassen liefern. Mit zunehmender Entfernung des Begleiters nach seinem Durchgang durch das Perihel wird die Oberfläche des Sterns wiederum von der Atmosphäre bedeckt, die Intensität des kontinuierlichen Spektrums nimmt rasch ab, und zwar verlieren die violetten Strahlen, wenn eine der

[1] Über den Lichtwechsel *Algols* und über die Klinkerfuessche Erklärung des veränderlichen Lichtes bei Sternen der III. Spektralklasse: *AN* 2960 (1890).

Sonnenatmosphäre ähnliche Beschaffenheit der Hülle vorausgesetzt wird, schneller an Helligkeit als die auch optisch wirksamsten Strahlen mittlerer Brechbarkeit. Die hellen Linien, welche von den glühenden Gasen herrühren, die sich ihrer geringen Dichtigkeit wegen über der absorbierenden Schicht befinden, treten zunächst deutlicher hervor; man erhält ein Emissionsspektrum von ähnlicher Art, wie man es häufig über Sonnenflecken zu beobachten Gelegenheit hat. Erst allmählich verschwinden die hellen Linien mit abnehmender Temperatur der Gasmassen.“ Mit dieser Theorie stehen nach Wilsing die Beobachtungen Vogels über das Spektrum des neuen Sternes im Schwan (Berliner *Berichte* 1877) in vollem Einklang.

C. Das Erscheinen der *Nova Aurigae 1891.*

4. Wir kommen jetzt zu den spektrographischen Beobachtungen der *Nova Aurigae 1891*, welche eine Fülle von interessanten Einzelheiten boten, die sich im Laufe des Lichtwechsels zeigten. Statt auf alle diese Einzelheiten einzugehen, beschränken wir uns auf ein Hauptmerkmal: das paarweise Auftreten von hellen und dunklen Linien.

Wie erwähnt, hatte schon Huggins 1866 helle und dunkle Linien im Spektrum der *Nova Coronae* entdeckt; Vogel (a. a. O. 250) beschrieb das Spektrum der *Nova Cygni 1877* als kontinuierlich, durchzogen von zahlreichen dunklen Linien und Streifen und von mehreren hellen Linien. Bei der *Nova Aurigae* fiel es aber Huggins auf, und es wurde bald von allen Seiten bestätigt, daß sämtliche hellen Wasserstofflinien auf der brechbareren Seite von breiten, dunklen Absorptionslinien begleitet waren, und daß auch viele andere helle Linien dunkle Komponenten an derselben Seite hatten (vgl. *AN* 129, Nr 3079). Die dunklen Linien waren nach Rot scharf begrenzt, nach Violett mehr verwaschen; die hellen Linien waren nach Violett schärfer begrenzt als nach Rot. Besonders auffallend aber war die starke relative Verschiebung der Mitte der hellen und dunklen Linien. Wollte man diese Verschiebung nach dem Dopplerschen Prinzip deuten, so käme man auf einen Geschwindigkeitsunterschied von ungefähr 1300 km im Visionsradius für die beiden Komponenten. Die einzelnen Messungen wichen jedoch beträchtlich voneinander ab; so schwankten die positiven Geschwindigkeiten der hellen Linien zwischen 250 und 450 km. Auch blieb eine Unsicherheit betreffs der wirklichen Mitten der Komponenten, da diese einander vielleicht teilweise überlagerten. Jedenfalls waren die dunklen Linien viel stärker nach Violett verschoben als die hellen nach Rot.

Ähnliche Abwechslung und Lage der Linienpaare wurden beobachtet bei der *Nova Normae 1893* und der *Nova Carinae 1895*; auch die verschiedenen Abbildungen des Spektrums der *Nova Cygni 1876* deuten nach Vogel darauf hin, daß hier ebenfalls die hellen Linien nach Rot, die entsprechenden Absorptionslinien nach Violett gelegen waren. Endlich hat die *Nova Persei 1901* aufs glänzendste bestätigt, daß die Erscheinung der Doppellinien als ein charakteristisches Merkmal der Nova-Spektren zu betrachten ist.

In lebhafter Weise schildert P. W. Sidgreaves die Schwierigkeiten, welche dieses eigentümliche Spektrum den Astronomen bietet. Er schreibt im *Journ. BAA* 3 (1892/93) 23 f:

„The short-lived glory of the star [*Nova Aurigae*], as Miss Clerke and Dr. Huggins have shown, excludes the possibility of any mighty collision in the heavens. The great heat developed in this way would necessarily be the birth of a new and lasting star. And the position of the star in the milky way — the region of Novae as known to us so far — suggests, with the highest probability, a distance great amongst the greatest of stellar computations, and consequently an enormous development of heat to give us the light of a 5th magnitude star. Miss Clerke's estimate of 100 times the heat of our sun is not an exaggeration; and we have to reconcile this with its speedy disappearance.

„But the chief interest in the star is centred in the interpretation of its spectrum. The brilliant array of bright lines, spread out by the prism, presented the general characters of our solar chromospheric eruptions; while the absence of the chief nebular lines, and of the hydrocarbon bands has gone far to separate the class of temporary stars from the nebulous and cometary stellar aggregations. The hydrogen lines shone with their usual prevailing lustre in the visual spectrum, and the whole series of its more active rays, up to the probable limits of the photographic transparency of our atmosphere are stamped upon a plate exposed by Dr. Huggins. All were broad and strong, and each had a dark companion on its more refrangible side; and every other prominent line was similarly set off by what appeared to be the shadow of itself.

„Here was the mystery. The mode of measuring the radial components of stellar motions, first applied with success to *Sirius* by Dr. Huggins, had here its illustration on the grandest scale in the great separation of the absorption lines from their bright reversals. Its revelation of the astonishing relative velocity of the two sources, of over 500 miles in the second, maintained without flagging throughout the seven weeks during which the spectrum could be watched, has strained our imaginations and our reason to find a true cause, one free from grave suspicions, or one even that can be accepted without a shudder.

„There appears however, to be a very general consensus of astronomical thinkers that the double spectrum, together with its evidence of the high and sustained velocities, is a conclusive demonstration of two independent sidereal masses flying in opposite directions along our line of sight. If this be the truth, the year which is now growing old [Dez. 1892] has been marked by a more than memorable event, possibly the solitary incident of the kind in stellar history, the chance meeting of two flying wanderers, at a speed unaccounted for by gravitation, and in the one linear direction by which their headlong rush could become known to us. There is in this an accumulative improbability of the greatest

weight, which cannot leave the mind at peace with its own conclusions. However satisfactory be the other parts of an explanatory hypothesis, whether we accept the plunge of a swarm of meteors into an attenuated nebulous or gaseous sea, or the clashing of the two meteor swarms of Prof. Lockyer, or what appears to us more than probable, the tidal upset of equilibrium by the near approach of two celestial bodies, as advocated by Dr. Huggins, or the electromagnetic storm, according to Miss Clerke, as the cause of the outburst of heat and light; everywhere the clearness of our intellectual conception of it is darkened by the spectrum of an unimaginable unaltering and unaccountable velocity; and we may admit that the lines of our reasoning are, like the spectrum of the Nova, everywhere attended by dark companions. . . ."

Zweites Kapitel.

Die Theorien der Neuen Sterne.

Die große relative Verschiebung der hellen und dunklen Linien wurde, wie auch Sidgreaves bemerkt, anfangs allgemein auf das Dopplersche Prinzip zurückgeführt. Nach dieser Erklärungsweise hätte man entweder zwei Meteorströme, die zusammenstoßen (Lockyer), oder zwei (oder mehrere) Weltkörper, die mit großer Geschwindigkeit in hyperbolischer Bahn aneinander vorbeigehen (Huggins, Belopolsky, Vogel); der eine Körper gibt ein Spektrum mit hellen Linien, der andere ein Absorptionsspektrum. Andere führen die großen relativen Geschwindigkeiten auf gewaltige, aus dem Innern der Nova ausgeschleuderte Gasmassen zurück, sei es daß man an zyklonartige Stürme auf der Oberfläche zu denken hat (Sidgreaves) oder an Zerstreuung der glühenden Gase in den Weltraum (W. H. Pickering). Wesentlich davon verschieden ist die Theorie Seeligers, der die geforderten großen Geschwindigkeiten durch die Anziehung erklärt, welche ein in eine Nebelmasse eingedrungener Weltkörper auf die einzelnen Nebelteilchen ausübt. Halm hat dann auf Grund der Seeligerschen Hypothese durch Annahme einer Wirbelbewegung, welche die Nova auf ihrem Wege durch den Nebel begleitet, das Spektrum im einzelnen zu deuten gesucht. — Wir lassen hier die verschiedenen Theorien folgen.

A. Die ersten Entwürfe von Erklärungen.

5. J. N. Lockyer (On the Causes which produce the Phenomena of New Stars: *Phil. Trans.* 182 [1891] 407) erklärt das Entstehen des Doppelspektrums nach seiner Meteoritenhypothese also:

„The discussion of the observations which have been made of the changes that take place in the spectra of new stars, has already shown that the sequence of phenomena is strikingly similar to that which occurs in cometary spectra after perihelion passage. In general, however, there will be a difference: namely that

in comets there is usually only one swarm to be considered, where as in new stars, there are two, which may or may not be equally dense. In new stars, we have accordingly the integration of two spectra, and the spectrum we see will depend upon the densities and relative velocities of the two swarms. At one part of the mixed swarm the temperature must generally be considerably higher than at another, in consequence of the greater number of collisions occurring locally, and the temperature would be lowest where the outliers were engaged.

„In new stars, therefore, it is possible for us to have the radiation spectra of vapours corresponding to sparse swarms of meteorites (nebulae, bright-line „stars", and comets away from perihelion), and the mixed radiation of carbon, with the fluting absorption of metallic vapours, corresponding to bodies of Group II.[1], and to comets nearer perihelion. That is to say, we may have the radiation lines of hydrogen and fluting of magnesium at 500, *plus* the radiation of carbon and fluting or line absorption of manganese, lead, iron etc., a condition which cannot occur when only a single swarm is in question."

6. Die Ansicht von Huggins (*Proc. RS* 15, 148; 51, 494; 54, 35) wird von A. L. Cortie wie folgt zusammengefaßt (The Temporary Star in *Auriga*: *Astron. and Astroph.* 12 [1893] 537):

„Conceive two bodies in different stages of evolution, but still of the solar class, to be travelling through space with enormous speed. . . . Moreover let us postulate that they are moving in hyperbolic orbits, and again that these orbits are performed in planes not very much, if at all tilted to our line of sight. . . . What will occur if furthermore these two bodies pass sufficiently close to one another? On the Klinkerfues-Wilsing hypothesis, they will mutually deform one another, set up tides in the gaseous materials of which they are composed, and induce some differences of pressure in their respective atmospheres as will be capable of producing enormous eruptions from the hotter interior layers of the two globes. Thus would the chromospheric lines, the number of lines, the hydrogen spectrum, the reversal phenomena, the sudden outburst of light, its fluctuations, and its final waning be accounted for. And the two stars are only to be supposed to be rushing the one towards us, and this one giving the dark lines superposed upon the faint continuous spectrum, and the other, which gave the bright lines, receding from us, and we have the curious matching of bright by dark bands, and the observed displacement of the lines from their normal positions. The permanence of this displacement can be met by the assumption of the motion of the two bodies as having taken place in hyperbolic orbits,

[1] Bekanntlich teilt Lockyer die Himmelskörper in sieben Gruppen: „Group I. — Radiation lines and flutings predominant. Absorption beginning in the last species. Group II. — Mixed radiation and absorption predominant" usw. (The Meteoritic Hypothesis 381).

so that after their swing round one another, the components of their velocities in the line of sight would continue nearly constant for a long time."

7. Belopolsky (Spektrum der *Nova Aurigae*: *Mélanges mathém. et astron.* 7 [1892] 297) spricht seine Ansicht über das Nova-Spektrum in folgenden Sätzen aus:

„Zur Erklärung des ganzen Vorganges bleibt nur die Annahme übrig, daß wir es mit zwei oder mehreren Körpern angehörenden, übereinander gelagerten Spektren zu tun haben. Der eine Körper mit einer starken Wasserstoffatmosphäre und verhältnismäßig niedriger Temperatur bewegt sich mit einer enormen Geschwindigkeit auf uns zu, während der zweite, mit hellen Wasserstofflinien im Spektrum, eine hohe Temperatur besitzt und vielleicht während der Beobachtungszeit sich mit veränderlicher Geschwindigkeit erst von uns weg, dann auf uns zu bewegte.

„Letzterer könnte aus mehreren kleineren Körpern bestehen, deren Bewegungsrichtung verschiedene Winkel mit dem Visionsradius einschlössen. Die Konstanz und enorme Größe der Geschwindigkeit des ersten Körpers läßt darauf schließen, daß dies der Hauptkörper des Systems ist, und daß die Geschwindigkeit seiner eigenen Trägheit, nicht aber der Anziehung eines andern Körpers zuzuschreiben ist. Der zweite Körper (oder das zweite System von Körpern) ist dann derjenige, welcher in der Atmosphäre des ersteren aufgeflammt ist. Er muß im Vergleich mit dem ersten Körper eine kleinere Masse besitzen, und deswegen konnte die durch seine Bewegung in der Atmosphäre des ersteren erzeugte Wärmemenge genügen, ihn in glühenden Dampf zu verwandeln. Die Erscheinung muß der Explosion von Boliden in der Atmosphäre unserer Erde (oder eines Kometen im Perihel), deren kleine Masse aufleuchtet und sich in glühende Gase verwandelt, ohne unsere Atmosphäre zum Leuchten zu bringen, analog gewesen sein.

„Diese kleine Masse hat wahrscheinlich eine hyperbolische Bahn um den Hauptkörper beschrieben. Nachdem sie die Gashülle desselben verlassen, mußte ihr Glanz sehr rasch verlöschen, wie wir das in der Tat gesehen haben. Sekundäres Aufleuchten ist ja auch bei Boliden und Kometen häufig beobachtet worden, so wie fortwährendes Schwanken der Helligkeit während der letzten Zeit der Sichtbarkeit."

8. Vogel schlägt folgende Erklärung vor: Der Körper, der das kontinuierliche Spektrum mit Absorptionsbändern zeigt, kommt plötzlich einem dem unsrigen ähnlichen Sonnensystem, dessen Zentralstern durch allmähliche Abkühlung seine Leuchtkraft verloren hat, mit einer Geschwindigkeit von ca 90 Meilen nahe. Enorme Störungen, Zusammenstöße einzelner Glieder des Systems und dadurch bedingte Lichterscheinungen sind unausbleiblich. Durch den nahen Vorübergang an einem größeren oder an mehreren kleineren Körpern des Systems, vielleicht auch durch direkten Zusammenstoß mit kleineren Körpern, ist der in das System eintretende Stern plötzlich in den hohen Glühzustand versetzt worden, den er

wegen des weit ins Violett sich ausdehnenden kontinuierlichen Spektrums mit Absorptionslinien gehabt haben muß. Die kleinen Körper haben hierbei teilweise selbst enorme Erhitzung und eine mehr oder minder große Geschwindigkeit erhalten, der das Spektrum mit hellen Linien seine Entstehung verdankt. Da die Bewegungen der Körperchen durch den Zentralkörper reguliert waren und deshalb eine wirkliche Strömung mit vorherrschender bestimmter Richtung gegen den eindringenden Körper besaßen, wird es erklärlich, weshalb die hellen Linien verbreitert, einseitig verschoben und verwaschen waren. Durch Störungen der Niveauflächen und dadurch bedingte Eruptionen sind auch Erhitzungen in den Atmosphären des Zentralkörpers und der größeren Körper des Systems erfolgt, die ebenfalls ein Spektrum mit vorzugsweise hellen Linien gegeben haben werden. Es erklärt sich hiermit auf einfache Weise das Intensitätsmaximum in den hellen Wasserstofflinien, welches eine geringe Bewegung im Weltraume andeutet, und welches anfänglich die größte Intensität besaß.

Vogel glaubt auch noch manche andere Einzelheiten in dem Verlauf der spektroskopischen Erscheinungen durch seine Hypothese ungezwungen erklären zu können.

9. Sidgreaves hat die Hugginssche Theorie etwas abgeändert, da die enormen Geschwindigkeiten und ihre Fortdauer während mehrerer Wochen sowie der Umstand, daß der eine Körper sozusagen „a dark replica“ des andern sein müßte, dieser Theorie große Schwierigkeiten bereiten. Nach Sidgreaves wird zwar die ursprüngliche Gleichgewichtsstörung verursacht durch den nahen Vorübergang zweier Körper aneinander; allein alle Lichterscheinungen seien dem Lichte eines einzigen der beiden Körper zuzuschreiben. Man habe einen zyklonischen Sturm ähnlich denen, welche man in der Sonne sieht, aber in viel größerem Maßstabe: „A great cyclonic storm of heated gases would produce this double effect [d. i. the dark lines matching the bright lines] if the heated gases were rushing towards us in the lower depths of the atmosphere, trending upwards and returning over the stellar limb. In the lower positions the advancing outrush would be screened by a great depth of absorbing atmosphere (hence the dark lines), while as a high retreating current its radiation would be along a clear line to our spectroscopes [the corresponding bright lines]“ (*Obs* Nr 193 S. 364; vgl. A. L. Cortie a. a. O.).

10. W. H. Pickering (A Study of *Nova Aurigae* and *Nova Normae*: *Astron. and Astroph.* 13 [1893] 201) erklärt das Doppelspektrum folgenderweise:

„ . . . Let us imagine a rather dark sun, with a viscous surface and gaseous interior. After many centuries of quiescence and contraction a series of eruptive prominences upon an enormous scale burst forth, spreading in every direction, and completely enveloping the star upon all sides. When they first appear, they present a spectrum of bright lines, but in a few hours the gases first emitted

have receded to a considerable distance from the star and have cooled down owing to the rapid expansion involved by their recession, which causes them to fill a very much larger sphere than that originally occupied by them. Thus the star very soon becomes enveloped in an atmosphere whose outer regions are comparatively cool. The velocity of the emitted gases is so great, however, that they do not fall back at once, as in the case of the sun, but continue to recede from the star in all directions. . . . This cold advancing atmosphere produces a series of dark absorption lines. It at the same time cuts off the light from the hot advancing prominences behind it. . . . The hot receding prominences, however, extending away for perhaps millions of miles behind the limb of the star, give out a light whose wave-length cannot be absorbed by the cold advancing atmosphere. They therefore shine with their full brilliancy. The phenomenon may last for several weeks or months, until the internal pressure is relieved."

11. Deslandres (*CR* 154 [1912] 1321/27) stellt sich wesentlich auf den Standpunkt der Zöllnerschen Explosionshypothese. Die Verschiebungen der hellen Linien nach Rot, der dunklen nach Violett erklärt er teilweise durch die auf- und absteigende Geschwindigkeit hinausgeschleuderter Gasmassen, teilweise durch den gewaltigen Druck. Wegen seiner hohen Temperatur soll der Neue Stern eine große Menge positiver oder negativer Elektronen hinausstrahlen; unter dem Einfluß seiner totalen elektrischen Ladung bewegen sich die Ionen und Elektronen entgegengesetzter Zeichen vertikal in seiner Atmosphäre in entgegengesetztem Sinne, wodurch auch die spektralen Verschiebungen zum Teil erklärt werden sollen.

B. Seeligers mathematisch-physikalische Theorie.

Ein großer Fortschritt zur Erklärung der Nova-Erscheinungen war Seeligers Nebeltheorie. In seinem Aufsatz „Über den neuen Stern im Fuhrmann (*T Aurigae*)" (*AN* 3187) macht er auf die auch von Sidgreaves hervorgehobenen Bedenken gegen die Theorie eines Zusammenstoßes zweier Himmelskörper aufmerksam, nämlich auf die große Unwahrscheinlichkeit eines solchen Zusammenstoßes und auf die ganz abnormen Geschwindigkeiten. Wolle man im Falle der *Nova Aurigae* die relative Geschwindigkeit von 120 Meilen als eine Folge der Anziehung betrachten, so gelange man zu dem Resultat, daß die beiden Himmelskörper nur dann eine Parabel umeinander beschreiben könnten, wenn die Massen beider zusammen viel größer als 15000 Sonnenmassen wären. Für eine hyperbolische Bewegung aber komme man zu kleineren Massen nur, wenn man voraussetze, daß die große relative Geschwindigkeit fast ganz von Anfang an bestanden hat. Drittens sei es nicht begründet, das einfache Aneinandervorübergehen zweier dunkler Körper ohne weiteres als die Ursache ihres Aufleuchtens, und zwar ganz nach Belieben mit kontinuierlichem oder diskontinuierlichem Spektrum, anzunehmen. Über solche Einwirkungen sei gar nichts bekannt; in jedem Falle hingen sie von

so vielen Nebenumständen ab, daß es sehr gewagt erscheine, eine Hypothese auf solche Grundlagen aufzubauen.

Fügen wir gleich hinzu, daß durch die Erscheinung späterer Novae, welche alle ähnliche Doppelspektra zeigten, die Hypothese eines solchen Zusammenstoßes als ganz unhaltbar erwiesen wurde. Auch Vogel hat schon vor dem Erscheinen der *Nova Persei* auf diese und andere Gründe hin seine Hypothese aufgegeben; er schreibt im *ApJ* 11 (1900) 390: „ . . . Since in the stars which have appeared more recently, *Nova Normae* and *Nova Carinae*, the same pairs of bright and dark lines were found, in which, as in the spectrum of *Nova Aurigae*, the emission lines lay on the less refrangible side; and since similar lines can be observed in the spectra of β *Lyrae* and *P Cygni* (the Nova of 1600); and particularly since no change in the distance between the bright and dark lines could be detected during the whole of the first apparition of *Nova Aurigae* and the lines remain unchanged in position in the spectrum of *P Cygni* — while in β *Lyrae*, though they vary during the star's period, the changes are never so great as to reverse the positions of the dark and bright lines — doubts as to the applicability of Doppler's principle to such cases appeared to be more and more fully justified. . . ."

12. Seeliger erklärt die Nova-Erscheinungen durch das Eindringen eines relativ dunklen Weltkörpers in eine kosmische Nebelmasse. Denselben Gedanken hat auch Monck schon ganz klar ausgesprochen (vgl. oben S. 8 f); der wesentliche Unterschied besteht jedoch darin, daß Monck nur den Widerstand, den der Nebel dem eindringenden Körper entgegenstellt, in Betracht zieht, während Seeliger seine Erklärung hauptsächlich auf die Anziehung stützt, die der Weltkörper auf die Nebelteilchen ausübt.

Seeliger weist darauf hin, wie in seiner Hypothese die Schwierigkeiten gegen die Kollisionstheorie ganz fortfallen. Es unterliegt nach ihm erstens keinem Zweifel, daß der Weltraum geradezu angefüllt ist mit mehr oder weniger ausgedehnten Gebilden sehr dünn verstreuter Materie. Daß ein Weltkörper in eine solche Wolke gerät, sei an sich nicht unwahrscheinlich. Zweitens erkläre sich leicht das Entstehen zweier übereinander gelagerter Spektra, deren eines, das Spektrum des Weltkörpers, im allgemeinen kontinuierlich und infolge der davor gelagerten glühenden Gasmassen mit Absorptionsstreifen versehen sei, während das andere in der Hauptsache aus hellen Linien bestehe. Drittens komme man zu einer annehmbaren Erklärung der großen relativen Geschwindigkeiten, die das Spektrum anscheinend voraussetzt. Unter Einwirkung der Anziehung, sagt er, werden die Teilchen um den Mittelpunkt des Weltkörpers Hyperbeln beschreiben, und zwar erhalte man ohne allzu gewagte Annahmen Geschwindigkeiten, die den im Spektrum konstatierten relativen Verschiebungen nach dem Dopplerschen Prinzip entsprechen. Viertens folge aus den gemachten Ausnahmen von selbst, daß die Spektrallinien der mit so ganz verschiedenen Geschwindigkeiten sich vom Körper fortbewegenden Teilchen

sehr verbreitert sein müßten, und daß selbst verschiedene Helligkeit der einzelnen Partien dieser Linien, also das Auftreten etwaiger Intensitätsmaxima, eine notwendige Begleiterscheinung sei. Fünftens, solange sich der Weltkörper innerhalb des Nebels bewege, würden immer von neuem die genannten Erscheinungen hervorgerufen, woraus dann folge, daß die Eigentümlichkeiten des Spektrums im großen und ganzen längere Zeit bestehen bleiben müßten. Ebenfalls sei es nicht auffällig, daß der Stern innerhalb des Nebels seine Helligkeit weniger stark ändere, während sie nach dem Austritt aus der Wolke ziemlich stark abnehme. Auch dies stimme zu der bei der *Nova Aurigae* beobachteten Lichtkurve; man brauche nur anzunehmen, daß der Stern Anfang Dezember 1891 in das betreffende kosmische Gebilde eingetreten sei und es nicht gar lange vor Anfang März verlassen habe.

Seeliger stellt sich dann die Frage, „wie es kommt, daß so lange Zeit hindurch die große relative Geschwindigkeit bestehen bleiben konnte, obwohl doch ein solcher Widerstand stattgefunden haben muß, daß durch ihn die zum Erglühen des Körpers nötige Wärme entstehen konnte". Um diese Frage zu entscheiden, vergleicht er die durch Widerstand beeinflußte Bewegung des Sterns mit der eines Meteors in den oberen Schichten der Atmosphäre.

13. Nehmen wir mit Seeliger an, daß die geradlinige Bewegung des Sterns durch die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = -\lambda v^n \tag{1}$$

gegeben sei, wo v die Geschwindigkeit, $n > 1$ und λ eine Konstante bedeutet, die der Oberfläche des kugelförmigen Körpers und der Dichtigkeit des Mediums proportional und der Masse des Körpers umgekehrt proportional ist. Die Gleichung für die Bewegung eines Meteors sei:

$$\frac{dv'}{dt'} = -\lambda' v'^n, \tag{2}$$

wo eine andere Zeiteinheit gewählt ist als im ersten Fall. Es fragt sich: Wie müssen die beiden Zeiteinheiten sich verhalten, damit das Verhältnis $\frac{v'}{v}$ der Geschwindigkeiten von Anfang an konstant bleibe? Man findet:

$$\begin{aligned} \frac{v'}{v} &= \frac{dv'}{dv} = \frac{\lambda'}{\lambda}\left(\frac{v'}{v}\right)^n \frac{dt'}{dt}, \\ \frac{dt'}{dt} &= \left(\frac{v}{v'}\right)^{n-1} \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{t'}{t}. \end{aligned} \tag{3}$$

Nennt man m, O, r, δ und m', O', r', δ' Masse, Oberfläche, Radius und Dichtigkeit des Weltkörpers bzw. des Meteors, D und D' die Dichtigkeit der kosmischen Wolke bzw. der in Frage kommenden Luftschichten, so ergibt sich:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{DOm'}{D'O'm} = \frac{r'\delta' D}{r\delta D'}. \tag{4}$$

Setzt man noch $r = k$mal den Sonnenradius ($= 700 \times 10^6$ Meter) und $r' = r'$ Meter, ferner $v = 30$ (Einheit: Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn), $t = 100$ Tage und $v' = 2$, was einem relativ schnell bewegten Meteor entspricht, schließlich $n = 2$, so wird:

$$(5) \qquad \frac{t'}{t} = \frac{15}{700 \cdot 10^6} \cdot \frac{r' \delta' D}{k \delta D'} = 0^s.185 f \qquad \left(f = \frac{r' \delta' D}{k \delta D'}\right).$$

„Es spielt sich also die Bewegung des Sternes in 100 Tagen ungefähr ab wie die des Meteors in 0.185 Sekunden, wenn $f = 1$ gesetzt wird. Da es außerdem freisteht, D/D' klein anzunehmen, so kann man auf einen sehr kleinen Teil einer Sekunde kommen, und da innerhalb einiger Hundertstel der Sekunde die Bewegung in den höchsten Teilen der Atmosphäre eine merkbare Verlangsamung nicht mehr zeigt, wird eine solche bei dem Sterne auch nicht eintreten. Es liegt hier offenbar dieselbe Erscheinung vor, die sich darin zeigt, daß kleine, schwere Gegenstände einen weit größeren Luftwiderstand aufzuweisen haben als große. . . .“

Um dann zu zeigen, daß trotz dieser geringen Verlangsamung der Bewegung doch genügend viel Bewegungsenergie in Wärme verwandelt wird, um den Stern in oberflächliches Glühen zu bringen, berechnet Seeliger die Wärmemengen Q und Q', welche in der Zeitsekunde auf einer Oberflächeneinheit bei Meteor und Stern erzeugt werden. Das Verhältnis der Abnahmen der Bewegungsenergie in gleichen Zeiten für je eine Oberflächeneinheit ist:

$$(6) \qquad \frac{dQ'}{dQ} = \frac{O}{O'} \cdot \frac{m' v' dv'}{m v dv} \cdot \frac{dt}{dt'} = \frac{O m' \lambda'}{O' m \lambda} \left(\frac{v'}{v}\right)^{n+1} = \frac{D'}{D} \left(\frac{v'}{v}\right)^{n+1}.$$

Mit den obigen Zahlen $\frac{v}{v'} = 15$, $n = 2$ wird dies:

$$\frac{dQ'}{dQ} = \frac{1}{3375} \cdot \frac{D'}{D},$$

„so daß man die Dichtigkeit des kosmischen Mediums gegen diejenigen ebenfalls schon sehr dünnen Luftschichten, in welchen das Erglühen der Meteore nachweisbar stattfindet, sehr wenig dicht annehmen kann und doch die nötige Wärmemenge bekommt“.

14. Seeligers Betrachtungen über die Analogie zwischen dem Falle eines Meteors und dem eines Sternes, der in einen Nebel gerät, haben wir der Vollständigkeit halber wiedergegeben. Die Vergleichung scheint uns aber weniger geeignet. Im Falle eines Meteors nämlich wird die Wärme erzeugt auf Kosten der Bewegungsenergie, die dem Meteor innewohnt[1], und eine merkliche Anziehung ist

[1] Aus den Beobachtungen der Sternschnuppen hat man gefolgert, daß diese bei etwa 150 km Höhe aufleuchten und bei etwa 80 km erlöschen. Nach Wegener spielt sich der ganze Vorgang in der „Wasserstoffsphäre“ der Erde ab: „Die Leuchterscheinung selber ist offenbar auf die nahezu adiabatische Kompression des Gases vor den Meteoriten zurückzuführen; bei der großen Geschwindig-

ausgeschlossen; im Falle des Neuen Sterns dagegen wird die große relative Geschwindigkeit erzeugt durch die Anziehung, wodurch die Teilchen, anfangs zwar einseitig, bald aber von allen Richtungen auf den Körper aufprallen und ihn ins Glühen bringen. Die Frage, „wie es kommt, daß so lange Zeit hindurch die große relative Geschwindigkeit bestehen bleiben konnte", läßt sich also ganz einfach beantworten: es kommt durch die Anziehung des Weltkörpers. Die relative Geschwindigkeit des Weltkörpers in Bezug auf den Nebel als Ganzes ist hier kaum von Belang.

Übrigens hat Seeliger selbst in einem späteren Aufsatz (Über das Eindringen eines Weltkörpers in eine kosmische Staubwolke: *AN* 4326 [1909]) das erste Aufleuchten eines Neuen Sterns unter annehmbaren Voraussetzungen sehr befriedigend klargelegt. Sein Gedankengang war dabei folgender:

15. Nehmen wir an, es sei ein kugelförmig geschichteter Körper gegeben mit Masse M und Radius R (Fig. 1). Eine Staubwolke nähert sich ihm; in sehr großer („unendlicher") Entfernung vom Weltkörper hatten die Teilchen der Wolke gleiche und gleichgerichtete Geschwindigkeiten V_0. Die Teilchen werden, abgesehen vom Zusammenstoß mit dem Weltkörper, um dessen Mittelpunkt O Hyperbeln beschreiben, mit gleich großer Halbachse a, da

$$V_0^2 = \frac{k^2 M}{a},$$

wenn k die Anziehungskonstante ist. Diese Hyperbeln haben parallele Asymptoten, deren Richtung die der Geschwindigkeit V_0 ist. Es sei α der spitze Winkel, den die große Achse einer willkürlichen Hyperbel mit der Asymptote bildet. Bekanntlich ist die Exzentrizität $e = \sec\alpha$; und die Polargleichung (r, φ) der Hyperbel, bezogen auf eine durch O in die Asymptotenrichtung gezogene Zentralachse, ist:

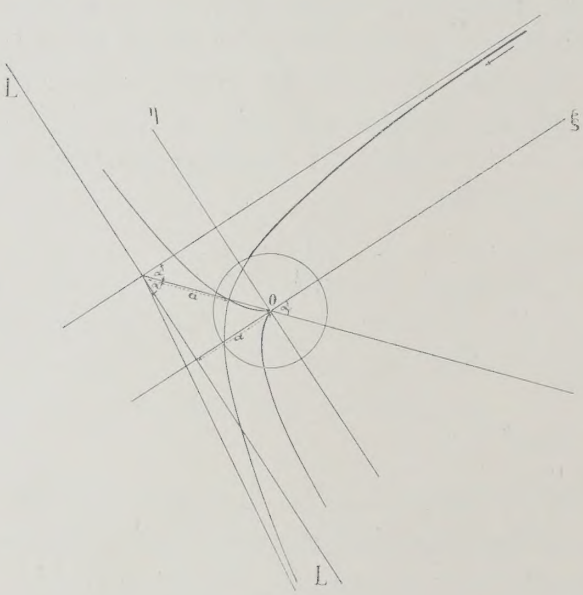

Fig. 1

$$(1) \qquad r = \frac{a(e^2 - 1)}{1 - e\cos(\alpha + \varphi)} = \frac{a\,\mathrm{tg}^2\alpha}{1 - \sec\alpha\cos(\alpha + \varphi)}.$$

keit (Größenordnung : 50 km pro Sekunde), mit welcher diese in die Atmosphäre eintreten, ist bereits der Wasserstoff zu träge, um auszuweichen, und wird daher bis zur Glühtemperatur komprimiert. Dies glühende Gas wirkt dann auf den Meteoriten wie eine Gebläseflamme und bringt ihn oberflächlich zum Schmelzen oder Verdampfen, was meist bis zur vollständigen Auflösung und Zerstreuung seiner Materie längs seiner Bahn in der Atmosphäre führt" (Alfred Wegener, Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten II: *Physik. Zeitschr.* 12 [1911] 215).

Die Distanz des Zentrums der Hyperbel vom Brennpunkt O ist $ae = a \sec \alpha$; daher ist der geometrische Ort dieses Zentrums eine Gerade LL, welche in der Distanz a vom Brennpunkt senkrecht zur Asymptotenrichtung verläuft. Die Distanz des Perihels vom Zentrum ist konstant $= a$; folglich ist der geometrische Ort des Perihels eine Konchoide mit der Spitze in O, welche die genannte Gerade zur Asymptote hat. Ihre Gleichung ist:

$$\rho = \frac{a}{\cos \alpha} - a, \qquad \text{worin } \alpha = \pi - \varphi. \tag{2}$$

Solange $\rho < R$ ist, werden die Bahnen den Weltkörper treffen; die Staubteile werden mit ihm zusammenstoßen. Die Grenzwerte von α und e sind also gegeben durch

$$\sec \alpha_1 = 1 + \frac{R}{a} = e_1. \tag{3}$$

Nun ist aber die Distanz n der Asymptote vom Brennpunkt:

$$n = a \operatorname{tg} \alpha. \tag{4}$$

Folglich werden alle Teile, welche, auf „unendliche“ Entfernung, von der Zentralachse eine Distanz $n_1 = a \operatorname{tg} \alpha_1$ haben, mit dem Weltkörper zusammenstoßen.

Nach (3) ist:

$$n_1 = \sqrt{2aR + R^2} \tag{5}$$

und

$$\frac{n_1^2}{R^2} = 1 + \frac{2a}{R}.$$

Dies ist das Verhältnis der Zahl der Teilchen, die mit dem Körper tatsächlich zusammenstoßen, zu der Zahl derjenigen Teilchen, die zusammenstoßen würden, wenn keine Anziehung stattfände.

Um die Zahl der Teilchen zu finden, die mit der Stirnseite des Weltkörpers zusammenstoßen, setzen wir in (1) $r = R$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = \alpha_2$, also

$$R = \frac{a \operatorname{tg}^2 \alpha_2}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

Man findet hieraus für n_2 $(= a \operatorname{tg} \alpha_2)$ die Gleichungen:

$$\begin{aligned} &n_2^2 - n_2 R - aR = 0, \qquad n_2 = \frac{R}{2} + \sqrt{\frac{R^2}{4} + aR}, \\ &n_2^2 - \frac{1}{2} n_1^2 = R\sqrt{aR}\left\{1 + \frac{R}{8a} - \frac{1}{128}\left(\frac{R}{a}\right)^2 \cdots\right\}. \end{aligned} \tag{6}$$

Wenn $\frac{R}{a}$ klein ist, so verhalten sich die Zahlen für die Stirn- und Rückseite wie

$$\left(1 + \sqrt{\frac{R}{a}}\right) : \left(1 - \sqrt{\frac{R}{a}}\right).$$

Seeliger hat weiter die Frage behandelt, wieviel später etwa die äußersten Teilchen M erreichen als die zentral fallenden Teilchen.

Befindet sich ein Teilchen zur Zeit t in der Entfernung r von O, zur Zeit τ im Perihel, so gelten bekanntlich die Gleichungen:

$$(7) \qquad 2\frac{r+a}{a} = e\left(u + \frac{1}{u}\right), \qquad (t-\tau)\frac{k\sqrt{M}}{a^{3/2}} = -\log u + \frac{e}{2}\left(u - \frac{1}{u}\right).$$

Wir betrachten zwei Teilchen, die sich zur Zeit t in gleicher, sehr großer Entfernung σ von M befinden, das eine auf der äußersten Peripherie der Teilchen, die noch mit dem Körper zusammenstoßen, das andere in der Zentralachse. Unterscheidet man die zugehörigen Größen durch die Indices $_1$ und $_0$, so hat man, da $\frac{k\sqrt{M}}{\sqrt{a}} = V_0$:

$$(8) \quad \begin{aligned} (t-\tau_1)\frac{V_0}{a} &= -\log u_1 + \frac{e_1}{2}\left(u_1 - \frac{1}{u_1}\right), & 2\left(1+\frac{\sigma}{a}\right) &= e_1\left(u_1 + \frac{1}{u_1}\right), \\ (t-\tau_0)\frac{V_0}{a} &= -\log u_0 + \frac{1}{2}\left(u_0 - \frac{1}{u_0}\right), & 2\left(1+\frac{\sigma}{a}\right) &= \left(u_0 + \frac{1}{u_0}\right). \end{aligned}$$

Substituiert man

$$u_1 = \frac{a e_1}{2\sigma} - \frac{a e_1}{2\sigma^2} \cdots, \qquad u_0 = \frac{a}{2\sigma} - \frac{a}{2\sigma^2} \cdots,$$

so findet man, nach (3), beim Übergang zum Grenzfall $\sigma = \infty$:

$$(9) \qquad (\tau_1 - \tau_0)\frac{V_0}{a} = \log e_1 = \log \sec \alpha_1.$$

Hier wäre τ_0 die Zeit des Eintreffens des Teilchens m_0 in O_1, falls die ganze Masse M im Mittelpunkt vereinigt wäre. Um den Zeitunterschied der Zusammenstöße der beiden Teilchen mit dem Weltkörper zu erhalten, muß man noch die Zeit $\tau_0 - t_0$ berechnen, welche m_0 brauchen würde, um die letzte Strecke R zu durchlaufen. Dazu setzen wir:

$$2\frac{R+a}{a} = u_0^1 + \frac{1}{u_0^1}, \qquad (t_0 - \tau_0)\frac{V_0}{a} = -\log u_0^1 + \frac{1}{2}\left(u_0^1 - \frac{1}{u_0^1}\right).$$

Da $u_0^1 < 1$ und $1 + \frac{R}{a} = e_1 = \sec \alpha_1$, so findet man:

$$u_0^1 = \sec \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_1, \qquad \frac{1}{2}\left(u_0^1 - \frac{1}{u_0^1}\right) = -\operatorname{tg} \alpha_1,$$

$$(t_0 - \tau_0)\frac{V_0}{a} = -\log \frac{1 - \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} - \operatorname{tg} \alpha_1,$$

und das gesuchte Zeitintervall $\tau_1 - t_0 = (\tau_1 - \tau_0) - (t_0 - \tau_0)$ wird:

$$(10) \qquad \tau_1 - t_0 = \frac{a}{V_0}\left(-\log(1 + \sin \alpha_1) + \operatorname{tg} \alpha_1\right),$$

oder, entwickelt nach Potenzen von $\sin \alpha_1$:

$$\tau_1 - t_0 = \frac{a}{V_0}\left(\frac{1}{2}\sin^2 \alpha_1 + \frac{1}{6}\sin^3 \alpha_1 + \frac{1}{4}\sin^4 \alpha_1 \cdots\right).$$

Aus $\sec \alpha_1 = 1 + \frac{R}{a}$ folgt:

$$\sin \alpha_1 = \sqrt{\frac{2R}{a}}\left(1 - \frac{3}{4}\frac{R}{a} \cdots\right)$$

und[1]

$$\tau_1 - t_0 = \frac{R}{V_0}\left(1 + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2R}{a}} + \cdots\right). \tag{11}$$

So lange wird es also dauern, bis gewissermaßen der Weltkörper vollkommen in die Staubwolke eingedrungen ist.

16. Um die Änderung der Dichte zu berechnen, betrachtet Seeliger zuerst zwei Teilchen, die dasselbe n haben und sich in derselben Hyperbel bewegen. War ursprünglich ihre Distanz ds_0, so wird sie an einem andern Ort der Hyperbel, wo die Geschwindigkeit V herrscht:

$$ds = ds_0 \cdot \frac{V}{V_0}. \tag{12}$$

Weiter betrachtet Seeliger zwei Teilchen, die in einer auf die Zentralachse gezogenen Senkrechten liegen und Abstände n und $n + \delta n$ von ihr haben. Die von diesen Teilchen beschriebenen Hyperbeln mögen an einem andern Ort den kürzesten Abstand δl voneinander besitzen.

Bringen wir nun die Gleichung der Hyperbel auf die Form:

$$\psi = r\{1 - \sec\alpha\cos(\alpha + \varphi)\} - a\,\mathrm{tg}^2\alpha = 0, \tag{13}$$

so ist:

$$\left|\frac{\delta l}{\delta n}\right| \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta\psi}{\delta r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\delta\psi}{\delta\varphi}\right)^2} = \left|\frac{\delta\psi}{\delta n}\right|.$$

Weiter hat man:

$$\frac{\delta\psi}{\delta r} = 1 - \sec\alpha\cos(\alpha + \varphi), \qquad \frac{1}{r}\frac{\delta\psi}{\delta\varphi} = \sec\alpha\sin(\alpha + \varphi),$$

$$\frac{\delta\psi}{\delta n} = \frac{\delta\psi}{\delta\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dn} = \frac{r}{a}\sin\varphi - 2\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{r\sin\varphi - 2n}{a},$$

$\frac{d\alpha}{dn} = \frac{\cos^2\alpha}{a}n$, da $n = a\,\mathrm{tg}\,\alpha$; folglich, wenn $r\sin\varphi = \eta$ gesetzt wird:

$$\frac{\delta l}{\delta n} = \frac{(2n - \eta)r}{n\sqrt{r^2 + 2ra}},$$

oder wenn man $V^2 = k^2M\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a}\right) = \frac{V_0^2}{r^2}(r^2 + 2ar)$ einführt:

$$\frac{\delta l}{\delta n} = \frac{2n - \eta}{n}\cdot\frac{V_0}{V}.$$

Ein Volumelement in unendlicher Entfernung:

$$dn\,ds_0 \cdot n\,dw,$$

wo w der Winkel ist, den eine durch die Zentralachse gehende Ebene mit einer Anfangslage bildet, wird in der Entfernung r vom Weltkörper:

$$\delta l \cdot ds \cdot \eta \cdot dw,$$

[1] Seeliger hat: $\frac{R}{V_0}\left(1 + \sqrt{2\frac{R}{a}}\cdots\right)$. Der Grund dieses Unterschiedes liegt darin, daß Seeliger das logarithmische Glied seiner mehr allgemeinen Formel nur bis zu Gliedern zweiten statt dritten Grades entwickelt hat. Da R im Vergleich zu a klein ist, so hat die Sache weiter keine Bedeutung.

und das Verhältnis der jetzigen Dichte δ zur ursprünglichen δ_0 ist:

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{n}{2n-\eta} \cdot \frac{n}{\eta}. \tag{14}$$

Wenn δ_0 konstant ist, so ist offenbar die Masse A, die in der Zeiteinheit auf M fällt:

$$A = \pi n_1^2 V_0 \delta_0 = R^2 \pi \delta_0 V_0 \left(1 + \frac{2a}{R}\right). \tag{15}$$

Der Zusammenstoß erfolgt mit einer relativen Geschwindigkeit V:

$$V^2 = V_0^2 \left(1 + \frac{2a}{R}\right).$$

Mithin ist die lebendige Kraft L der Teilchen im Augenblick des Zusammenstoßes:

$$L = \frac{1}{2} \pi R^2 \delta_0 V_0^3 \left(1 + \frac{2a}{R}\right)^2. \tag{16}$$

Wenn die Masse aller auffallenden Teilchen klein ist, wird L fast ganz in Wärme verwandelt. Es sei γ die spezifische Wärme der Oberflächenteile des Körpers, zu deren Erwärmung L benutzt wird, f sei der Bruchteil von M, der in der Hauptsache an der Erwärmung teilnimmt, D die Dichtigkeit des Weltkörpers, $\mathfrak{A}$ das mechanische Wärmeäquivalent, alles in C.G.S.; führt man weiter ein: $a = \frac{1}{V_0^2} \cdot k^2 M = \frac{c^2}{V_0^2} \cdot \frac{M}{M_0} \cdot \rho$ (M_0 = Masse der Sonne, ρ = Entfernung Sonne—Erde), so tritt eine Erhöhung der Temperatur um

$$X = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{\mathfrak{A} f \gamma} \cdot \frac{\delta_0}{D} \cdot \frac{V_0^3}{R} \left(1 + \frac{2c^2}{V_0^2} \cdot \frac{M}{M_0} \cdot \frac{\rho}{R}\right)^2 \tag{17}$$

Celsius-Grade in der Sekunde auf. Jedoch ist zu bemerken, daß der Zufuhr der Wärme eine Abgabe durch Ausstrahlung entgegenwirkt. Seeliger nimmt an, daß dem Stefan-Boltzmannschen Gesetze gemäß die in jedem Augenblick ausgestrahlte Wärmemenge proportional der vierten Potenz der absoluten Temperatur ist.

Wenn A die in Kalorien ausgedrückte lebendige Kraft L ist, T die absolute Temperatur der ausstrahlenden Schichten, T_0 eine beliebig festgesetzte Ausgangstemperatur, B eine Konstante, C das Gewicht des Körpers, so hat man nach dem genannten Gesetz:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{A - B\left(\frac{T}{T_0}\right)^4}{C\gamma f} = \frac{a - b\left(\frac{T}{T_0}\right)^4}{\gamma f}. \tag{18}$$

T wird sich bis zu dem Maximalbetrag

$$T_2 = T_0 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{4}}$$

steigern und dann stationär bleiben. Die Zeit t, welche verfließt, während sich die Anfangstemperatur T_1 bis zu $T < T_2$ erhebt, ist:

$$t = \gamma f f \frac{dT}{a - b\left(\frac{T}{T_0}\right)^4} \quad \text{(von } T_1 \text{ bis } T\text{)},$$

oder wenn man das Integral ausführt:

$$(19)\quad t = \frac{\gamma f T_0}{4a} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{4}} \left\{ \log nat\left(\frac{1+y_2}{1-y_2} \cdot \frac{1-y_1}{1+y_1}\right) + 2\,arctg\,y_2 - 2\,arctg\,y_1 \right\},$$

worin

$$y_1 = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{T_1}{T_0}, \qquad y_2 = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{T}{T_0}.$$

17. Zahlenmäßige Prüfung der Theorie.

a) Nach Seeliger seien M und R des Weltkörpers gleich Masse und Radius der Sonne, V_0 gleich Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn um die Sonne. Dann ist $a = \rho$ = Entfernung Sonne—Erde und der Vergrößerungsfaktor:

$$\left(\frac{n}{R}\right)^2 = 1 + \frac{2a}{R} = 431.$$

Die Anzahlen der Teilchen, die mit Stirn- und Rückseite des Weltkörpers zusammenstoßen, verhalten sich wie 23 : 20. Das Eindringen des Weltkörpers in die Staubmasse dauert 6.7 Stunden. Nun sei $D = 1.4$, $\delta_0 = 42^{-1} \cdot 10^{-6}$, das mechanische Wärmeäquivalent $427 \times 9.8 \times 10^4$ (C.G.S.). Man findet dann als Temperaturerhöhung für einen Tag:

$$Y = [10.7367] \frac{\delta_0}{D} \cdot \frac{1}{f\gamma} = \frac{927^0}{f\gamma}.$$

Setzt man $f\gamma$ etwa gleich $\frac{1}{300}$, was nach Seeliger wohl sicher nicht zu niedrig gegriffen ist, so kommt man leicht auf ganz enorme Temperatursteigerungen, besonders weil man ohne Bedenken δ_0 größer veranschlagen kann.

Mit den angewandten Daten ergibt sich für das kalorische Äquivalent der in einer Sekunde zugeführten Energie:

$$\log A = 31.325 \qquad (A \text{ in Grammkalorien}).$$

In Ermangelung anderer Daten wird vorausgesetzt, daß der Weltkörper in allen Eigenschaften der Sonne gleicht. Setzt man die Solarkonstante gleich 2.3, so wird die Gesamtausstrahlung in der Sekunde B Grammkalorien sein, wo

$$\log B = 26.032.$$

T_0 wird, der Temperatur der äußersten Sonnenschichten entsprechend, zu rund 7000° C. angenommen. Das Gewicht C der Sonne, in Gramm ausgedrückt, ist:

$$\log C = 33.295.$$

Es ist demnach

$$\log a = 8.030 - 10, \qquad \log b = 2.737 - 10,$$

und die höchste erreichbare Temperatur wäre 148 000° C. Nimmt man weiter $T_1 = 2200^0$, so wird die Temperatur von $17 \times 7000^0 = 119\,000^0$ bereits nach $\gamma f \times 12.10^6$ Sekunden erreicht, also wenn $f\gamma = \frac{1}{300}$, nach 40 000 Sekunden oder nach 11 Stunden.

Die angewandten Daten sind von Seeliger den Verhältnissen nachgebildet, wie sie bei der *Nova Persei* möglich gewesen wären. Setzen wir voraus, daß die Nova vor ihrem Aufflammen ein Stern 15ter Größe mit der Parallaxe 0″.01 war. In derselben Entfernung wäre die Sonne (Größe −26.5) ein Stern 10ter Größe, also 100mal heller. Nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz wäre die Temperatur T_1, wenn die Oberfläche in physikalischer Beziehung mit der Sonne übereinstimmt, gegeben durch:

$$\left(\frac{7000^0}{T_1}\right)^4 = 100, \qquad T_1 = 2200^0\,\text{C}.$$

Die Nova hätte also in 11 Stunden von dieser Temperatur bis zur Temperatur 119000° ansteigen können, was mit einer Zunahme von 17.3 Größenklassen übereinstimmen würde, falls die ganze Ausstrahlung in derselben Proportion die physiologisch wirksamen Strahlen beeinflußt hätte.

Zum Schluß bemerkt Seeliger, daß es also ganz unnötig erscheine, etwa andere Daten als die beispielsweise angenommenen zu kombinieren; die Größenordnungen, welche für Temperaturen, Strahlungen usw. bei den Neuen Sternen erforderlich seien, könnten ohne die geringsten Schwierigkeiten eingehalten werden.

b) Abweichend von Seeliger erblickt W. H. Pickering die Ursache des Aufflammens einer Nova in dem Zusammenstoß eines kleinen dunklen Körpers („Planetoids“) mit einem Stern (*Pop. Astr.* Nov. 1918). Um die volle durch die *Nova Aquilae 3* ausgestrahlte Energie zu liefern (die nach Pickerings Rechnung 150000mal so groß ist als die täglich durch die Sonne ausgestrahlte Energie), genüge ein Planetoid mit dem kaum Siebenfachen der Erdmasse, der mit einer Geschwindigkeit von 600 km mit dem Stern zusammenpralle (The Mass of a Planetoid Capable of Producing a Nova: *Pop. Astr.* May 1919). Bei dieser Rechnung war vorausgesetzt, daß all das Licht aus der kinetischen Energie des Planetoids entstehe. Aber zweifellos rührt der größte Teil aus den tieferen Schichten des Sternes her, wo die aufgehäufte Energie durch die auf den Zusammenbruch der Oberfläche gefolgte Explosion ausgelöst wurde. Hieraus folgert Pickering, daß schon das Zusammenprallen eines Planetoids mit einem Bruchteil der Erdmasse genügen würde, das Entstehen einer Nova zu erklären.

Auch Fr. Nölke läßt eine Nova entstehen durch den Niedersturz eines Planeten, der durch Störungen in die inneren Teile der Sternatmosphäre geraten ist. Dieser nähere sich in immer engerer Bahn der Oberfläche des Sterns, löse sich beim Überschreiten der Rocheschen Grenze in eine große Anzahl von Bruchstücken auf und stürze endlich auf die Oberfläche nieder (*AN* 213 [1921] 345).

Der wichtigste Einwand, den Pickering und Nölke gegen Seeligers Hypothese erheben, ist wohl dieser: die vom Stern getroffenen Nebel müßten alle gerade in der Richtung der Bewegung des Sternes sehr dünn sein, da sie schon in wenigen Wochen oder Monaten durchschritten werden. Hierauf ließe sich erwidern, daß die Dichtigkeit der ausgedehnten Nebel wahrscheinlich im Mittel zu gering ist, um das Aufflammen einer Nova zu verursachen; dies wäre nur möglich

in den lokalen Verdichtungen der Nebelwolken. Auch ließe sich gegen die Hypothese des Planetenaufsturzes einwenden, daß sie keinerlei Erklärung bietet für die Tatsache, daß die Novae ausnahmslos in der Milchstraße oder in den Spiralnebeln erschienen sind.

Auf eine Abhandlung Vogts, der einen Doppelstern in eine Staubwolke eindringen läßt (*AN* 5117), sei nur kurz verwiesen.

Drittes Kapitel.

Erklärung der Erscheinungen.

A. Die Spektralerscheinungen nach Halm und Wilsing.

18. Halm (Zur Theorie der Neuen Sterne: *AN* 3730) hat den Versuch gemacht, auf Grund von Seeligers Hypothese die Spektralerscheinungen in Einzelheiten durch das Dopplersche Prinzip zu erklären. Er nimmt an, die Nebelmasse sei um ihren Schwerpunkt kondensiert, so daß die Dichtigkeit von außen nach dem Zentrum zu wächst. So wird, wenn der Körper nicht gerade auf dieses Zentrum hinsteuert, die Oberflächenreibung größer sein an der Seite des Nebelkerns als an der von ihm abgewandten Seite. Die Folge ist, daß die durch den Aufprall erglühende Atmosphäre des Sterns in stark drehende Bewegung gerät. Diese Bewegung ist am stärksten in der unmittelbaren Nähe des Körpers, sie nimmt ab mit der Entfernung und wird in einer gewissen Distanz Null, um dann wieder in umgekehrter Richtung zu wachsen. So hat man das Phänomen eines die Nebelmasse durchquerenden Wirbels leuchtender Gase und Dämpfe, in dessen Zentrum sich der in oberflächliche Glühhitze versetzte Körper befindet.

Außerdem nimmt Halm (a. a. O.) an, daß man in Übereinstimmung mit der Siemensschen Sonnentheorie Strömungen von kalter und dunkler Nebelmaterie nach den Polen der Rotation erhält und Gegenströme von heißer und leuchtender Materie vom Äquator der Sternatmosphäre nach außen. In einer späteren Abhandlung jedoch (Über den Gleichgewichtszustand der Sternatmosphären: *AN* 3822/23 S. 119) spricht Halm von der Siemensschen Sonnentheorie nicht mehr, sondern er nimmt an, daß die Temperatur der Sternoberfläche infolge der Katastrophe beträchtlich höher sein kann als die Dispersionstemperatur des Sterns, bei welcher der gebildete Wasserstoff, und wahrscheinlich auch einige der metallischen Dämpfe, sich mit Geschwindigkeiten in den Raum verbreiten würden, welche die bei den heftigsten Sonneneruptionen beobachteten noch weit übertreffen. „Wir hätten somit das Phänomen einer sich plötzlich mit enormer Geschwindigkeit ausdehnenden und in den Weltraum ergießenden Chromosphäre. Schon diese überaus einfache Anschauung erklärt die Entwicklung des Spektrums der *Nova Persei* in seinen ersten Stadien vollständig. Die erste Wirkung der Katastrophe mußte in der Erhitzung und Schmelzung der festen Oberfläche des Sternes bestehen. Das Spektrum während dieser ersten Phase war also kontinuierlich. Bei fortschreitender Erwärmung bildete sich dann die

glühende und sich schnell ausdehnende Chromosphäre, deren Existenz zunächst durch breite und nach der brechbareren Seite verschobene Absorptionsstreifen bemerkbar wurde. Breit mußten diese Streifen erscheinen wegen der stark variierenden Geschwindigkeitskomponenten der Moleküle in einer so heftig agitierten Gasmasse. Ferner mußte der Schwerpunkt des Streifens stark nach dem Violett verschoben sein, da die zwischen der glühenden Sternoberfläche und der Erde befindlichen Gasschichten infolge ihrer radialen Bewegungsrichtungen vom Zentrum des Sternes weg sich auf die Erde zu bewegten[1]. Diese glühende Gasatmosphäre des Sterns dehnte sich mehr und mehr aus. Neben den Absorptionsstreifen traten nunmehr die Emissionsstreifen derselben Elemente hervor, die von der Strahlung der Atmosphäre außerhalb der Sternscheibe herrührten. Auch diese Emissionsstreifen mußten von Anfang an breit erscheinen, dagegen mußte ihr Schwerpunkt, da in diesem Teile der Atmosphäre ebenso viele Bewegungen nach als von der Erde vorhanden sind, mit der Normalstellung der Linien zusammenfallen. Eine scheinbare Verschiebung nach Rot wurde jedoch hervorgerufen durch teilweises Zusammenfallen mit dem Absorptionsstreifen auf der brechbareren Seite. Diese aus der Hypothese konstruierte Entwicklung des Spektrums in seinen ersten Stadien stimmt vollkommen mit den Beobachtungen überein."

Nun kommt aber die Wirkung der allmählich stärker werdenden Wirbelbewegung der Atmosphäre hinzu. Nehmen wir an, die Rotationsachse sei senkrecht zur Gesichtslinie, so haben wir an der einen Seite des Weltkörpers ein Plus von Bewegungen nach der Sonne, und an der andern Seite einen Überschuß im entgegengesetzten Sinne. Statt eines einzigen Maximums des hellen Bandes erhalten wir demnach zwei Maxima, eines auf der stärker brechbaren Seite, ein anderes auf der weniger brechbaren Seite. Da die radiale Ausdehnung der Atmosphäre wohl erheblich schneller vor sich geht als die Wirbelbewegung, wird das helle Maximum an der violetten Seite das Absorptionsband an derselben Seite nicht erreichen. In einem gewissen Abstand vom Wirbelzentrum verschwindet

[1] Den ersten Anstoß zu einer ähnlichen Erklärung der Absorptionsstreifen durch ausströmende Gase hat, wie auch Halm erwähnt, Lord Kelvin in einem Gespräch mit P. Sidgreaves im Mai 1901 gegeben. Kelvin drückte sich folgendermaßen aus (Rev. W. Sidgreaves, The Spectrum of *Nova Persei*: *MN* 62 [1902] 147/48): „Granted a collision between two stars, the immediate result would be scattering of matter in all directions, with greatest velocity in directions nearly perpendicular to the line of relative motion of the two impinging bodies. These velocities of fragments may largely exceed that of the relative motion of the two bodies before impact. The matter thus scattered would consist not only of the broken bits but also of their decomposed constituents. Ubiquitous hydrogen would be there to begin with, and much also would be liberated. A part of this gaseous mass would be raised to high temperature, with little associated kinetic energy; and a part would be urged outwards at high velocity with little rise of temperature; and this the cooler gas, would be the absorbing material. The absorber therefore would always be in motion towards us, and the radiant matter would remain at comparative rest. The application of Doppler's principle then becomes simple. The mass of hydrogen moving away from the white hot centre would absorb shorter wavelengths of the white radiation, and would not absorb the radiation of glowing hydrogen. The bright lines would therefore be little or nothing displaced on the continuous spectrum and the dark lines would always be shifted to the side of greater refraction. . . ."

jedoch die Wirbelbewegung und nimmt in noch größeren Entfernungen das entgegengesetzte Zeichen an. Die Folge ist, daß noch zwei sekundäre Maxima in der hellen Linie auftreten, wobei aber freilich die Größe der Bewegung sowie auch die Helligkeit der mehr entfernten Materie bedeutend kleiner bzw. schwächer ist. Das Gesamtbild, das man aus diesen Betrachtungen in Bezug auf die Struktur einer Linie im Spektrum der Nova ziehen kann, entspricht nach Halm den bis jetzt aus den Beobachtungen erhaltenen Resultaten.

Dieselben Betrachtungen bleiben in der Hauptsache gültig, wenn die Rotationsachse der Wirbelbewegung einen schiefen Winkel mit dem Gesichtsstrahl bildet.

Während die Rotation zunimmt, wird ein größerer Teil der heranstürzenden Teilchen in der rotierenden Atmosphäre aufgefangen und dadurch am Aufprall auf die Sternoberfläche verhindert. Infolgedessen kühlt sich die Oberfläche ab: das kontinuierliche Spektrum vermindert sich und zugleich auch die radiale Ausdehnung. Die nach Violett gelegenen Absorptionsstreifen rücken mehr und mehr nach der normalen Stellung und werden allmählich durch die Emissionsbänder verdeckt.

Rotiert der ganze Stern um eine Achse, so wird er bei fortgeschrittener Abkühlung einen periodischen Lichtwechsel haben. Die beim ersten Zusammenstoß getroffene Stelle der Oberfläche, welche stärker und bis in tiefere Schichten erhitzt wurde, wird nämlich langsamer ihre hohe Glühhitze verlieren als die übrige Oberfläche. Die Amplitude der Lichtschwankung wird immer geringer; auf dem Hintergrund des schwächeren kontinuierlichen Spektrums zeigen sich die breiten Emissionslinien der glühenden und wirbelnden Nebelatmosphäre. „Jedenfalls — und dies scheint mir", sagt Halm, „für die praktischen Zwecke der Theorie bei weitem das Wichtigste — kann es keinem Zweifel unterliegen, daß die Annahme einer stark rotierenden Bewegung glühender Nebelmaterie um einen leuchtenden Kern die Eigentümlichkeiten der Spektra der Neuen Sterne vollständig erklärt. Dieses Resultat der Untersuchung bleibt auch dann noch bestehen, wenn sich stichhaltige Einwände gegen denjenigen Teil meiner Theorie erheben sollten, der den Ursprung dieser Rotation zu deuten versucht."

19. Wilsing meint, die Halmsche Theorie sei nicht imstande, die breiten verwaschenen Absorptionsbänder zu erklären, die bei der *Nova Aurigae* sogar merklich von gleicher Breite wie die hellen Bänder waren. Er schreibt (*AN* 3795 S. 39/40): „Die Voraussetzung für die Sichtbarkeit der auf das intensive, vom Kern herrührende kontinuierliche Spektrum projizierten hellen Bänder bedingt die Annahme eines beträchtlichen Durchmessers für die Chromosphäre. Wenn das Verhältnis des Durchmessers der letzteren zum Durchmesser des Kerns wächst, zieht sich aber der von Herrn Halm betrachtete, nicht aufgehellte Teil des Absorptionsbandes zu einer schmalen, nach Violett um mehr als die halbe Breite des hellen Bandes verschobenen Linie zusammen, und seine Breite erreicht, wenn der Durchmesser der Chromosphäre z. B. das Vierfache des Durchmessers des Kerns beträgt, nur noch 1.6 % der Breite des hellen Bandes. Da sich derartige Linienpaare selbst-

verständlich nicht mit den Doppellinien im Spektrum des Sterns vergleichen lassen, so schien mir . . . die geringe Wahrscheinlichkeit der Hypothese hinreichend dargetan zu sein. . . .“

Halm erwidert auf diese Schwierigkeit (*AN* 3823, Anm. S. 123/24): „Herr Wilsing ist der Ansicht, daß die Existenz einer radial sich ausdehnenden Atmosphäre nur zu einer schmalen Absorptionslinie auf der brechbareren Seite des Emissionsbandes Anlaß werden könne. Er macht dazu die Annahme, daß letzteres in seiner ganzen Ausdehnung nach Violett hin das mit ihm kollidierende Absorptionsband aufzuhellen imstande ist. Ein zwingender Beweis für die Richtigkeit dieser Annahme ist meiner Ansicht nach nicht erbracht worden. Der einfache Tatbestand ist, daß die expandierende und zugleich rotierende Atmosphäre zur selben Zeit ein breites Emissionsband in normaler Stellung und ein stark nach Violett verschobenes breites Absorptionsband liefert. . . .

„Die von Herrn Wilsing gemachte Annahme einer gleichförmigen Expansionsgeschwindigkeit scheint mir den tatsächlich zu erwartenden Verhältnissen nicht zu entsprechen. Die Wirkung der Gravitation hat doch wohl eine Verminderung der Geschwindigkeit des Gases mit der Entfernung von der Sternoberfläche zur Folge. Unter diesen Umständen hat die radiale Ausdehnung auf das Emissionsband eine weit geringere verbreiternde Wirkung als auf das Absorptionsband. Wäre nur radiale Expansion vorhanden, so würde meiner Ansicht nach gerade das Umgekehrte der Wilsingschen Vorstellung zu erwarten sein, nämlich relativ schmales Emissionsband in Normalstellung und stark nach Violett verschobenes breites Absorptionsband, da diejenigen Teile der Gasmasse, welche das Emissionsspektrum liefern, sich in beträchtlicher Entfernung von der Sternoberfläche befinden müssen und daher im allgemeinen weit schwächere Geschwindigkeitskomponenten besitzen als ein Teil der das Absorptionsspektrum bedingenden Gasmassen. Die Breite des Emissionsbandes scheint mir bei weitem mehr die Folge der Rotationsbewegung der glühenden Atmosphäre zu sein.“

Eine neue, ausführliche Auseinandersetzung seiner Theorie in etwas veränderter Gestalt gab Halm in den *Edinburgh Proceedings* 25 (1905) 513—552. Er weist darin besonders auf die wichtige Rolle hin, die das Entstehen eines die Nova umkreisenden Ringes nebliger Materie bei der Erklärung der spektralen Erscheinungen und speziell des späteren Nebelspektrums spielt. Ein solcher Ring kann offenbar nur dann zustande kommen, wenn der Zusammenstoß der kosmischen Wolke mit dem Himmelskörper von der Seite her erfolgt. Von den Nebelteilchen, die sich dem Stern in hyperbolischen Bahnen nähern, werden einige den Körper geradezu streifen; durch die Reibung an der Oberfläche und in der Atmosphäre werden diese Teilchen in ihrer Bewegung gehemmt, und infolgedessen werden sie in geschlossenen elliptischen Bahnen den Stern umkreisen. Die Nebelteilchen, welche die am wenigsten exzentrischen Bahnen beschreiben, leuchten am hellsten, weil ihr Verlust an kinetischer Energie und folglich ihre Temperatursteigerung am größten waren.

Kann man sich nun auch nicht des Eindrucks erwehren, daß diese Kombination von verschiedenen Bewegungen in Halms Theorie etwas Erkünsteltes hat und den spektroskopischen Erscheinungen nach Bedürfnis angepaßt ist, so wird man doch anerkennen, daß die Seeligersche Hypothese eine Menge von Möglichkeiten bietet, um das spektroskopische Verhalten der Novae nach dem Dopplerschen Prinzip zu erklären. Sie läßt aber zugleich volle Freiheit, andere physikalische Ursachen zur Erklärung heranzuziehen. Es wurden namentlich zwei solche Ursachen angegeben: die Drucksteigerung in der Nova-Atmosphäre (Wilsing) und die anomale Dispersion in den zusammengedrängten Nebelmassen (Ebert).

Humphreys und Mohler bemerkten geringe Linienverschiebungen im visuellen und ultravioletten Teil des Bogenspektrums der Metalle, wenn sie den Druck im Raum um den Bogen bis auf 12 Atmosphären steigerten. Die Linien bewegten sich immer nach Rot bei Druckzunahme; die Verschiebung war im allgemeinen dem Druck und der Wellenlänge proportional, wechselte aber bei Linien von verschiedenen Metallen und verschiedenen Serien desselben Metalls. Die Verschiebung war im Mittel kaum 0.005 $\mu\mu$.

Eder und Valenta (*Denkschriften* der K. Akad. zu Wien 64 und 67) fanden im Funkenspektrum von Argon und Schwefel bei Drucksteigerung größere Verschiebungen im selben Sinne, bei Argon bis zu 0.1 $\mu\mu$. Die Linien waren dann breit und verwaschen.

Im Doppelspektrum der *Nova Aurigae* betrugen die relativen Verschiebungen der hellen und dunklen Linien 1 bis 2 $\mu\mu$. Wäre die Verschiebung dem Druck proportional, so müßte man zu ihrer Erklärung nach den gemachten Versuchen mehrere hundert Atmosphären Druck in den Neuen Sternen voraussetzen.

Wilsing wollte diesen hohen Druck erreichen, indem er elektrische Funken zwischen metallischen Elektroden unter Wasser und andern Flüssigkeiten überspringen ließ. Im Eisenspektrum traten dabei zahlreiche Paare von hellen und dunklen Linien auf; die hellen hatten eine merkliche Neigung nach Rot hin, während bei den Absorptionslinien selten eine solche Verschiebung beobachtet wurde. Die hellen Linien waren an der weniger brechbaren Seite nicht scharf. Die Wellenlänge nahm dort am stärksten zu, wo die violette Seite durch Absorptionslinien begrenzt war. Auch bei Ni, Sn, Zn, Cd lagen die hellen Linien stark nach Rot hin; bei Zn zeigte sich die nach Violett scharf begrenzte Kante eines Emissionsbandes um + 0.14 $\mu\mu$, die nach Rot verwaschene Kante um + 1.32 $\mu\mu$ verschoben. Mehrmals war die brechbarere Seite eines Bandes so sehr gegen Rot gerückt, daß sie ganz außerhalb der korrespondierenden Linie im Normalspektrum zu liegen kam. Bisweilen traten innerhalb der hellen Bänder Helligkeitsmaxima auf. Im Zn-Spektrum fand sich eine starke Absorptionslinie merklich nach Rot hin verlegt.

Wilsing schließt hieraus, daß die Verschiebungen in den Metallspektren denen in der *Nova Aurigae* ähnlich seien; auch im Spektrum dieses Sternes sei die Mitte der sehr verbreiterten hellen Linien, die nach Violett scharf begrenzt, nach Rot

verwaschen sind, nach dem weniger brechbaren Ende stark verschoben. Zudem kommen in den hellen Linien gelegentlich scharfe Maxima vor. „We can therefore imagine the star's spectrum to have originated in the superposition of the absorption spectrum, as it indicates a slight vapor pressure, the dark lines being partially brightened by the bright and much broadened and displaced lines, and thus undergoing an apparent displacement to the violet."

Später hat Wilsing noch untersucht, welches der Einfluß einer Drucksteigerung auf die Wellenlänge der Wasserstofflinie sei (The Effect of Pressure upon the Wave-lengths of the Lines of the Hydrogen Spectrum: *ApJ* 10 [1899]). Bei einer Entladung in der Luft, zwischen wasserbefeuchteten Kohlenelektroden, zeigte sich Hβ als ein breites, schwach leuchtendes Band mit einer feinen dunklen Linie in der Mitte. Die Absorptionslinie war 0.11 μμ nach Rot verschoben.

20. Wegen der großen Bedeutung dieser Resultate für die Sternspektroskopie wurden die Wilsingschen Versuche vielfach wiederholt und geprüft.

Lockyer (On the Spark Discharge from Metallic Poles in Water: *ApJ* 15 [1902]) findet, daß im Spektrum von Funken unter Wasser die Lage der Absorptionslinie sich kaum ändert, während helle Linien nicht selten stark nach Rot verschoben sind. In den Neuen Sternen dagegen seien die Absorptionslinien stark nach Violett verschoben, während die begleitenden hellen Linien im Vergleich dazu normale Lagen einnehmen. „It would thus appear that the pairs of bright and dark lines shown in the spectra of new stars do not arise from the cause which produces the appearances presented in the spectrum of the spark in water."

George E. Hale und Norton A. Kent (Second Note on the Spark Spectrum of Iron in Liquids and Compressed Gases: *ApJ* 17 [1903] 154) fanden, daß Änderungen der Selbstinduktion im Entladungskreise auf die Spektralerscheinungen viel mehr Einfluß ausübten als alle andern physikalischen Ursachen. Durch stufenweise Verminderung der Selbstinduktion ging im Bereich λ 3550 bis 4500 das fast ganz aus hellen Linien bestehende Spektrum in ein anderes über, das größtenteils aus dunklen Linien zusammengesetzt ist. Sorgfältige Messung der Linien zeigte, daß bei Abnahme der Selbstinduktion die hellen Linien sich allmählich nach Rot bewegten, während die Absorptionslinien, die anfangs eine kleine Verschiebung nach Violett zu haben schienen, sich später höchstens um 0.001 bis 0.002 μμ nach Rot verschoben hatten.

Hale und Kent haben dann dasselbe Spektralgebiet, das bei den Entladungen unter Wasser untersucht war, nochmals bei Funkenentladungen in der Luft unter hohem Druck untersucht. Der Druck schwankte zwischen 1 und 53 Atmosphären. Sie fanden, daß bei einem Druck von 14 Atmosphären die Verschiebungserscheinungen im Gebiete λ 3550 bis 4500 denen von Eisenfunken bei geringer Selbstinduktion im Entladungskreis ähnlich waren; bei der Entladung unter Wasser ohne Selbstinduktion sind sogar die Verschiebungen geringer als bei der Entladung in Luft unter einem Druck von 14 Atmosphären. So war es auf einmal klar,

daß eine Reihe von Spektrogrammen bei verschiedenem Luftdruck Ähnlichkeit mit der früheren Reihe haben würde, die sich durch Verschiedenheit der Selbstinduktion bei Entladungen in Wasser ergeben hatte. „It may be noted that the relative shift of several lines in air and water indicate that the pressure produced by our iron spark in water (no self-induction in the discharge circuit) is much less than Wilsing's value of several hundred atmospheres."

Schließlich sei noch erwähnt, daß der Wilsingschen Annahme, als seien die Absorptionslinien im Spektrum der Novae nur scheinbar so stark verschoben, weil sie teilweise durch die stark verbreiterte Emissionslinie aufgehellt sind, durch spätere Beobachtungen widersprochen wurde. Sidgreaves (The Spectrum of *Nova Persei* from 1901 Febr. 28 to April 26: *MN* 62 [1901] 137) bemerkt, daß seine ersten Spektrogramme von Febr. 28 und März 3 gegen die Möglichkeit einer viel größeren Breite der Absorptionslinien, welche teilweise durch die hellen Bänder überdeckt seien, allerdings nichts beweisen. Aber auf den späteren Spektrogrammen stehen sie getrennt von den hellen Linien, mit vollkommen scharfen Kanten, und die breiten hellen Linien werden allmählich verwaschen nach der Seite dieser Absorptionslinien, ebenso wie nach Rot. Letzteres war sehr deutlich sichtbar in den Linien Hδ, Hε und Hζ seiner Spektrogramme der *Nova Persei* vom 12., 16. und 21. März 1901.

B. Anomale Dispersion nach Julius und Ebert.

21. Eine Hypothese, die vielleicht imstande ist, die beobachteten Tatsachen zum großen Teil auf befriedigende Weise zu erklären, ist die der anomalen Dispersion. Es ist das große Verdienst von W. H. Julius, auf die Bedeutung dieser Theorie für astrophysikalische Probleme hingewiesen zu haben. H. Ebert hat gezeigt, wie sie auf die Erscheinungen im Spektrum der Novae anwendbar ist. Wir geben seine Ausführungen (Über die Spektren der Neuen Sterne), die hauptsächlich in den *AN* 164, Nr 3917 (1903) enthalten sind, kurz hier wieder:

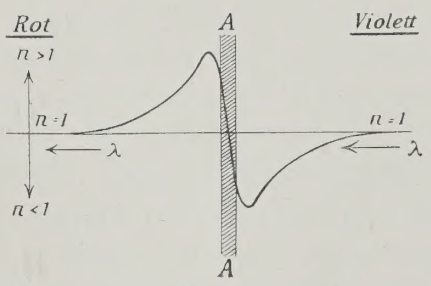

Fig. 2.

Anomale Dispersion zeigt sich bekanntlich bei einem brechenden Medium, das für einen bestimmten Wellenlängenbereich ein ausgesprochenes Absorptionsgebiet besitzt. Die Anomalie besteht darin, daß für die größeren benachbarten Wellenlängen $\lambda + \Delta\lambda$ (also nach Rot) ein gegen das Absorptionsgebiet mehr und mehr gesteigertes, für die kürzeren (nach Violett) ein entsprechend vermindertes Brechungsvermögen auftritt; und zwar ist für die kürzeren Wellenlängen die brechende Kraft so stark vermindert, daß sie erheblich weniger abgelenkt werden als die selbst noch in größerer Entfernung nach Rot zu gelegenen. Die Metalldämpfe haben stark ausgeprägte Absorptionsgebiete, die ihren scharfen Emissionslinien entsprechen; bei ihnen konnte von vornherein eine sehr

kräftige anomale Dispersion erwartet werden. Besonders zu betonen ist, daß dabei das Gebiet dieser „anomalen Dispersion" weit über das der Absorption selbst hinausgreift. Der Verlauf der Dispersionskurve in der Nähe des Absorptionsgebietes ist in Fig. 2 S. 35 (vgl. *AN* 3917 S. 67) graphisch dargestellt.

H. Becquerel fand bei Natrium für Strahlen, die von D_1 nach Rot zu liegen, den Brechungsindex $n = 1.0010$, für Strahlen, die auf D_2 nach Violett zu folgen, $n = 0.99865$, in Bezug auf das Vakuum. R. W. Wood erhielt für viel dichtere Dampfmassen $n = 1.0025$ bzw. 0.9970. Ebert fand bei Kalium schon mit mäßigen Dampfdichten für die K_αLinie $n = 1.00176$ bzw. 0.99844.

Für die „höheren Schwingungen" ist also $n < 1$, d. h. der Dampf ist selbst dem Vakuum gegenüber optisch dünner; die relative brechende Kraft des Vakuums gegenüber dem Medium wächst mit der Annäherung an das Absorptionsgebiet. Anderseits lehren die Versuche, daß dieser rechte Kurvenzweig sich immer mehr vertieft, je spezifisch dichter der Dampf wird. Die mechanisch dichteren Dampfhüllen werden daher optisch immer weniger dicht.

Der auf das Vakuum bezogene Brechungsexponent der Luft bei Atmosphärendruck ist 1.0003; also ist die brechende Kraft der Metalldämpfe sehr hoch. Infolgedessen müssen ausgedehnte Schichten solcher Metalldämpfe ganz erhebliche Strahlenablenkungen herbeiführen. Dies gilt aber nur für die einer Absorptionslinie benachbarten Spektralgebiete; für die andern Wellenlängen ist die brechende Kraft praktisch gleich Null.

22. Bei der Anwendung dieser Theorie auf die Neuen Sterne stellt Ebert sich auf den Standpunkt der Seeligerschen Hypothese. Sein Gedankengang ist in den Hauptzügen folgender: Ein größerer Körper fährt mit kosmischer Geschwindigkeit in eine Wolke kosmischen Staubes, Nebels oder Dampfes, erhitzt sich und seine Umgebung dabei oberflächlich, besonders stark an der Stirnseite. Wenn wir nicht zufällig in der Bewegungsrichtung der kosmischen Masse stehen, wird sich zunächst ein kontinuierliches Spektrum ergeben, das sich bei hoher Temperatur mit großer Intensität ins Ultraviolett hinein fortsetzen kann.

Bald wird sich aber durch Vergasung der Wolkenteilchen eine absorbierende Dampfhülle um den Körper legen, erst von Helium und Wasserstoff, dann von Metallen. Die Anordnung der Dämpfe denke man sich ähnlich wie die der Verdichtungswellen um ein mit großer Geschwindigkeit durch die Luft fliegendes Rundgeschoß. Stellt *W* (in Fig. 3 S. 37) die Bewegungsrichtung des Körpers und *E* die Richtung zur Erde vor, so erblicken wir die hell leuchtende Kalotte *C* schräg durch die Hülle verdichteter Gase und Dämpfe hindurch. Von der Stirnseite und sogar aus größerer Tiefe können Strahlen aus dem nach Rot zu gelegenen Bereich des Absorptionsgebietes in die Richtung *E* gebogen werden. Ein helles Band scheint hier dem kontinuierlichen Spektralhintergrunde aufgesetzt zu sein. Seine Intensität verliert sich allmählich nach Rot hin und fällt nach Violett zu scharf ab;

die hellrote Kante dieses Bandes liegt dem normalen Linienort sehr nahe, mit einer nur geringen Verschiebung gegen Rot hin. Die nach Violett zu gelegenen Strahlen werden im Gegenteil nicht nach E gelangen, sondern müssen den durch die gestrichelte Linie angegebenen Weg nehmen; sogar wenn E der Bewegungsrichtung von W viel näher liegt, als in der Figur angenommen ist, werden die Strahlen, für welche $n < 1$, weniger Licht, und zwar nur aus den höheren Schichten, zuführen. Also muß auf dieser Seite relativ geringe Helligkeit herrschen; es entsteht nach dem Ausdruck von Julius ein „Dispersionsband", die Absorptionslinie ist stark nach Violett zu verbreitert, ein dunkler Schatten scheint sich hier über das Spektrum zu legen.

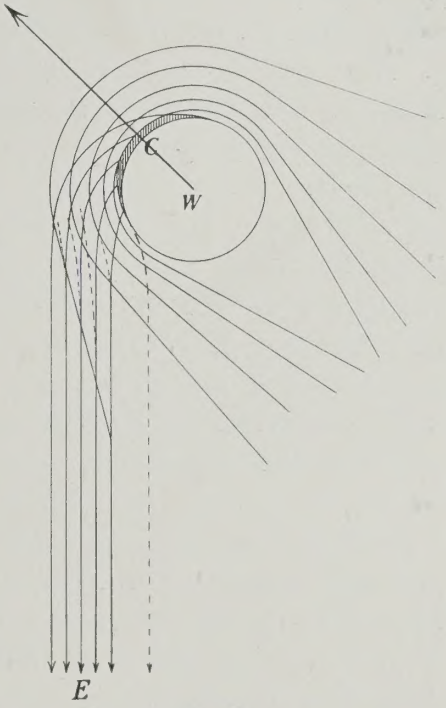

Fig. 3.

Für Strahlen mit $n > 1$ kann auch der Fall eintreten, daß sie überhaupt nicht aus der Atmosphäre heraustreten, sondern vollständig reflektiert werden. Dies wird nach Seeliger geschehen bei kugelförmigen Weltkörpern, wenn die atmosphärische Hülle vom Brechungsexponenten n unstetig gegen den leeren Raum abgrenzt und die Höhe h der Atmosphäre größer ist als das $(n-1)$-Fache des Radius. Hier wächst dann die Helligkeit nur bis zu einem bestimmten maximalen Betrag, der für einen größeren Wellenbereich nahe der gleiche bleibt; es entsteht ein breites, helles Band von nahezu gleichmäßiger Intensität, das gegen Violett zu scharf begrenzt ist, sich gegen Rot hin aber allmählich in das kontinuierliche Spektrum verliert. Die Mitten dieser Bänder sind dann stark gegen Rot verschoben.

Nebenbei können auch scharfe und schmale eigentliche Emissions- und Absorptionslinien auftreten, die teils von der Gashülle, teils von dem Weltkörper selbst herrühren. Kommt der Weltkörper auf uns zu, haben wir also eine verhältnismäßig dünne Dampfschicht vor ihm, so können das kontinuierliche Spektrum und einzelne helle Linien vollkommen vorherrschen, die Linienverdopplung ist nur angedeutet. Bewegt sich der Körper von uns weg, so sehen wir ihn durch immer dicker werdende Dampfschichten hindurch, so daß die Linienverschiebung sich bis zu einem außerordentlichen Betrage steigern kann. Es kann dann ein sehr plötzlicher Wechsel eintreten, indem sich Dampfmassen losreißen und zurückbleiben, ja es kann zu periodischen Aufhellungen kommen, wie wir dies auch bei den Meteorerscheinungen in unserer Atmosphäre beobachten. Mit diesen Aufhellungen können entsprechende periodische Änderungen im Spektrum parallel gehen.

Aber auch durch die verschiedenen Dichten der kosmischen Staubwolken und Dichteänderungen innerhalb derselben Wolke längs der Bahn des Körpers, ferner

durch die Verschiedenheit der relativen Geschwindigkeit sind neue Möglichkeiten für Einzelerscheinungen gegeben. Die Stellen relativer Maximaldichte einer solchen Wolke werden sich im allgemeinen auf einer Oberfläche doppelter Krümmung vorfinden, so daß der Körper mehrere Gebiete erhöhter Dichtewerte nacheinander durchstoßen kann. Für uns lagern sich dann mehrere der geschilderten Spektralerscheinungen übereinander. Dadurch erklären sich sehr leicht die sekundären Intensitätsmaxima und -minima, welche die verbreiterten hellen und dunklen Linien in den Spektren der Neuen Sterne gelegentlich überlagern.

Eine gewisse Bestätigung dieser Theorie findet Ebert im Spektrum eines Meteors, das Pickering auf der Arequipa-Sternwarte zufällig erhielt. Dieses Spektrum zeigte genau das, was die Anwendung der Gesetze der anomalen Dispersion auf den vorliegenden Fall hatte voraussehen lassen. Allerdings müssen wir bemerken, daß die Anordnung der Gashüllen in der Seeligerschen Hypothese wohl eine ganz andere ist als im Falle eines durch die Luft fliegenden Kugelgeschosses. Hier ist nämlich die Geschwindigkeit der Kugel in bestimmter Richtung und der Druck der umgebenden Luft maßgebend, während im Falle eines Neuen Sterns die Eigengeschwindigkeit des Körpers in bestimmter Richtung wohl sehr gering ist im Vergleich zu der durch die Anziehung allseitig hervorgerufenen Geschwindigkeit der Nebelteilchen. Die Anordnung wird mehr gleichmäßig, weniger einseitig sein. Daß aber die anomale Dispersion nach der Seeligerschen Hypothese eine sehr große Rolle in den Spektralerscheinungen spielen kann, läßt sich wohl kaum in Abrede stellen. Der Versuch, zu erklären, wie weit diese Phänomene den Verschiebungen nach dem Dopplerschen Prinzip oder der anomalen Dispersion oder andern physikalischen Ursachen zuzuschreiben sind, ist vorläufig fast aussichtslos. Jedoch ein wichtiger Schluß läßt sich aus den verschiedenen Erklärungsversuchen jedenfalls ziehen, nämlich daß der Seeligerschen Hypothese keine ernstlichen Schwierigkeiten aus dem Gebiete der Spektralerscheinungen entgegenstehen.

C. Radioaktive Vorgänge nach Kayser.

23. In jüngster Zeit versuchte H. Kayser (*AN* 191, Nr 4583 [1912] 421) eine Erklärung der Neuen Sterne durch radioaktive Prozesse. Nach Küstner und Giebeler (*AN* 4582) zeigten Bonner Aufnahmen des Spektrums der *Nova Geminorum 1912* nicht nur die charakteristischen Linien der Novae, sondern auch eine große Anzahl sehr feiner, scharfer Absorptionslinien. Kayser fand nun, daß die 15 bekannten Radiumlinien alle sehr nahe bei Linien des Nova-Spektrums liegen. Die Vermutung, daß die letzteren tatsächlich vom Radium herrühren, wurde verstärkt durch das Auffinden von 6 Linien des Urans, 6 (von den zehn bekannten) Linien der Emanation und ein paar Helium-Linien. Es schien danach sehr wahrscheinlich, daß in der Nova U, Ra, Em, He vorhanden sind. Könnten daher nicht wenigstens einige der rätselhaften Erscheinungen an Neuen Sternen durch radioaktive Vorgänge erklärt werden?

Erstens die breiten Bänder, die an der Stelle der Wasserstofflinien liegen. Kayser vergleicht sie mit den Bändern, welche durch die Goldsteinschen Kanalstrahlen im Spektrum hervorgerufen werden. Diese sind nach Violett verschoben, wenn die Strahlen im Geißlerrohr auf den Spalt zu laufen, nach Rot, wenn sie sich von ihm entfernen. Das abgelenkte Band ist meist durch einen dunklen Zwischenraum von der ruhenden Linie getrennt. Paschen fand ein, Stark zwei Minima in der Intensitätskurve (Fig. 4a). Fig. 4b gibt eine schematische Skizze der Intensität im Nova-Band. Die beiden Figuren zeigen eine merkwürdige Ähnlichkeit. Aber der dunkle Zwischenraum wie auch der schroffe Abfall nach Rot fehlt bei der Nova. Die Ähnlichkeit ließe sich nach Kayser folgenderweise erklären:

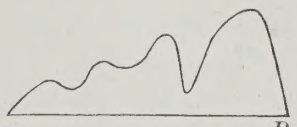

Fig. 4a.

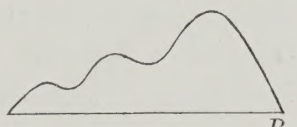

Fig. 4b.

Die Kanalstrahlen bestehen aus ponderablen, positiv geladenen Teilchen, die sich mit großer Geschwindigkeit bewegen. Diese Geschwindigkeit teilen sie den Gasmolekeln mit, gegen welche sie stoßen; diese Gasteilchen werden leuchtend und zeigen im Spektrum Doppler-Effekt: ein abgelenktes Band. Den dunklen Zwischenraum im Band könnte man dadurch erklären, daß die bewegten Teilchen erst von einer gewissen Geschwindigkeit an zu emittieren beginnen.

Auf analoge Weise senden die radioaktiven Substanzen der Nova ihre Energie wesentlich in der Form von α-Strahlen aus, positiv geladenen materiellen Teilchen, wahrscheinlich He-Atome, deren Geschwindigkeit etwa 10—100mal größer ist als die der Kanalstrahlen. Diese α-Strahlen rufen in der Atmosphäre Emission und Geschwindigkeit hervor; es entsteht ein mit Minima versehenes Emissionsband, das 10—15mal breiter ist als bei Kanalstrahlen.

Aber woher die Abschattierung des Nova-Bandes nach beiden Seiten? Das läßt sich durch die verschiedenen Bedingungen der Beobachtung im Geißlerrohr und an einem Weltkörper erklären. Im ersteren Fall ist eine bestimmte Bewegungsrichtung der Strahlen im Gasraum vorherrschend. Beim Stern dagegen bilden die α-Strahlen alle möglichen Winkel mit dem Visionsradius, wodurch auch der Zwischenraum zwischen der ruhenden Linie und dem abgelenkten Band ausgefüllt wird. Daß das Band nach Rot weniger weit reichen kann, versteht sich von selbst.

Man könnte sich etwa folgende Vorstellung von den Vorgängen bei einer Nova bilden: Auf irgend eine Weise, z. B. durch eine gewaltige Eruption, wird eine erhebliche Menge von Ra an die Oberfläche des Weltkörpers gebracht. Durch die radioaktiven Prozesse findet Entwicklung von Wärme und Licht statt. Besteht die Atmosphäre wesentlich aus Wasserstoff, so treten durch die α-Strahlen im Spektrum die breiten Bänder auf, oder etwa auch solche von Ca usw. Die Dämpfe von Ra, U, Em, He gelangen in die höhere Atmosphäre, kühlen sich ab und erzeugen die scharfen Absorptionslinien. Wegen der dauernden Entstehung

von He wachsen dessen Linien an Intensität; sie können je nach dem Ort, wo sie sich befinden, als Emissions- oder Absorptionslinien sichtbar sein.

So könnte sich der anfängliche Verlauf der Erscheinungen erklären lassen. Weit schwieriger ist das schnelle Abklingen der Helligkeit und der Übergang des Sterns in einen Nebel zu verstehen. Nach den Laboratoriumsversuchen beträgt die Lebensdauer des Ra einige tausend Jahre. Tritt vielleicht bei der unvergleichlich viel höheren Temperatur der Sterne ein schnellerer Zerfall ein? oder kehrt das Ra wieder in das Innere des Weltkörpers zurück, etwa durch Einsaugung in ein fleckenartiges Gebilde? Und wäre die Hypothese zu kühn, daß die Nebellinie, bis jetzt unbekannten chemischen Ursprungs, sich aus dem Ra entwickeln könnte?

Die gegebene Theorie enthält zwar viel des Unsicheren und Hypothetischen, doch ist sie immerhin ein beachtenswerter Versuch, die Vorgänge auf den Neuen Sternen von einem neuen Gesichtspunkt aufzufassen, den Kayser für vielversprechend zu halten scheint.

D. Der spätere Zustand nach Hartmann, Barnard und Guthnick.

24. Endlich dürfen die wichtigen Untersuchungen Hartmanns über das Spektrum und die Helligkeit der *Nova Persei* in ihrem späteren Zustand (*AN* 177 [1908] 113) nicht unerwähnt bleiben. Hartmann konnte mit dem 80 cm-Refraktor der Potsdamer Sternwarte den Stern bis Februar 1908 (Datum der Veröffentlichung) verfolgen und hatte noch im Oktober 1907, als seine Helligkeit bereits auf $11^m.4$ gesunken war, mit $8^1/_4$ Stunden Belichtung ein gutes Spektrum erhalten.

Wir geben hier seine Übersicht über die Änderungen im Spektrum tabellarisch wieder. Im Herbst 1901 zeigte das seit dem Sommer stark veränderte Spektrum folgende Linien (I = relative Intensität der Nova-Linien):

λ	I	Nebellinien	λ	I	Nebellinien
3869	15	3869	4615	2	4610
3968	20	3968	4641	6	4643
4102	5	4102 Hδ	4686	5	4686
4341	5	4341 Hγ	4725	8	—
4363	10	4363	4862	3	4862 Hβ
4471	1	4471	4959	2	4959
4551	1	—	5007	4	5007

Die meisten der beobachteten Linien sind also mit Linien des Nebelspektrums identisch, und es unterliegt hiernach keinem Zweifel, daß auf den Neuen Sternen während eines gewissen Zeitraums ihrer Entwicklung dieselben Gase leuchten wie in den Nebelflecken. Doch ist ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Spektren: Die Linien der Nova waren stets stark verbreitert, während die Linien der Nebel, ähnlich denen stark verdünnter Gase, ganz schmal und scharf sind.

Schon Huggins wies bei Gelegenheit seiner Beobachtungen der *Nova Aurigae* (*AAS* 12 [1893] 614) darauf hin, daß die große Breite der Nova-Linien gegen eine völlige Identifizierung des Neuen Sterns mit einem Nebel spricht.

Im Herbst 1902 zeigte das Spektrum der *Nova Persei* eine bedeutende Veränderung: die früher stärksten Linien, λ 3869 und λ 3968, waren ganz zurückgetreten; die intensivste Linie war nunmehr die bekannte Hauptlinie der Nebelspektren bei λ 5007; hierauf folgte λ 4686, dann λ 4959, und Hβ und Hγ, von denen nur noch Spuren zu erkennen waren; das kontinuierliche Spektrum trat mehr und mehr in den Vordergrund, während die allgemeine Form der breiten Linien unverändert geblieben war. Auch in diesem Stadium ihrer Entwicklung hatte also die Nova, wenn man lediglich auf die Wellenlängen der beobachteten Linien Rücksicht nahm, noch Ähnlichkeit mit einem planetarischen Nebel, jedoch sprachen hier ebenfalls wieder die Breite der Linien sowie auch das starke kontinuierliche Spektrum gegen die völlige Identifizierung mit einem solchen Nebel.

Im Herbst 1905 wurde außer einem kontinuierlichen Spektrum nur noch eine Emissionslinie bei λ 4688 wahrgenommen; ebenso im November 1906.

Die Aufnahme vom 15. bis 18. Oktober 1907 (Belichtungszeit 8¼ Stunden) wies ein schwaches kontinuierliches Spektrum mit einer Anzahl breiter Emissionslinien auf. Das Nova-Spektrum war fast vollkommen identisch mit dem Spektrum des Wolf-Rayet-Sterns *BD* 35°4001. Die Hauptlinie beider Spektren liegt bei λ 4688, ferner sind, erheblich schwächer, die Wasserstofflinien Hβ, Hγ und Hδ vorhanden. Die im Wolf-Rayet-Stern ziemlich intensive Linie λ 4618 ist in der Nova verhältnismäßig schwach, wogegen diese selbst bei λ 3890 eine Spur von einer im Wolf-Rayet-Stern nicht sichtbaren Linie zeigt. Auch die relative Intensität des kontinuierlichen Spektrums und die Breite und Form der Emissionslinien stimmen in beiden Spektren, soweit eine Vergleichung möglich ist, überein. Besonders ist zu beachten, daß gerade bei den Wolf-Rayet-Sternen auch die für die Nova-Linien ganz charakteristische Form der breiten Emissionslinien vorhanden ist. Von den Hauptnebellinien λ 5007 und λ 4959 ist weder in dem jetzigen Spektrum der *Nova Persei* noch auch in dem des Wolf-Rayet-Sterns eine Spur zu erkennen. Campbell hat trotz seiner sorgfältigen Untersuchungen aller Sterne dieses Spektraltypus bei keinem einzigen die Nebellinien auffinden können. Hiernach steht also fest, daß die *Nova Persei* durch einen Zustand, in welchem die in ihrer Atmosphäre leuchtenden Gase mit dem Hauptbestandteil der Nebelflecke identisch waren, hindurchgegangen und zu einem dem Wolf-Rayet-Typus angehörenden Stern geworden ist.

Daß die Nebellinien nur während eines beschränkten Zeitraums der Nova-Entwicklung auftraten, scheint darauf hinzudeuten, daß die beiden Hauptnebellinien λ 5007 und λ 4959 nicht einem eigenartigen, nur in den Nebeln vorkommenden Element angehören, sondern daß sie lediglich einer besondern Art des Leuchtens eines andern, auch auf den übrigen Weltkörpern vorhandenen Elements

entsprechen. Beachtet man nun, daß sowohl während des ersten, sehr hellen Zustandes der Nova der Wasserstoff in ihrer Atmosphäre die Hauptrolle spielte, sowie auch, daß die jetzige Hauptlinie ihres Spektrums λ 4688 nach Rydbergs Berechnung die erste und stärkste Linie der Hauptserie des Wasserstoffes ist, die sich nach J. Starks Untersuchungen auch im Spektrum der Kanalstrahlen im Wasserstoff wiederfindet, so drängt sich der Gedanke auf, daß auch jene Hauptnebelsubstanz in naher Beziehung zum Wasserstoff steht, ja daß sie vielleicht nur die Wasserstoffatome in einem besondern physikalischen Zustand oder ein Umwandlungsprodukt dieser Atome enthält.

25. Eine Bestätigung der Änderungen im Spektrum der *Nova Persei* fand Barnard in den Fokusänderungen, die sich bei Einstellung dieses Sterns an dem 40-Zoll-Teleskop der Yerkes-Sternwarte zeigten (E. E. Barnard, On the Focal Changes in *Nova Persei* and on the Focus of some of the Wolf-Rayet stars: *Science* N. S. 28, Nr 728). Barnard schreibt:

„Observations of the focus of this star were made at the Yerkes-Observatory with the 40-inch in 1901, 1902 and 1903. They show a change in accordance with Dr. Hartmann's spectroscopic observations.

„The focus rather suddenly became nebular about the first of October, 1902, when it was a quarter of an inch longer than for a star. This lasted until the middle of November of the same year, when it slowly returned to the stellar focus, becoming stellar about February, 1903. The last of these focal measures was made September 28, 1903. The result was — 0.03 inch. This value was so small that the sign was not considered real. But for the fact that Dr. Hartmann found the Nova had finally reached a condition similar to that of the Wolf-Rayet stars, it may have a stronger significance than I supposed, for I find that those of the Wolf-Rayet stars I have examined, with the exception of one case, have their focus slightly shorter than for an ordinary star. The focal measures, therefore, verify Dr. Hartmann's results and show, furthermore, just when the change in the spectrum of the star occurred."

Barnard hat auch später während einer Reihe von Jahren das Aussehen der Novae im 40-Zöller beobachtet und die Resultate in den *AN* 194 (1913) Nr 4655 veröffentlicht. Wir lassen hier kurz das Wichtigste folgen:

„*Nova T Coronae 1866.* The star was 9,4 magnitude of the B.D. scale and apparently colorless. It did not differ in any way in focus or appearance from the ordinary star. The out of focus image, however, was not examined. This star evidently returned to its former condition a good many years ago.

„*Nova Cygni 1876.* Last observation 1911 Oct. 29: about 15th magn. Its appearance is distinctly hazy and requires a slightly longer focus than the ordinary star.

„*Nova Andromedae 1885.* Nothing has been seen of it (1912 Nov. 15).

„*Nova Aurigae 1891.* Last observation 1912 Nov. 16: 14^{th} magn. Its image is ill defined and seems to require a somewhat longer focus than that of the ordinary star.

„*Nova Sagittarii 1898.* Last observation 1912 July 16: 15^{th} magn. It is always hazy and ill defined.

„*Nova Persei 1901.* 1912 Oct. 15: 12^{th} magn. There is nothing in its appearance or focus different in any way from the ordinary star.

„*Nova Geminorum 1903.* 1912 Oct. 15: 16^{th} magn. It was too faint to tell anything of its focus.

„*Nova Aquilae 1905.* It has passed beyond the reach of the 40-inch telescope.

„*Nova Lacertae 1910.* 1912 Dec. 13: 12.5 magn. Appearance: very small nebula, less than 2″ diameter, bluish white. Focus 5 mm longer than for the ordinary star. Very ill defined.

„*Nova Geminorum n° 2, 1912.* 1913 Febr. 8: At the proper focus the Hα-image was clearly seen. It was small and sharp and intensely crimson, and was surrounded by a greenish blue halo some 3″—4″ in diameter. The normal focus was not different from that of an ordinary star.“

Noch sei erwähnt, daß die *Nova Aquilae 3* im Herbst 1918 eine kleine planetarische Scheibe zeigte von ungefähr 1″ Durchmesser, die sich jetzt (Herbst 1920) bis auf 4″ ausgedehnt hat.

26. Über die mutmaßliche Beziehung zwischen Novae, planetarischen Nebeln und Wolf-Rayet-Sternen war schon im I. Bd S. 750 die Rede. Wenn auch die meisten Novae einige Zeit wie planetarische oder sternartige Nebel aussehen, so scheinen sie doch alle schließlich in Wolf-Rayet-Sterne überzugehen. Sind nun aber die planetarischen Nebel, deren Existenz uns seit Herschels Zeit bekannt ist, auch aus Neuen Sternen entstanden? Das ist sehr zweifelhaft. Dasselbe gilt für die Wolf-Rayet-Sterne. Ihre scheinbare Verteilung am Himmel spricht nicht zugunsten der Annahme, daß sie den Endzustand der Novae darstellen; denn für 55 Wolf-Rayet-Sterne erhält man als mittlere galaktische Breite nur $2^0.6$, für 34 Neue Sterne $10^0.0$ (Kienle, Neue Sterne: *Physik. Zeitschrift* 21 [1920] 410/16). „We are obliged to say“, sagt Campbell (The Evolution of the Stars [1915] 186 f), „that the places of the Novae, of the planetary and stellar nebulae, and of the Wolf-Rayets in the evolutionary process are not certainly known.“

27. Guthnick macht in der Zeitschrift *Naturwissenschaften* 1918 (Okt.) besonders auf die Helligkeitsschwankungen aufmerksam, welche die *Nova Aquilae*, ähnlich wie frühere Neue Sterne, während der Abnahme der Helligkeit zeigte. Diese Schwankungen kennzeichneten sich auch diesmal wieder durch eine ausgesprochene Periodizität. Die Periode betrug sehr nahe 12 Tage: die Zeit vom Min. zum Max. 3—4 Tage, die Abnahme vom Max. zum Min. 8—9 Tage. Die Form der

Schwankungen erinnerte an den δ *Cephei*-Typus; die Amplitude des Lichtwechsels betrug etwa $0^{M}.7$. Sehr bemerkenswert ist, daß zwischen dem Tag des größten Lichtes vom 9. Juni (1918) und dem Max. vom 3. Juli genau zwei Perioden liegen, und daß die Zunahme von der ursprünglichen Helligkeit $10^{M}.5$ bis zum absoluten Max. 3—4 Tage dauerte. (Das Max. am 21. Juni scheint nicht stattgefunden zu haben oder nur sehr schwach gewesen zu sein.) Ähnliches findet man bei der *Nova Geminorum 1912*, mit einer Periode von 10 Tagen, bei der *Nova Aurigae* (8 Tage) und der *Nova Persei* (4.6 bis 4.8 Tage). Nach und nach werden die Schwankungen unregelmäßiger und kleiner und verschwinden schließlich ganz.

Auch auf das interessante Verhalten des Farbenindex bei der *Nova Aquilae* lenkt Guthnick unsere Aufmerksamkeit. Nimmt man an, daß die Beziehungen zwischen Farbenindex, Spektraltypus und effektiver Temperatur für die Novae ebenso wie für die gewöhnlichen Sterne gelten (was allerdings unsicher ist), so würde aus den Farbenindexbestimmungen folgen, daß die Temperatur nach Erreichung der Maximalhelligkeit zunächst noch weiter merklich zunahm. Erst nachdem die Helligkeit um drei Größenklassen gesunken war, entsprach dem Farbenindex ein merklich späterer Spektraltypus. Wichtig ist auch, daß die bald eingetretene starke Rotfärbung der Nova nicht, wie bei den Sternen des III. und IV. Spektraltypus, von der Art der Energieverteilung im kontinuierlichen Spektrum, sondern von der sehr hellen Emissionslinie des Wasserstoffes herrührt, deren Intensität viel langsamer abnimmt als die des kontinuierlichen Spektrums.

Schließlich kommt Guthnick auch auf die Nova-Theorien zu sprechen. Seiner Ansicht nach gibt es deren nur zwei, die noch ernstlich in Frage kommen: die Zöllnersche und die Seeligersche. Bildet die Feststellung ausgedehnter kosmischer Wolken in der Umgebung der Nova eine gewichtige Stütze für Seeligers Hypothese, so spricht das Auftreten periodischer Helligkeitsschwankungen mehr für die Zöllnersche Annahme einer Eruption glühender Massen aus dem Innern eines oberflächlich bereits stark abgekühlten Sternes[1]. Die Schwankungen werden erst dann merklich, wenn die Eruptivmassen sich so weit gelichtet haben, daß die eigentliche Oberfläche des Sterns wieder zum Vorschein kommt. Die Rotationsdauer des Sterns ist die Periode der Schwankungen; das Helligkeitsmaximum fällt mit dem Vorüberwandern der Eruptionsstelle vor der Scheibe des Sterns zusammen. Die sehr breiten Emissionsbänder und die korrespondierenden Absorptionslinien rühren von den Eruptivmassen her, die von der Nova nach allen

[1] Hierzu bemerkt Kienle (a. a. O.): „Die Zöllnersche Vorstellung von der Eruption glühender Massen aus dem Innern des Sternes hat ... sehr wohl Platz im Rahmen der Seeligerschen Hypothese. S. geht aber doch noch einen Schritt weiter zurück als Z., indem er die Ursachen dieser Eruptionen zu erklären sucht und als solche den Eintritt des erkalteten Sternes in die kosmische Wolke annimmt. Beide Theorien können also nicht einander gegenübergestellt werden, sondern gehören einem gemeinsamen Vorstellungskomplex an."

Seiten sich entfernen. Der Teil der Massen, der sich auf die Scheibe der Nova und ihre nächste Umgebung projiziert, erzeugt die schmalen, stark nach Violett verschobenen Absorptionslinien; die übrigen Teile erzeugen die Emissionsbänder, die sehr breit sind, deren Mitten der eigentlichen Radialgeschwindigkeit des Sterns ungefähr entsprechen und die auf der violetten Seite bis an die Absorptionslinien heranreichen.

Vielversprechend für die Theorie der Neuen Sterne ist die von W. H. Wright in Angriff genommene Veröffentlichung: The Spectra of the Temporary Stars (Lick Obs. *Publ.* 14 [1920]). Diese einheitliche Verarbeitung des gesamten Materials an Nova-Spektrogrammen, die an der Lick-Sternwarte seit dem Jahre 1901 gewonnen wurden, wird hoffentlich die Lösung manches noch ungeklärten wichtigen Problems bringen. Namentlich sei hier die Frage erwähnt, ob die Linienverschiebungen in den Spektren der Neuen Sterne den Wellenlängen proportional sind (wie das Dopplersche Prinzip es heischt) oder nicht. Die Antwort auf diese Frage ist „the touch-stone of theories on temporary stars" (Halm a. a. O. 545), „a matter which bears vitally on the explanation of the displacement as an effect of radial velocity" (Wright a. a. O. 13).

Viertes Kapitel.

Die Nebel um *Nova Persei 1901.*

Eine Bestätigung der Seeligerschen Theorie war die photographische Entdeckung nebliger Objekte in der Umgebung der *Nova Persei* durch Max Wolf. Die Entdeckung wurde veranlaßt durch die Beobachtungen von Flammarion und Antoniadi, die auf zwei Photographien die *Nova Persei* von einer scharfbegrenzten Aureole umgeben fanden. Auf der ersten Photographie, vom 19. August 1901, mit 30 Minuten Belichtungszeit bei 16 cm Öffnung und 70 cm Fokallänge, hatte die Aureole 2′ Durchmesser; auf der zweiten, vom 20./21. August, mit $3^h\,30^m$ Belichtungszeit, war der Durchmesser 6′. Hieraus schlossen die beiden Beobachter, daß die aktinische Einwirkung der Nova auf die empfindliche Schicht ganz verschieden von der Wirkung der andern Sterne sei (*AN* 3736).

Um die Ursache dieser Erscheinung zu untersuchen, bedeckte Wolf die Hälfte des photographischen Objektivs mit einem geradlinig begrenzten, undurchsichtigen Schirm (23. Aug. 1901). Die Aureole bildete auf der Platte einen genau der Blende entsprechenden Halbkreis. Wolf entnahm daraus, daß die Nova eine Lichtart besonders intensiv aussenden müsse, für die das Objektiv nicht korrigiert sei (*AN* 3736).

Zu einem ähnlichen Schluß kam auch Kostinsky durch Experimente mit Diaphragmen von dreieckiger und quadratischer Form. Nach Belopolsky bestand das Spektrum der Nova am 2. Aug. 1901 beinahe ausschließlich aus einer Gruppe von teilweise sehr hellen Bändern im grünen Teil des Spektrums ($\lambda = 501.0\,\mu\mu$ bis $470.3\,\mu\mu$). Da die photographische Platte annähernd für die Linie $H\gamma$ ($\lambda = 434\,\mu\mu$)

fokusiert war, so gelangte schon ein bedeutender Teil des Lichtes in zerstreuter Form auf die Platte. Eine Aufnahme von Kostinsky mit einer für den grünen Teil fokusierten Platte zeigte tatsächlich keine Spur der Aureole. Eugen v. Gothard (*AN* 3738) fand in seinen Aufnahmen (zwischen Aug. 18 und Sept. 6) noch zwei helle Linien $\lambda = 386.7$ und 397.0, denen er die Erzeugung der Aureole zuschrieb. Das Experiment Kostinskys dürfte wohl zugunsten der auch von Gothard visuell beobachteten grünen Nebellinien entscheiden.

Kostinsky bemerkt weiter, daß schon Barnard (*AN* 3143) eine ähnliche Erscheinung bei der *Nova Aurigae 1892* fand, für welche später Vogel eine vollkommen analoge Erklärung gab (Über den neuen Stern im Fuhrmann [1893] 45—47).

Auf seinen vierstündigen Aufnahmen vom 23. August 1901 fand Wolf südlich und etwas östlich in der Nähe der Nova eine deutlich erkennbare, aber äußerst schwache und trotzdem strukturreiche Nebelmasse, deren Züge sich bis in die Nova selbst hinein zu ziehen schienen. Die Entdeckung wurde dann durch eine Aufnahme von Ritchey (1901 Sept. 20, *ApJ* 14, 167) bestätigt, dessen Reflektor die Nova von einer unregelmäßigen, aber konzentrisch angeordneten Nebelmasse umgeben zeigte, deren hellste Teile sich südlich der Nova befanden. Weitere Aufnahmen, von Perrine (1901 Nov. 7 u. 8) und Ritchey (1901 Nov. 9), ergaben eine lebhafte Bewegung der Nebelkondensationen (*AN* 157, Nr 3748 u. 3750), die sich anscheinend nach allen Richtungen hin von der Nova entfernten. Neben Perrine und Ritchey hat Wolf die Novanebel in der folgenden Zeit wiederholt photographiert. Auch Bohlin hat sich an den Aufnahmen beteiligt (*AN* 3759). Erst im Januar 1902 (Lick-*Bulletin* Nr 14) fand Perrine auf einer Aufnahme von 10 Minuten Dauer, die Palmer und Dall am 29. März 1901 mit dem Crossley-Reflektor gemacht hatten, zwei schwache neblige Ringe um die Nova sowie auch verschiedene Massen in ihrer Nähe. Die frühesten Beobachtungen der Nebel waren also: 1901 März 29, Lick-Sternwarte; 1901 Aug. 23, Heidelberg; 1901 Sept. 20, Yerkes-Sternwarte.

A. Stand der Frage.

28. Die Beobachtungen und Theorien über die Nebel um die *Nova Persei 1901* wurden eingehend untersucht und zusammengestellt von A. Kopff (Über die Nebel der *Nova Persei*: *Publikationen* des Astrophysikalischen Instituts Königstuhl-Heidelberg Bd 2 [1906] Nr 9). Für die Beobachtungen stützt sich Kopff hauptsächlich auf die Heidelberger Aufnahmen von 1901 Aug. 23 bis 1902 März 12. Er hat die beobachteten Erscheinungen folgenderweise zusammengefaßt:

„Im wesentlichen kann man in der Umgebung der Nova dreierlei in Entfernung und Verhalten verschiedene Kondensationen unterscheiden:

„1. Den Nebel *m*, der bis Anfang Dezember eine konstante Entfernung von etwa 135″ von der Nova hat, der sich bis Mitte Dezember nach S bewegt und dann mit großer Geschwindigkeit hauptsächlich nach W und NW ausbreitet.

„2. Die Nebel der inneren Ellipse, die anfangs eine mittlere tägliche Geschwindigkeit von etwa 2″ haben, die von August ab auf 1″, später noch weiter heruntersinkt. Von Einzelheiten abgesehen, hört die Bewegung im Februar fast ganz auf, wächst aber dann rasch zu der früheren Geschwindigkeit wieder an. Die Nebel sind einer lebhaften Form- und Helligkeitsänderung unterworfen. Der Abstand, der im SE gelegenen hellsten Gruppe ist für August im Mittel 384″, für Mitte Dezember 492″. Hierzu sind auch noch die innerhalb der Ellipse gelegenen Nebel zu rechnen.

„3. Die Nebel der äußeren Ellipse, die im allgemeinen sehr schwach sind, von denen einzelne aber zu bedeutender Helligkeit anwachsen. Die eine oder andere Kondensation scheint sich sogar neu zu bilden, war aber jedenfalls vorher zu schwach, um wahrgenommen zu werden. Die Nebel haben sich mit nahezu doppelt so großer Geschwindigkeit wie die inneren Nebel von der Nova entfernt; diese Geschwindigkeit läßt aber schon Ende 1901 bedeutend nach, so daß eine augenfällige Vergrößerung der äußeren Ellipse nicht mehr wahrzunehmen ist. Die große Achse zeigt anfangs Januar 1902 eine Ausdehnung von 1065″ im Mittel, die kleine von 849″. Der Abstand der äußeren Nebel ist also ziemlich genau der doppelte desjenigen der inneren.

„Zu erwähnen ist noch, daß der Positionswinkel für innere und äußere Nebel der Hauptsache nach kleiner wird. . . . Hierzu kommen:

„4. Die strukturlosen Nebel außerhalb der äußeren Ellipse, deren Zugehörigkeit zu den eigentlichen Novanebeln fraglich ist.“

In diese Gruppierung gelang es Kopff durch annehmbare Voraussetzungen über die Geschwindigkeit der Bewegung die frühesten Aufnahmen Perrines von 1901 März 29 einzureihen.

29. Der Stand der Frage wird von Kopff wie folgt klargelegt: Es konnte wohl keinem Zweifel unterliegen, daß die Erscheinungen in den Nebeln in sehr engem, ursächlichem Zusammenhang mit dem Lichtausbruch der Nova selbst standen. Als Grundgedanken kann man annehmen, daß das zu uns kommende Licht von einer primären Strahlung herrührte, die sich in irgend welcher Richtung von der Nova entfernt hatte. Es sei (Fig. 5):

ρ = Entfernung des Nebels n von der Nova N,
ϑ = Winkel zwischen den Richtungen Nova—Sonne und Nova—Nebel,
e = Entfernung zwischen Nova und Sonne,
v = Geschwindigkeit des Lichtes,
v_1 = Geschwindigkeit der von der Nova ausgehenden primären Strahlung,
σ = Entfernung des Nebels von der Nova an der Sphäre,
τ = Zeit vom Ausbruch der Nova an gerechnet.

Hiernach hat man:

$$\text{(1)} \qquad \begin{aligned} \frac{\rho}{v_1} + \frac{\rho \sin \vartheta}{v \sin \sigma} - \frac{e}{v} &= \tau, \\ \rho \cos \vartheta + \frac{\rho \sin \vartheta}{\operatorname{tg} \sigma} &= e. \end{aligned}$$

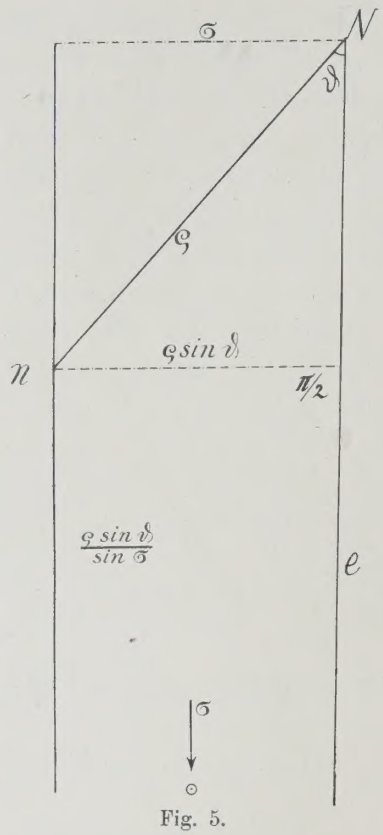

Fig. 5.

Diese Gleichungen geben, durch Elimination von σ, jene Punkte der primären Strahlung, die zur Zeit τ sichtbar sind, vorausgesetzt daß die Strahlung nur momentan gewirkt hat. War v_1 vom Positionswinkel unabhängig, so liegen alle sichtbaren Punkte auf einer Rotationsfläche um $N_\odot$; hat die wirksame Strahlung während der Zeit $\Delta\tau$ angedauert, so liegen die sichtbaren Punkte zwischen den Flächen mit den Parametern τ und $\tau - \Delta\tau$.

Da σ sehr klein ist, darf man setzen: $\sin\sigma = \operatorname{tg}\sigma$; dann wird die Gleichung der genannten Rotationsfläche:

$$\varrho = \frac{v_1\tau}{1 - \frac{v_1}{v}\cos\theta}. \tag{2}$$

Wenn v_1, wie wir voraussetzen wollen, auch von θ und ϱ unabhängig ist, so ist dies die Gleichung einer durch Rotation eines Kegelschnitts entstandenen Fläche.

Die Gleichungen (1) enthalten vier Unbekannte: ϱ, θ, v_1, e; es ist daher nicht möglich, aus σ die Lage irgend eines Punktes der primären Strahlung zu bestimmen. Vor allem muß man sich klar werden über die absolute Fortpflanzungsgeschwindigkeit der primären Strahlung im Raum. Wolf berechnete aus seinen ersten Aufnahmen, daß, wenn die Bewegung in der Distanz der Nova und senkrecht zur Gesichtslinie vor sich gegangen ist, bei einer der Parallaxe von *61 Cygni* (0″.39) entsprechenden Entfernung die Geschwindigkeit mehr als 7000 km in der Sekunde betragen hätte, während der Lichtgeschwindigkeit eine Parallaxe von 0″.012 entspräche. Den letzteren Wert hielt er für den wahrscheinlichsten. Die späteren, direkten Bestimmungen der Parallaxen haben bestätigt, daß die Nova eine äußerst geringe, wenn überhaupt meßbare Parallaxe hat.

30. Da jedenfalls die Parallaxe der Nebel von derselben Größenordnung wie die der Nova sein muß, hat jeder Erklärungsversuch mit außergewöhnlichen Geschwindigkeiten zu rechnen. Außer Lockyer, der, seiner Meteoritenhypothese getreu, die Erscheinungen durch das Eindringen eines ganzen Systems von Meteorschwärmen in einen ruhenden Nebel zu erklären sucht, sehen alle übrigen die Nova selbst als Ursache der Erscheinung der Nebel an. Die Hypothesen lassen sich dann in zwei Gruppen einteilen, je nachdem man annimmt, daß von der Nova Materie ausgeschleudert wird, die als Nebel auf der Platte sichtbar wird, oder daß bereits im Raum vorhandene Nebel unter dem Einfluß einer von der Nova ausgehenden primären Strahlung eine sekundäre Strahlung aussenden, die auf die Platte wirkt.

Zur ersten Gruppe gehören: die Hypothese der Bildung eines planetarischen oder spiralförmigen Nebels, wozu ein durch eine gewaltige Kollision hervorgerufener Ausbruch der Nova Anlaß gab (Arrhenius, Perrine); die Hypothese, nach welcher fortgeschleuderte Massen in größerer Entfernung unter dem Einfluß repulsiver Kräfte weiterbewegt werden, so wie die Schweifbildung der Kometen erklärt wird (Wilsing); die Hypothese der elektrischen Abstoßung individueller Atome oder Körperchen, ähnlich jener Abstoßung, welche die Kathodenstrahlen in einem Geißlerschen Rohr verursacht (F. W. Very); oder endlich allgemein die Hypothese, nach welcher Körperchen von dem Stern mit einer Geschwindigkeit ausgeschleudert werden, die der Geschwindigkeit des Lichtes nahekommt (Newcomb).

Zur zweiten Gruppe gehören: die von Wolf ausgesprochene Ansicht, daß es sich vielleicht um die Fortpflanzung einer Explosion, um eine Weltbildung durch eine Knallgasexplosion handle, die durch das Eindringen der Nova verursacht wäre; die Hypothese von Bell, der die primäre Strahlung mit der Ausstrahlung elektromagnetischer Spannungen vergleicht, wie sie bei Sonnenstürmen beobachtet werden; die Hypothese von Nordmann, die gewaltige elektrische Gleichgewichtsstörungen und Entladungen voraussetzt, wodurch intensive Hertzsche Wellen entstehen, welche die herumliegende Nebelmaterie zum Leuchten bringen; endlich die zuerst von Kapteyn ausgesprochene und wegen ihrer Einfachheit am meisten sich empfehlende Hypothese, daß der Nebel, der den Stern umgibt, das von der Nova ausgestrahlte Licht bloß reflektiert. In engem Zusammenhang mit dieser letzteren Hypothese stehen die von Seeliger, Hinks, Luyties, Kopff und Turner behandelten Probleme der Nebelstruktur, des Distorsionsphänomens und der Parallaxe der Nova.

Wir lassen hier die verschiedenen Theorien mit kurzer Auseinandersetzung folgen.

B. Erste Gruppe von Hypothesen.

31. Nach Svante Arrhenius (Das Werden der Welten 106) wurden aus der *Nova Persei* zwei verschiedene Arten Partikelchen ausgestoßen, von denen die eine sich mit ungefähr doppelt so großer Geschwindigkeit bewegte als die andere. Die Staubanhäufungen bildeten zwei kugelförmige Hüllen rund um den Neuen Stern. Sie entsprachen in jeder Beziehung den zwei Arten von Kometenschweifen (von Bredichins erster und zweiter Ordnung), die man zuweilen an ein und demselben Kometen beobachtete. Diese Staubmassen wurden vom Strahlungsdruck gegen die äußeren Partien der umgebenden Gasmassen getrieben, wo der Staub seine negativen Elektrizitätsmengen entladet, und wo auf diese Weise ein Licht zustandekommt, das vollkommen dem der Nebelflecke gleicht.

Perrine bemerkt kurz (Motion in the faint Nebula surrounding *Nova Persei*: *AN* 3753): „It may be that in the outburst of *Nova Persei* we have seen the formation of a nebula, either planetary or spiral.“

32. J. Wilsing (Versuch einer Erklärung der Entstehung und der Bewegung der Nebelhülle, welche die *Nova Persei* umgibt: *AN* 3765 [1901, Dez.]) verlegt die Entstehung der ungeheuren Geschwindigkeiten der Nebelmaterie bereits in

größere Entfernung von dem Stern, an Stellen, wo die Materie infolge von Expansion nur noch eine sehr geringe Dichtigkeit besitzt. „Dort treten repulsive Kräfte in Tätigkeit, wie solche der Sonne beigelegt werden müssen, um die Schweifbildung der Kometen zu erklären. Diese von Olbers und Bessel begründete Theorie hat durch Bredichins Untersuchungen eine so vielseitige Bestätigung erfahren, daß an der Existenz der repulsiven Wirkung der Sonne kaum noch gezweifelt werden kann. Ferner haben Hasselbergs Untersuchungen über die Spektra der Kohlenwasserstoffe die elektrische Natur der Lichtentwicklung bei den Kometen sehr wahrscheinlich gemacht und damit auch der von Zöllner aufgestellten elektrischen Theorie der Repulsivkraft eine Stütze geliefert. Von diesen Anschauungen ausgehend hat man zu untersuchen, wie groß die Repulsivkraft der Nova resp. die Dichtigkeit der freien Elektrizität an ihrer Oberfläche im Verhältnis zur Sonne sein muß, um der sie umgebenden gasförmigen Materie die beobachtete Geschwindigkeit erteilen zu können."

a) Der Klarheit wegen schalten wir eine kurze Ableitung der Bessel-Zöllnerschen Kometentheorie ein, soweit sie hier in Betracht kommt (vgl. *AN* 87, Nr 2082/86):

Es seien gegeben: zwei Kugeln mit Massen M, m, mit Dichten Σ, σ und mit Radien R, r; auf den Oberflächen O, o befinden sich die gleichnamigen elektrischen Ladungen E, e mit den konstanten Dichten Δ, δ. Der Abstand der Mittelpunkte sei a. Die anziehende Kraft Γ der beiden Kugeln ist nach dem Newtonschen Gesetz gegeben durch

$$\Gamma = \frac{Mm}{a^2} k^2 = \frac{k^2}{9a^2} \cdot Oo \cdot Rr \cdot \Sigma\sigma \quad (k^2 = \text{Attraktionskonstante}),$$

die elektrische abstoßende Kraft F durch

$$F = \frac{Ee}{a^2} = \frac{1}{a^2} \cdot Oo \cdot \Delta\delta.$$

Dabei setzen wir voraus, daß alles im C.G.S.-System ausgedrückt ist.

Ersetzen wir in der ersten Formel $\frac{1}{3}\frac{O}{R}\Sigma k^2$ durch G (= Gravitation an der Oberfläche des ersten Körpers), so wird:

$$\Gamma = \frac{R^2}{3a^2} \cdot G \cdot or\sigma,$$

folglich:

$$\frac{F}{\Gamma} = \frac{3O}{R^2} \cdot \frac{1}{G} \cdot \frac{\Delta\delta}{r\sigma} = \frac{12\pi}{G} \cdot \frac{\Delta\delta}{r\sigma}.$$

Setzen wir mit Bessel[1]

$$\frac{F}{\Gamma} = 1 - \mu,$$

[1] „Die Kraft, mit welcher die Sonne die Teilchen zu bewegen sucht, wird in der Entfernung r gleich $\frac{\mu}{rr}$ vorausgesetzt. Wenn μ den Wert 1 hat, so ist die Wirkung der gewöhnlichen Anziehung der Sonne gleich; wenn $\mu < 1$, so ist die erstere kleiner als die letztere; wenn μ negativ, so verwandelt sich die Anziehung in eine Zurückstoßung."

so folgt hieraus:

$$\Delta\delta = \frac{G}{12\pi} r\sigma\,(1-\mu).$$

Für die Sonne ist $G = 27 \times 10^3$, also:

(1) $$\Delta\delta = 716\, r\sigma\,(1-\mu) \quad \text{(C.G.S.)}.$$

Auf ein Teilchen wirkt unter dem Einfluß von Anziehung und Abstoßung der Sonne eine Kraft $F - \Gamma = -\mu\Gamma = -\mu\frac{Mm}{a^2}k^2 = -\mu\frac{GR^2}{a^2}m$. Bei Abstoßungen ist μ negativ. Das Teilchen befinde sich anfangs an der Sonnenoberfläche und werde radial ausgestoßen. Nach dem Prinzip der Erhaltung der Energie ist die Geschwindigkeit in der Entfernung a:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_a^2 = -2\mu GR^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a}\right).$$

Wenn a sehr groß ist, ist näherungsweise

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = -2\mu GR.$$

Im C.G.S. wird also

(2) $$\frac{dr}{dt} = 613.10^5\sqrt{-\mu}.$$

Hieraus folgt, daß ein von der Nova senkrecht zur Gesichtslinie ausgestoßenes Teilchen sich jährlich um

(2a) $$129 \cdot \pi'' \cdot \sqrt{-\mu}$$

am Himmelsgewölbe verschieben würde, wenn der Nova die Sonnenmasse zugeschrieben wird und π die Parallaxe der Nova in Sekunden bedeutet.

Macht man aus den Beobachtungen bestimmte Annahmen über die vermutliche Geschwindigkeit der Teilchen oder über die Parallaxe der Nova, so kann man aus (2) oder (2a) μ finden und dann in (1) substituieren. Um die Größenordnung von $\Delta\delta$ abschätzen zu können, muß dann noch $r\sigma$ bekannt sein. Zöllner stützt sich dazu auf Angaben von Maxwell, mitgeteilt auf der britischen Naturforscherversammlung zu Bradford im Jahre 1873. Für Wasserstoff gibt er:

Durchmesser der Moleküle 58.10^{-9} cm, Masse 46.10^{-19}.

Hieraus findet er[1]: $\sigma = 0.045$, $\log r\sigma = 0.3163 - 9$.

[1] Aus $\sigma = 6m/\pi d^3$ (m = Masse, d = Durchmesser) würde folgen: $\log r\sigma = 0.1156 - 8$, also ein 6.3mal größerer Wert für $r\sigma$. Auch die von Zöllner für O_2, CO und CO_2 abgeleiteten Werte stimmen nicht mit den Angaben über r und σ; diese sind beziehungsweise 19-, 16-, 22-mal zu groß. Es ist mir nicht gelungen, eine annehmbare Ursache für diesen Rechenfehler (?) zu finden. Da es doch nur auf die Größenordnung ankommt, habe ich die Zöllnersche Zahl von $r\sigma$ für H_2 beibehalten. Nach neueren Untersuchungen ist der Durchmesser eines H_2-Moleküls 18.1×10^{-9} cm (W. Sutherland, Molecular Diameters: *Phil. Mag.* 17 [1909, Febr.]).

b) Kommen wir jetzt zur Anwendung auf die Novae. Setzt man mit Wilsing $\mu = -10$, welcher Wert nach Bredichin den ersten Typus der Kometenschweife charakterisiert, so ergibt sich nach (2):

$$\frac{dr}{dt} = 1940 \text{ km}.$$

Nimmt man weiter eine Parallaxe $\pi = 0''.1$ an, so kommt man auf einen Winkelwert von $58''$ für die Bewegung der Nebelmaterie in einem Jahr. Nach Kopff (S. 128) zeigte aber der Bogen im NE eine tägliche Geschwindigkeit von $8''.8$; die Parallaxe der *Nova Persei* dürfte von $0''.01$ nicht viel verschieden sein. Setzen wir $\pi = 0''.012$, so hätte man aus (2), vorausgesetzt daß die Bewegung von der Nova senkrecht zum Gesichtsstrahl ausginge:

$$129 \times 0''.012 \sqrt{-\mu} = 365.25 \times 8''.8,$$

$$-\mu = 4.3 \times 10^6$$

und

$$\frac{dr}{dt} = 12.7 \times 10^{10} \text{ (C.G.S.)}.$$

Eine solche Geschwindigkeit, welche die des Lichtes um das Vierfache übersteigt, ist aber ganz unwahrscheinlich. Die Voraussetzung, daß die Bewegung senkrecht zur Gesichtslinie erfolge, ist jedoch willkürlich; nimmt man an, daß sie nach allen Richtungen gleichmäßig von der Nova ausging, und berücksichtigt man das Distorsionsphänomen (worüber unten Nr 40), so kommt man, mit einer Parallaxe von $0''.012$, ungefähr zu der Geschwindigkeit des Lichtes und zu

$$-\mu = 24 \times 10^4.$$

Substituiert man diesen Wert in (1) und setzt $\log r\sigma = 0.3163 - 9$, so wird

$$\Delta \cdot \delta = 0.355, \qquad \sqrt{\Delta \cdot \delta} = 0.596.$$

Um die Bedeutung dieser Größen zu beleuchten, setzen wir in Formel (1) $\mu = -5.317$, welchen Wert Pape für den Nebenschweif am Donatischen Kometen abgeleitet hat. Dann findet man

$$\Delta \cdot \delta = 0.000\,009\,4, \qquad \sqrt{\Delta \cdot \delta} = 0.0031.$$

Die Oberflächendichten im Falle der Nova müßten also etwa 200mal größer sein.

Zöllner fand aus eigenen Experimenten, daß die elektrische Oberflächendichte einer auf trockenem Tuche kräftig geriebenen Siegellackfläche 6.4 beträgt. Ein Zehntel dieser Dichte wäre also genügend, um eine Geschwindigkeit der Nebelteilchen von der Ordnung der Lichtgeschwindigkeit zu erklären.

33. Frank W. Very (An Inquiry into the Cause of the Nebulosity around *Nova Persei*: *Amer. J. of Sc.* IV, 16 [1903] 49) umschreibt die Schwierigkeiten gegen die verschiedenen Hypothesen, welche die Nebelerscheinungen als Sichtbarwerden vorhandener Nebel durch die fortschreitende Strahlung der Nova deuten, wie folgt:

„1. The duplicity or possible triplicity of the nebulous ring, and the double ratio of the radii of the two principal rings are not explained.

„2. The expansion of the concentric rings should be uniform. . . . But instead of uniform expansion in a radial direction, there has been retardation in the movement after a certain time.

„3. The deviation of both rings from the circular to an elliptical shape, and to the same extent, is not easy to explain by radiant hypotheses.

„4. The reflection hypothesis in any of its forms . . . presupposes an albedo which is quite impossible in nebulous material as it actually exists in extreme rarefaction."

Anderseits habe die Hypothese einer wirklichen Massenbewegung auch ihre Bedenken:

„1. The supposition that the observed motions are actually those of some form of matter . . . demands so large an expenditure of force in sustaining the prolonged movement to enormous distances, that some hesitation in adopting it is pardonable.

„2. The motions observed are not radial. Nearly all of them have large tangential components. [Vgl. Perrine im *ApJ* 16 (1902) 260.]

„3. A consideration of the conditions probably existing in the nebula, upon the assumption of an actual translation of matter, would lead us to expect a very rapid loss of light. The inner ring has decreased in brightness, and some of its features have become too faint to record themselves on the photographs. Several masses, all in the outer ring, have been recorded only on the later photographs, and have grown both in brightness and size, a condition difficult to explain on the above hypothesis. It is perhaps not inconceivable that the two rings represent different phenomena." [Vgl. Perrine a. a. O.]

a) In der von Very vorgeschlagenen Hypothese (einer Bewegung diamagnetischer Ionen unter einem magneto-elektrischen Impuls) wird zwar die erste der drei letzteren Schwierigkeiten nicht gelöst, „yet considering the stupendous scale of operations in the Nova, the objections on this score do not seem insuperable. Comet's tails have been seen to develop through millions of miles in a few hours, perhaps by electric repulsion, perhaps by the pressure of light on small masses, but at any rate without demanding greater force than the sun is competent to produce. High velocities have been measured in vacuum tubes for the cathodic rays, and yet higher ones for the luminous column from the positive pole, even approaching, if not equalling that of light. . . ."

Was aber die unter 2 und 3 zuletzt genannten Tatsachen betrifft, so seien diese, meint Very, nicht nur keine Einwände gegen seine Theorie, sondern sie würden geradezu gefordert und seien deshalb ein starkes Argument zugunsten seiner Theorie. Er sagt:

„The theory which I would propose is that of the actual movement of diamagnetic ions under the control of magneto-electric impulses emanating from

the star and following the lines of force. We may compare such a stream of moving ions to the beam of light from a parabolic mirror. The rays are directed and do not at once expand to fill the entire sphere. Diamagnetic ions may be expected to follow lines of magnetic force to regions of least potential in the magnetic equatorial plane, and with only slight expansion of the tubes of force through a limited range of the magnetic sphere. Hence the luminosity . . . may extend to a great distance before becoming too faint for observation. . . .

„In the next place, if the structure observed in the nebula is to be compared with that of a magnetic phantom, a strong tangential component must enter into lines emanating from the Nova after these have extended to a certain distance. The magnetic phantom, whether exhibited by iron filings or by dust of bismuth, extends in sweeping curves from pole to pole of the magnet. . . . The observed trajectories of nebulous material around the nova are in fair . . . agreement with the projection of a system of lines of magnetic force.

„If the brightening or sudden appearance of new bright spots on the outer ring can also be explained on this hypothesis, I think it must be admitted that the facts decidedly favor, if they do not demonstrate, the proposed explanation.

„Two cases may be distinguished: (a) the light is produced by phosphorescence of dark matter, previously existing in the surrounding space, and made luminous by colliding ions. (b) The moving ions are themselves luminous.

„On either hypothesis, the luminous shape is a species of magnetic phantom, where only those portions of the general magnetic figure are visible which happen to be infilled with matter capable of becoming luminous under the given conditions.

„Two distinct processes can be inferred from the succession of phenomena exhibited by *Nova Persei.* First there were violent eruptions of hydrogen, helium etc., with velocities up to 2000 km per sec.; and the formation of concentric shells of glowing gas, reaching distances comparable with those of the planetary orbits; and, second, there was a profound electrical disturbance accompanying this turmoil of the elements, producing a complex and excessively attenuated appendage, thrown off with velocities possibly 150 times as great as those of the gaseous eruptions, and reaching far out into stellar space. It is this second appendage with which we are now concerned. We see this object on the photographic plate in projection, and must infer its shape from such details as are visible. A strong condensation on the S. S. W. side reminds one of the jets from a cometary nucleus on the side towards the sun, and to this extent favors some such theory as that of Prof. T. C. Chamberlin, who has suggested (*ApJ* 14 [1901] 17) the tidal disruption of a star upon the near approach of a massive dark body. The condensation in question, called *m* by Ritchey and *D* by Perrine, bears an even stronger resemblance to the polar coronal filaments of the eclipsed sun, which curve away on either side of the coronal axis, but with the difference that it appears at only one pole.

„Let us assume that there has been an ionic discharge following the lines of magnetic force around a highly magnetized sphere. The general form of an envelope, consisting of a series of such discharges, will be that of an oblate spheroid with polar depressions (i. e. a species of lemniscoid); and if the nebula about *Nova Persei* is to be thus interpreted its southern pole is directed towards us, the axis forming an angle of 40° with the line of sight. [Der beschriebene Vorgang ist in Fig. 6 erläutert.]

„Consider a magnetic line of force lying in a plane including the line of sight from the star to the earth (whose direction is indicated by the arrow from the Nova *o* in Fig. [6]). Particles emitted from *o* and passing to *m* will be moving almost end-on, and the line of sight will encounter many such particles. The prominence *m* is therefore brilliant and changes its position slowly. Particles moving along the curve to *p* reach a part of their trajectory where they begin to recede from us with increasing velocity. If the actual velocity is that of light, the component of motion in the line of sight will soon reach a high value—let us say 100 000 km per sec.—when, even if the original ionic radiation were rich in violet and ultra-violet light, the waves of ether must be so lengthened by the motion of recession that they no longer impress the photographic plate. Consequently at this radial distance from the star, and in like manner on the opposite side at *t*, the nebula fades out; but at nearly the same radial distance, particles which have passed undetected on account of their recession along lines from the star's north pole, reach, at *t'* and *p'*, positions where the motion of recession changes to one of approach. Violet light begins to emanate from these regions. Soon the motion of approach becomes so vigorous that even red or infra-red rays, if they exist, will have their wave-lengths so shortened that they can be photographed. On the supposition that the nebula is a gigantic corona with symmetrical sheaves of filaments around both poles, diverging under angles of something over 60°—one capable of being photographed, the other not—the puzzling phenomena of appearance and disappearance at the outer ring are explained. They are demanded by the theory, instead of being anomalies. The spectroscope alone can decide whether these hypothetical changes of wave-length are real; and as yet this evidence is wanting. If the spectroscope should decide against the change,

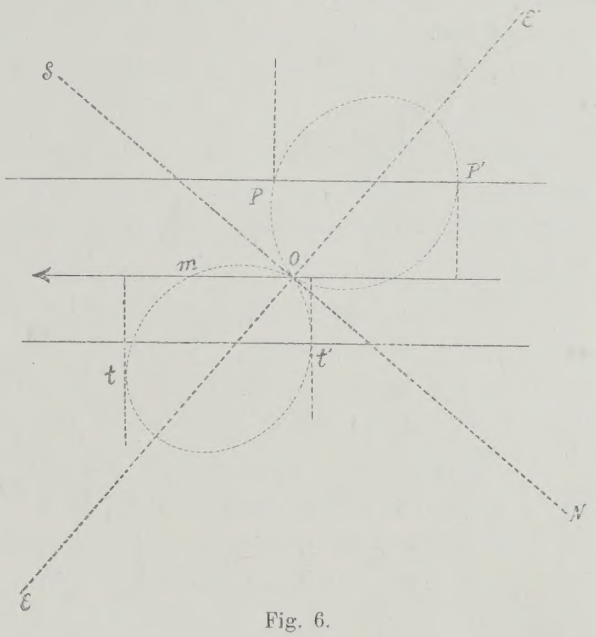

Fig. 6.

the supposition of direct ionic luminosity would have to be given up, but not necessarily the ionic theory, since there remains the hypothesis of phosphorescence of quiescent matter under ionic impact."

In einer späteren Note (a. a. O. 57) erwähnt Very Perrines Beobachtungen des Nebels *D* (*m*) (*ASP* 15 [1903] 26), die ein kontinuierliches Spektrum ergeben, das ganz verschieden ist von dem gewöhnlichen Nebelspektrum mit hellen Linien, und fügt hinzu: „This observation is not inconsistent with the supposition that a spectrum, normally composed of bright lines, has been extended and diffused by excessive motion of the radiating particles through a considerable range of velocities, according to Doppler's principle, until the resulting spectrum is one of ill-defined, superposed, hazy bands."

Aus dem Vorhandensein zweier Nebelringe und eines dritten fragmentarischen im NO, deren Durchmesser annähernd im Verhältnis 1 : 2 : 4 zueinander stehen, vermutet Very drei Arten von Ionen, deren Massen sich verhalten wie 4 : 2 : 1, nämlich: vielleicht Helium, dann eine noch unbekannte Substanz mit Atomgewicht 2, und Wasserstoff. Da aber, wie Luyties schon bemerkte, keine Rücksicht auf das Distorsionsphänomen genommen ist und infolgedessen die wirklichen Entfernungen sich ganz anders verhalten, so ist diese Vermutung unbegründet. An demselben Mangel leiden Verys Betrachtungen über die Verzögerungen der scheinbaren Bewegungen, als wären sie „a motion in agreement with that to be expected under the influence of gravity and magnetic repulsion combined, and thus a strong argument in favor of the theory".

b) Eine Schwierigkeit gegen seine Theorie hebt Very selbst hervor, wenn er sagt: „The attraction or repulsion on a magnetic body is a differential one, and in a uniform field increases with the distance between the poles of the body. The ions are so minute that the differential repulsion on opposite poles of a corpuscle is very small. Moreover if an ion consists of a circulation of electricity, everywhere at right angles to a circular axis, the corpuscle has no free magnetic poles. It is conceivable that an instantaneous variation in the magnetic field may produce within a limited space a gradient of magnetic force which is steep relatively to the dimensions of an ion, and that the corpuscle is carried along at the rate of motion of the magnetic impulse. Unless there is some such process, it is difficult to find a sufficient cause for the deviation of the motion from a radial direction by a magnetic field as feeble as that at the extreme nebular distances." Statt eines „continuous outpouring of magnetic energy" könne man vielleicht eher denken an „a series of instantaneous impulses [of considerable strength], separated by relatively large intervals of time".

c) Andere Schwierigkeiten leitet Kopff aus den beobachteten Erscheinungen her:

1. Die Bahnen der Novanebel zeigen nach ihm zwar einige Ähnlichkeit mit magnetischen Kraftlinien, aber sie führen, wenn man sie nach rückwärts verlängert, nicht auf die Nova zurück und können deshalb nicht als Kraftlinien

gedeutet werden. Ebensowenig könne man aus der späteren Gestalt des der Nova naheliegenden Nebels *m* auf eine der Sonnenkorona verwandte Erscheinung schließen.

2. Die Annahme, daß das Erlöschen der einen Nebelmasse von den Bewegungen in positiver Richtung des Visionsradius herrühre, das Auftauchen der andern Massen von Bewegungen in negativer Richtung, würde nach Kopff fordern, daß solche Nebelmassen keine oder nur sehr geringe radiale Bewegung zeigen. Auch dies stimme nicht mit den Beobachtungen.

Kopff betrachtet somit die von Very verteidigte Theorie als unbegründet.

34. Schließlich sei noch die Ansicht Simon Newcombs erwähnt. Newcomb hält die Hypothese ausgeschleuderter Körperchen für wahrscheinlicher als die Reflexionstheorie; er meint: „The principal difficulty which is still left is the faintness of the reflection at the great distances from the star at which the reflecting particles must have been found. The more likely hypothesis seems to be that we have to do with corpuscles thrown out from the star with a speed approximating to that of light“ (On the Apparent Extent of the Illumination surrounding a New Star on the Hypothesis that it is Reflected Light: *AnJ* 23 [1903] 212).

C. Zweite Gruppe von Hypothesen.

In den Hypothesen der zweiten Gruppe wird angenommen, daß bereits im Raum vorhandene Nebel unter dem Einfluß einer von der Nova ausgehenden primären Strahlung eine sekundäre Strahlung aussenden. Diese Theorie vertreten eine Reihe bedeutender Astronomen.

35. L. Bell (Note on the Nebula surrounding *Nova Persei*: *ApJ* 16 [1902] 38) hält eine Geschwindigkeit, die größer wäre als die des Lichtes, für unwahrscheinlich. Nimmt man Lichtgeschwindigkeit an, so wäre nach ihm von allen Hypothesen die Kapteynsche „the most obvious“. Diese reine Reflexionshypothese sei jedoch nicht haltbar, denn:

a) „There are three rather serious objections to the hypothesis of pure reflection.

„First, reflected light . . . would be polarized, and Perrine's report on this feature of the case indicates absence of polarization.

„Second, reflection does not adequately explain the very remarkable persistence of some regions of strong nebulosity at a small angular distance from the *Nova*. Especially the nebular peak nearly south of the Nova has an intensity all out of proportion to that of the outer ring, while both on the reflection hypothesis should be at similar radial distances. If they are, then the ring must represent a condition of matter having a very small albedo compared with that in the other region.

„Third, at the radius of 210-light days denoted by the radius of the ring of September 20, reflection does not adequately account for the brightness of the nebulous matter observed. . . .

b) „If however, one considers the luminous disturbance as a secondary result of radiated electro-magnetic strains, somewhat similar in character to those observed in solar storms, the case is more promising. Every electro-magnetic wave-front carries an orthogonal system of electric stresses. When of sufficient magnitude, these are capable of exciting powerful luminosity in masses of tenuous gas. . . .

„In comparatively trivial solar storms the envelope of tenuous gas 100 km or so above the Earth becomes the seat of powerful disturbances of this sort manifest as widespread auroras and as the source of violent changes in the magnetic elements accompanied by great local variations in Earth potential.

„Admitting that a solar disturbance involving, say, $\frac{1}{500000}$ of the visible solar area is capable of such effects, then a disturbance of similar intensity involving the whole surface of a body of the magnitude of the *Nova* would set up, even at $R = 36400$ electric forces about equal to those known to act on the Earth and its gaseous envelope. Matter-charged space filled with tenuous gas dissipated from the matter is the necessary seat of currents and the transformation of energy when subjected to such stresses. Such is the normal result in the upper atmosphere, although the luminous effects are of only moderate brilliancy, owing to the small thickness of the strata in which the action takes place. In cosmic masses there may well be very brilliant results. . . .

„The light, moreover, would be unpolarized, and would give a relatively simple gaseous spectrum of which the lines would not necessarily be identical in number or relative intensity, even were the gases in the spaces affected of similar tenuity and composition. These discharges in spaces not possessing definite electrodes are quite freaky in the matter of spectrum produced. . . .

„If in the case of the *Nova*, one is dealing with three superposed spectra—viz., a continuous spectrum with absorption bands, due to the main body concerned; a true gaseous spectrum from surrounding incandescent gases, and this secondary gaseous spectrum—some of the changes observed become more comprehensible. Moreover, masses not gathered up by the principal body, and carrying off their disturbing action in hyperbolic orbits through the nebular region, are competent to explain the persistence of luminosity in the line of the *Nova's* path. If there were present near the *Nova* a sufficiently retarding envelope of matter to convert these orbits into ellipses for any considerable swarm, the somewhat irregular light-variations observed become explicable, and must be greatly modified or disappear as the primary disturbances and the resulting secondary ones here noted die away. . . .“

36. Ch. Nordmann verwirft in seinem „Essai sur le Rôle des Ondes Hertziennes en Astronomie Physique“ (*Annales* de l'Observatoire de Nice 9 [1905] 142 ff) die

Reflexionstheorie aus zwei Gründen: erstens, weil Turners Berechnung zeige, daß nach dieser Theorie die Nebel eine Reflexionskraft haben sollten, die derjenigen des Mondes ungefähr gleichkommt, was aber unmöglich scheine; zweitens, weil Perrine keine Spur von Polarisation im Nebellichte gefunden habe. Nordmann selbst gibt folgende Erklärung[1]:

„Lors du cataclysme, d'ailleurs inconnu, qui a donné lieu à l'apparition subite et brillante de la Nova de Persée, il a dû certainement se produire, comme dans les éruptions du soleil, des ruptures brusques d'équilibre électrique, accompagnées de décharges électriques de la violence desquelles nous ne pouvons nous faire aucune idée; les ondes hertziennes intenses, produites dans ces décharges et rayonnant dans l'espace autour de la Nova, ont dû y produire les phénomènes suivants:

„Là où ces ondes ont rencontré des traînées gazeuses de matière nébulaire répandues dans l'espace, elles ont dû les illuminer, en vertu de leurs propriétés connues, et cela d'autant plus brillamment que ces masses gazeuses étaient plus voisines de la Nova et que, d'autre part, la pression qui y régnait était plus voisine de la pression critique[2] qui correspond à l'illumination maxima. Donc:

„1° Quelles que soient d'ailleurs la distribution et l'orientation (que nous supposons quelconques) des traînées gazeuses répandues dans le ciel au voisinage de la Nova, la propagation des ondes hertziennes se faisant tout autour de celle-ci avec la vitesse de la lumière, il s'ensuit que l'ensemble des régions successivement illuminées a paru former autour de l'étoile une série d'anneaux dont chacun se propageait avec la vitesse uniforme de la lumière. Mais les vitesses apparentes de ces anneaux s'éloignant de l'étoile nous ont paru différentes, selon que les ondes hertziennes excitatrices étaient émises par l'étoile dans une direction plus ou moins oblique au rayon visuel.

„Ainsi s'explique l'existence de deux zones principales d'illumination, observées sur les clichés et dont l'une semblait se dilater avec une vitesse plus grande que l'autre. Les vitesses réelles sont identiques; ce qui diffère, ce sont leurs projections sur la sphère céleste.

„2° La forme à peu près annulaire de la zone illuminée ne correspondant en réalité à aucune distribution annulaire réelle de la matière autour de l'étoile, cette zone doit avoir une structure très compliquée et irrégulière, qui dépend à la fois de l'orientation des diverses masses gazeuses autour de l'étoile et de la

[1] Diese Erklärung soll eine Bestätigung seiner allgemeinen Nebeltheorie liefern, welche das Licht der Nebel zuschreibt „aux ondes hertziennes qui leur arrivent des différentes étoiles“ (S. 141).

[2] „Des travaux récents, et ceux notamment de J. J. Thomson, ont montré que, dans l'illumination des gaz rarifiés par les ondes hertziennes, il existe une pression critique, variable d'ailleurs avec les gaz et pour laquelle la luminescence produite a un éclat maximum (l'illumination étant beaucoup moins vive pour des pressions plus petites ou plus grandes) et que, d'autre part, les gaz rendus lumineux par les ondes hertziennes exercent sur celles-ci le rôle d'écrans d'une manière d'autant plus intense que la lumière produite par ces ondes est elle-même plus vive“ (S. 137/38).

distribution des densités dans ces masses; ainsi, les régions dans lesquelles le gaz nébulaire était voisin de la pression critique ont paru, dans l'anneau lumineux, comme des condensations particulièrement brillantes.

„3° D'une manière générale, l'éclat de la nébulosité a dû décroître avec le temps, à mesure que, les ondes hertziennes s'éloignant de la Nova, leur intensité diminuait. Cependant, dans certaines directions radiales à la Nova, les ondes hertziennes ont pu ne rencontrer de régions gazeuses, voisines de la pression critique, qu'après un assez long trajet; il a donc pu et dû arriver que, dans certaines directions, et assez loin de l'étoile, il apparaisse des condensations lumineuses nouvelles et très brillantes, comme on l'a en effet constaté.

„4° Les condensations lumineuses, correspondant aux régions qui possèdent la pression critique et celles-ci ayant dans l'espace, par rapport à la Nova, des orientations quelconques, le déplacement apparent des condensations lumineuses s'est fait dans des directions variables, non nécessairement radiales à l'étoile, et possédant des composantes tangentielles importantes.

„Dans le cas même d'une bande gazeuse, orientée de telle manière que son extrémité la plus éloignée de la Nova se projetait sur la sphère céleste en un point plus rapproché d'elle que l'autre extrémité, la condensation lumineuse a paru se rapprocher de la Nova.

„5° Enfin, la lumière produite dans ces conditions étant une lumière émise et non réfléchie par la nébulosité, elle n'est pas polarisée.

„Or ces caractères des phénomènes, déduits immédiatement de notre conception, sont précisément tous ceux que l'observation a permis de constater."

37. Die Reflexionshypothese hat zuerst Kapteyn aufgestellt und wissenschaftlich auseinandergesetzt (*AN* 3756 [1901, Dec.]). Bald nachher sprach W. E. Wilson denselben Grundgedanken kurz aus (*Nature* 1902, Jan.). Seeliger hat später diese Theorie weiter begründet und die dagegen aufgeworfenen Schwierigkeiten beantwortet.

a) Dem wesentlichen Inhalte nach lautet Kapteyns Hypothese folgendermaßen: Der Nebel, der den Stern umgibt, hat kein oder nur äußerst schwaches eigenes Licht, und das, was die Wirkung auf der photographischen Platte hervorgebracht hat, ist bloß reflektiertes Licht von der Nova selbst.

Gehen wir zurück zur Grundgleichung (2), S. 48, so hat man darin $v_1 = v$ zu setzen, und die Rotationsfläche wird zum Kapteynschen Rotationsparaboloid:

$$\varrho = \frac{v\tau}{1 - \cos\vartheta}.$$

Hat die Lichtstrahlung, welche hinreichen würde, uns die Nebel sichtbar zu machen, $\Delta\tau$ Tage angedauert, so liegen die sichtbaren Nebelteile zwischen zwei konfokalen Paraboloiden mit den Parametern $v\tau$ und $v(\tau - \Delta\tau)$. Mit wachsender

Zeit verschiebt sich diese Schale, so daß wir allmählich immer neue Nebelteile erleuchtet sehen werden, während andere ihre Beleuchtung verlieren. So werden erleuchtete Teile von Nebelstreifen, die wir als kleine Nebelkondensationen erblicken, sich mit der Zeit längs des Nebelstreifens fortbewegen. Die beobachteten Bewegungen der verschiedenen Kondensationen brauchen daher keineswegs parallel oder radial zu sein, ja sie können ganz gut scheinbar gegen die Nova gerichtet sein.

b) Kapteyn stellt die Frage: Ist wirklich anzunehmen, daß unter den hier vorliegenden Umständen das reflektierte Licht stark genug wäre, um eine noch merkliche Wirkung auf den Platten hervorzubringen? Diese Frage wurde mehrfach verneinend beantwortet auf Grund folgender Erwägungen:

Es sei $G_\odot$ die Größe der Sonne, G die Größe der Nova zur Zeit ihres Maximums. Setzen wir die Beleuchtung der Erde durch die Sonne = 1, so wird die Beleuchtung einer Nebelmasse, die sich in ρ'' Abstand von der Nova befindet, dargestellt durch[1]:

$$I = 2.514^{G_\odot - G} \cdot \frac{1}{(\rho \sin 1'')^2}.$$

Setzt man hierin $G_\odot = -26.5$, $G = 0$, so bekommt man für einen Stern 0ter Größe ganz einfach:

$$I = \frac{1.07}{\rho^2}.$$

Nun ist die Helligkeit des Vollmondlichtes auf der Erde, in derselben Einheit ausgedrückt:

$$I_\mathbb{C} = \frac{1}{569500} = \frac{1.07}{781^2}.$$

Nach Kopff war Mitte Dezember 1901 der Abstand der hellsten Nebelgruppe der inneren Ellipse 492″, und Anfang Januar 1902 zeigte die große Achse der äußeren Ellipse eine Ausdehnung von 1065″. Somit scheint es sehr zweifelhaft, ob ein mit Nebeln angefüllter Raum, auch wenn er die Ausdehnung der beobachteten Nebelstreifen hat, mit einem annehmbaren Wert der Albedo in den Bereich der Photographie kommen würde oder gar Bilder von der tatsächlich gefundenen Intensität geben könnte (Bell).

Turner berechnet die Helligkeit der Nebel im Vergleich zu der des Mondes aus der Zeit, in welcher ein großer Reflektor beide photographieren kann. Diese Zeit sei für den Mond $0^s.003$, für die Nebel 20^m, woraus sich das Verhältnis der beiden Intensitäten zu $0.003/(20 \times 60) = 1/400000$ ergeben würde. Nimmt man anderseits an, daß das Licht in 8 Monaten von der Nova zu einigen der Nebel gelangt, während das Sonnenlicht den Mond in 8 Minuten erreicht, und daß die Nova 5000mal so hell ist als die Sonne, so wäre, wenn das Verhältnis der

[1] Um diese Intensität zu berechnen, braucht man also nicht, wie Wilson und Bell tun, erst eine Annahme über die Parallaxe zu machen.

Reflexionsfähigkeit des Nebels zu der des Mondes $1/n$ ist, die Intensität des vom Nebel reflektierten Lichtes gleich

$$\frac{5000}{(30 \times 24 \times 60)^2} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{37 \times 10^4} \cdot \frac{1}{n} \text{mal}$$

die Lichtstärke des Mondes. Die Nebel müßten also ungefähr dieselbe Reflexionsfähigkeit besitzen wie der Mond, was sehr unwahrscheinlich ist.

c) Seeliger (*AN* 3759) beantwortet die von Kapteyn gestellte Frage bejahend. Schon früher, in seiner Abhandlung über kosmische Staubmassen und das Zodiakallicht (Münchener *Berichte* 31 [1901] 265—295), hatte er die Möglichkeit untersucht, daß Nebel in der Nähe von Fixsternen durch die Reflexion des Sternlichtes sichtbar werden. Das Ergebnis war, daß ein Nebel, der eine Parallaxe von 0″.01 hat und von einem Stern 10.4ter Größe beleuchtet wird, in einer Entfernung von 10″ eine scheinbare Oberflächenhelligkeit besitzen kann gleich $c \times 10^{-7}$mal der mittleren Oberflächenhelligkeit des Vollmondes (wo c ungefähr $= 1$ ist), und daß solche Helligkeit im Bereich der visuellen Beobachtung liegen muß. Nimmt man für die Parallaxe der Nova den Wert 0″.01 und berücksichtigt, daß die Nova anfangs mehr als 12000mal so hell als ein Stern 10.4ter Größe war, so würden sich noch in einer Entfernung von rund 1100″ von der Nova Flächenhelligkeiten der berechneten Intensität ergeben. Um so mehr werden die mächtigen photographischen Spiegel bei langer Belichtung die Entdeckung von viel schwächeren Oberflächenhelligkeiten ermöglichen. In der Wahl des Albedowertes der Nebelteilchen, der Dichte der Massenverteilung und der Dicke der reflektierenden Schichten hat man ein Mittel in der Hand, um die Absorption überlagernder Nebelmassen so zu bestimmen, daß den Beobachtungen Genüge geleistet wird. Es ist überhaupt nicht notwendig, über die Albedo von vornherein eine Voraussetzung zu machen, da uns die physikalische Beschaffenheit des Stoffes in der Nähe der Nova völlig unbekannt ist.

Auf diese Überlegungen hin weist Seeliger die aus andern Betrachtungen und Rechnungen hergeleiteten Bedenken zurück, weil sie auf die eigentümliche Lichtreflexion durch staubartig verteilte Massen keine Rücksicht nehmen.

Dem Einwand von Bell und Nordmann, daß das Licht der Nebel, wenn es reflektiertes Licht wäre, Polarisation zeigen sollte, die nach den Untersuchungen Perrines nicht vorhanden war, begegnet Seeliger folgendermaßen: Es ist im allgemeinen sehr schwierig, die Existenz von polarisiertem Lichte bei kosmischen Körpern nachzuweisen, sogar in Fällen, wo teilweise Polarisation zweifellos eintreten muß. Bei einer Lichtquelle von so außerordentlicher Schwäche wie den Nebeln um *Nova Persei* hätte man schon von vornherein ein negatives Resultat erwarten sollen. Überhaupt scheint es, daß eine große Menge von Teilchen keine nachweisbare Polarisation zeigt, solang ihre Dimensionen erheblich größer sind als die Wellenlängen des Lichtes; auch scheint eine gewisse Unregelmäßigkeit im Umriß des Nebels der Polarisation nicht förderlich zu sein.

Andere Schwierigkeiten, wozu die Erklärung der Gestalt und der Helligkeitsverteilung der Nebelmassen Anlaß gaben, kamen nach Seeliger daher, daß man willkürlich eine homogene Struktur der kosmischen Wolken und eine gleichmäßige Ausstrahlung der Nova nach allen Seiten hin voraussetzte. Das letztere ist, wenn einmal die Nebelhypothese angenommen wird, überhaupt unwahrscheinlich.

d) Ausgehend von der Anschauung, daß die Kondensationspunkte in Flächen oder Kurven angeordnet sind, beweist Seeliger, erstens daß jedes hellere krummlinige Gebiet in der sichtbaren Nebelstruktur mitsamt seiner zeitlichen Änderung innerhalb weiter Grenzen durch die Reflexionstheorie dargestellt werden kann, zweitens daß dies möglich ist für jeden angenommenen Wert der Parallaxe.

Der Beweis ist folgender: Man lege ein rechtwinkliges Koordinatensystem durch die Nova als Ursprung, mit der X-Achse in der Richtung zur Sonne. Die nach der Zeit t sichtbare Nebelmaterie wird dann nach dem oben Gesagten zwischen zwei Umdrehungsparaboloiden liegen:

$$\varrho - x = vt \quad \text{und} \quad \varrho - x = v(t - \Delta t). \tag{1}$$

Wenn nun die Nebelmasse näherungsweise in einer verhältnismäßig dünnen Schicht verteilt ist, so wird der Durchschnitt mit dem Paraboloid eine Kurve sein, deren Projektion auf die YZ-Ebene wir am Himmel beobachten. Die Gleichung dieser mit der Zeit veränderlichen Kurve:

$$\varphi(y, z, t) = 0 \quad \text{oder} \quad t = f(y, z) \tag{2}$$

sei aus den Beobachtungen bekannt; y und z seien in Bogensekunden gegeben. Eliminiert man t aus (1) mit Hilfe von (2) und setzt $v = v''\pi$, wo π gleich der Parallaxe ist und $v'' = 173''.3$, d. h. gleich der täglichen Ortsänderung eines Punktes, der sich in der Entfernung einer Sternweite („Parsec“) mit Lichtgeschwindigkeit am Himmelsgewölbe bewegt, so wird die Gleichung der erleuchteten Schicht:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - x - v''\pi f(y, z) = 0. \tag{3}$$

Folglich bleibt π unbestimmt; jedem seiner Werte entspricht eine Oberfläche.

Ist die Materie in einer Kurve angeordnet, so hat man einen sich fortbewegenden Nebelfleck, dessen beobachteter Weg am Himmelsgewölbe gegeben sei durch

$$y = \varphi(t), \qquad z = \psi(t). \tag{4}$$

Substituiert man diese Werte in (1), so findet man auch x als Funktion von t:

$$x = \frac{\varphi(t)^2 + \psi(t)^2 - v''^2\pi^2 t^2}{2v''\pi t}.$$

Damit hat man die drei Koordinaten des Nebelflecks ausgedrückt als Funktionen der Zeit; jedem Wert von π entspricht ein reeller Wert von x.

Diese Gleichungen sind allgemein gültig, unabhängig von der Geschwindigkeit der Nebelteile gegen die Nova. Sie sagen nur aus, welches, in rein mathe-

matischem Sinne, der geometrische Ort der jeweilig sichtbaren Nebelstreifen oder Nebelknoten ist; über die physische Bedeutung dieses geometrischen Gebildes, die natürlich von den Bewegungszuständen im Nebel abhängt, besagen sie weiter nichts. Die Geschwindigkeiten innerhalb der Nebel darf man wohl in den meisten Fällen, im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, als verschwindend klein betrachten.

38. Zur Anwendung dieser allgemeinen Theorie einige Beispiele.

a) Newcomb (On the Apparent Extent of the Illumination surrounding a New Star on the Hypothesis that it is Reflected Light: *AnJ* 23 [1903] Nr 550) macht die Bemerkung, daß sich mathematisch keine streng bestimmte Grenze für den scheinbaren Radius des Beleuchtungskreises an der Sphäre angeben lasse, wie sich auch aus der Gleichung des Kapteynschen Paraboloids unmittelbar ergibt. Die wirkliche Grenze wird von der Ausdehnung und Dichte des Nebels und von der Intensität des reflektierten Lichtes abhängen[1].

Wenn der Nebel kugelförmig ist, mit dem Mittelpunkt in der Nova und dem Radius a, so hat man für die Beleuchtungsgrenze:

$$\rho = a = \frac{vt}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}. \tag{5}$$

Drückt man ρ in astronomischen Einheiten aus, so ist der scheinbare Radius der sichtbaren Nebel, in Bogensekunden:

$$\sigma'' = \rho\,\pi''\sin\theta \qquad (\pi'' = \text{Parallaxe}).$$

Substituiert man hierin den Wert von θ, ausgedrückt in a und vt, aus (5), so wird

$$\sigma'' = \pi''\sqrt{(2a - vt)\,vt}.$$

b) Als zweites Beispiel nehmen wir an, daß eine nichtleuchtende kosmische Nebelmasse, durch eine Ebene begrenzt, sich auf einen dunklen Himmelskörper zu bewegt; die zur Grenzebene senkrechte Komponente der Geschwindigkeit sei v/λ, wenn v die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Den Koordinatenursprung verlegen wir in den Mittelpunkt des Himmelskörpers; die Richtung zur Sonne sei die X-Achse, die Y-Achse werde der Grenzebene parallel gelegt. Dann ist die Gleichung der Grenzebene:

$$x\cos\alpha + z\sin\alpha = \frac{v}{\lambda}t, \tag{1}$$

[1] Newcomb beginnt seinen Artikel mit den Worten: „Mr. Otto C. Luyties, of Baltimore, has called my attention to a lack of rigor in the method heretofore adopted of estimating the apparent magnitude of the illuminated nebula surrounding a new star, on the supposition that it shines by reflecting the light of the star. The method as hitherto applied rests on the supposition that the apparent radius of illumination at any moment is determined by a tangent drawn from the earth to the surface of the sphere of illumination ...“ Als Newcomb diese Zeilen schrieb (1903, Nov. 25), wußte er offenbar nicht, daß die Sache schon früher von Kapteyn und Seeliger erledigt war.

worin α und $\frac{1}{2}\pi - \alpha$ die Winkel sind, welche die auf die Ebene gefällte Lotlinie mit den X- und Z-Achsen bildet, und tv/λ die der Zeit proportionale Entfernung der Ebene vom Ursprung.

Diese Ebene stößt zur Zeit $t = 0$ mit dem Himmelskörper zusammen; ein Lichtausbruch erfolgt mit kugelförmiger Wellenfront, wodurch für kurze Zeit die Nebelpartien in der Umgebung des „Neuen Sterns" sichtbar werden.

Die Nebelteilchen, welche uns durch ihr von der Nova empfangenes Licht mit einer Verzögerung t sichtbar werden, liegen alle auf dem Rotationsparaboloid:

$$\rho = \frac{vt}{1 - \cos\theta} \quad \text{oder} \quad y^2 + z^2 = 2vxt + v^2t^2. \tag{2}$$

Der Durchschnitt von (1) und (2) ist die Grenze des zur Zeit t für uns sichtbaren Teiles des Nebels.

Schreiben wir (2) in der Form:

$$\rho^2 = (x + vt)^2 \tag{3}$$

und eliminieren die Zeit t aus (1) und (3), so ergibt sich:

$$\rho^2 = \{x(1 + \lambda\cos\alpha) + z\lambda\sin\alpha\}^2. \tag{4}$$

Dies ist die Gleichung eines regelmäßigen Kegels, dessen erzeugende Geraden mit der Ebene

$$x(1 + \lambda\cos\alpha) + z\lambda\sin\alpha = 0 \tag{5}$$

den konstanten Winkel f bilden:

$$f = arc\cos\frac{1}{\sqrt{(1 + \lambda\cos\alpha)^2 + \lambda^2\sin^2\alpha}} = arc\cos\frac{1}{\sqrt{1 + 2\lambda\cos\alpha + \lambda^2}}, \tag{6}$$

und dessen Achse durch die Gleichungen bestimmt ist:

$$y = 0, \qquad x\lambda\sin\alpha - z(1 + \lambda\cos\alpha) = 0. \tag{7}$$

Die Projektion der Schnittlinie von Ebene und Paraboloid auf die YZ-Ebene findet man durch Elimination von x aus den Gleichungen (1) und (2):

$$y^2 + (z + vt\,\mathrm{tg}\,\alpha)^2 = v^2t^2\sec^2\alpha\,(1 + \frac{2}{\lambda}\cos\alpha). \tag{8}$$

Das ist die Gleichung eines Kreises, dessen Mittelpunkt sich vom Ursprung aus mit konstanter Geschwindigkeit $(-v\,\mathrm{tg}\,\alpha)$ über die Z-Achse bewegt, und dessen Radius sich proportional der Zeit ändert. Kapteyn bemerkt in seinem Aufsatz in *AN* 3756, daß tatsächlich nach den ersten Beobachtungsergebnissen die Grenze des jeweils sichtbaren Nebels durch einen solchen veränderlichen Kreis befriedigend dargestellt werden konnte[1].

[1] Kapteyn macht die Annahme, daß die Nebelmasse von einer Ebene begrenzt war, und daß die Nova nahe an dieser Ebene stand; bei dieser Annahme werde sich der Umfang des begrenzenden Kreises ziemlich proportional der Zeit vergrößern. Tatsächlich wird die Pro-

Nehmen wir also an, die Gleichung des veränderlichen Kreises sei durch die Beobachtungen in der Form gegeben:

$$y^2 + (z - ct)^2 = \gamma^2 t^2, \tag{9}$$

wo c und γ bekannte Konstanten sind, und eliminieren wir aus dieser Gleichung $y^2 + z^2$ mit Hilfe der Bedingung, daß der Kreis auf dem Paraboloid liegt:

$$y^2 + z^2 = 2vxt + v^2 t^2, \tag{2}$$

so finden wir unmittelbar als Gleichung der beweglichen Ebene:

$$xv - zc = \tfrac{1}{2}(\gamma^2 - c^2 - v^2)t. \tag{10}$$

Sie ist identisch mit der Gleichung (1), wenn

$$c = -v \operatorname{tg}\alpha, \qquad \gamma^2 = v^2 \sec^2\alpha\,(1 + \frac{2}{\lambda}\cos\alpha), \tag{11}$$

woraus sich ergibt:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\gamma^2 - v^2\sec^2\alpha}{2v\sec\alpha} = \pm\frac{\gamma^2 - c^2 - v^2}{2v\sqrt{c^2+v^2}}. \tag{12}$$

Da λ positiv ist, muß $\sec\alpha$ dasselbe Zeichen haben wie $\gamma^2 - c^2 - v^2$. Eliminiert man t aus den Gleichungen (9) und (10), so erhält man den geometrischen Ort der Kurvenschar, in der Gestalt:

$$0 = (\gamma^2 - c^2 - v^2)^2(y^2 + z^2) + 4\{xzvc(\gamma^2 - c^2 + v^2) - c^2v^2z^2 - v^2(\gamma^2 - c^2)x^2\}. \tag{13}$$

Dieser geometrische Ort wird identisch mit dem Kegel (4), unter denselben Bedingungen wie (11).

Die Gleichung (12) stellt eine gewisse Bedingung dar, unter welcher die Annahme einer ebenen Begrenzung des Nebels zulässig ist. Da nämlich $1/\lambda$ das Verhältnis der Geschwindigkeit der Nebelmasse zur Lichtgeschwindigkeit ist, so muß die Größe

$$\frac{\left(\frac{\gamma}{v}\right)^2 - \left(\frac{c}{v}\right)^2 - 1}{2\sqrt{\left(\frac{c}{v}\right)^2 + 1}} \tag{14}$$

einen sehr geringen absoluten Wert haben. Im Grenzfall

$$\frac{1}{\lambda} = 0 \text{ muß } \left(\frac{\gamma}{v}\right)^2 - \left(\frac{c}{v}\right)^2 = 1$$

sein, wie schon Seeliger bemerkte (*ApJ* 16 [1902] 191). Dann wird $f = \frac{1}{2}\pi$, und der Kegel (13) verwandelt sich in die Doppelebene $(xv - zc)^2 = 0$. Da γ und c

---

jektion auf die YZ-Ebene, wenn man auf der rechten Seite von (1) statt $\frac{v}{\lambda}t$ eine Konstante l schreibt:

$$y^2 + (z + vt\operatorname{tg}\alpha)^2 = v^2t^2\sec^2\alpha\,(1 + \frac{2l}{vt}\cos\alpha),$$

wo die Größe $\frac{2l}{vt}\cos\alpha$ sehr bald vernachlässigt werden kann.

nicht in absolutem Maße, sondern in Bogenmaß durch ihre Projektion am Himmel gegeben sind, so muß man, um die Lichtgeschwindigkeit v in derselben Einheit ausdrücken zu können, die Parallaxe der Nova kennen; von ihr weiß man aber nur, daß sie jedenfalls sehr gering ist, so daß für v ein gewisser Spielraum frei bleibt.

Gelingt es jedoch nicht, innerhalb gewisser Grenzen der Parallaxe die Größe (14) genügend herabzudrücken, so muß man zu andern Hypothesen über die Begrenzung oder die Beschaffenheit des beleuchteten Nebels greifen, falls man eine so große Geschwindigkeit des Nebels als ganz unzulässig verwirft. Das einfachste wäre, anzunehmen, daß der Nebel die durch (13) bedingte Kegelgestalt hat, vielleicht teilweise hervorgerufen durch seine Verlängerung nach dem sich nähernden Himmelskörper hin. Seeliger, der zuerst aus den Gleichungen (9) und (10) die Gleichung und Lage des Kegels (13) ableitete (a. a. O. 190/91), gibt eine andere, sehr sinnreiche Erklärung. Er schreibt (ebd. 191/92):

„If the outburst of the Nova was produced by the entrance of a dark celestial body into a cosmical cloud, then the amount of heat generated would by no means be equal for all points of the surface; but it would be the greatest where the principal resistance was encountered, and would decrease in all directions from there. We might accordingly ultimately picture the situation in this way: the light reflected from the neighborhood of the Nova came from a certain polar zone inasmuch as the light proceeding from the other parts of the surface of the Nova was too faint to be noticed. The body of the Nova would therefore produce something like a shadow cone, and if the intersection of this cone with the paraboloid was occupied by particles sufficiently reflecting the light, the observed curve [(9)] would result.“

Auf die Frage, wie weit die im ersten Stadium beobachteten Nebelerscheinungen durch eine so einfache Formel wie (9) befriedigend dargestellt werden können, gehen wir hier nicht näher ein.

39. Hinks stellt sich in seiner Abhandlung: „The Movements in the Nebula surrounding *Nova Persei*“ (*ApJ* 16 [1902] 198) die Aufgabe, ein Bedenken zu beseitigen, das gegen die Reflexionshypothese gemacht wird, nämlich „the persistance of certain definite forms, the cusps or arrow-heads, which are the most striking features of the moving nebula“. Zu diesem Zweck betrachtet er einen besondern Fall. Kapteyn hatte das Beispiel eines flachen Nebels behandelt, in dessen Nähe die Nova stand; Hinks beschränkt die Voraussetzung noch dadurch, daß er einen flachen Nebelring annimmt, in dessen Zentrum die Nova steht.

Betrachten wir zuerst die Beleuchtung des inneren Randes des Ringes durch einen plötzlichen Lichtausbruch. Es sei der Radius dieses Randes gleich R; seine Ebene bilde den spitzen Winkel φ mit dem Visionsradius. Zur Zeit t nach dem Erscheinen der Nova ist von der Erde aus alles sichtbar, was auf dem Paraboloid

$$\rho = \frac{vt}{1 - \cos\theta}$$

liegt, das seinen Brennpunkt in der Nova und seine Achse in der Gesichtslinie hat. θ ist der Winkel, den die Richtung zu dem beleuchteten Punkt mit dieser Achse bildet. Solange $vt < R(1 - \cos\varphi)$, mit andern Worten: solange das Licht für uns den der Erde nächsten Punkt (A) des Ringes nicht erreicht hat, wird man keinen Teil des Ringes beleuchtet sehen. Ist $R(1 + \cos\varphi) > vt > R(1 - \cos\varphi)$, so wird das Paraboloid den Ring in zwei Punkten schneiden, die sich von A aus in entgegengesetzter Richtung bewegen, bis sie den von der Erde am weitesten entfernten Punkt B erreicht haben, wo $vt = R(1 + \cos\varphi)$.

Setzen wir den Winkel, den die Fahrstrahlen der beleuchteten Punkte mit OA bilden, gleich ψ, so ist $\cos\theta = \cos\varphi\cos\psi$, woraus sich ergibt:

$$\sin\psi\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\cos\varphi}\sin\theta\frac{d\theta}{dt}. \tag{1}$$

Aus der Gleichung $R(1 - \cos\theta) = vt$ folgt:

$$R\sin\theta\frac{d\theta}{dt} = v.$$

Substituiert man diesen Wert in (1), so erhält man:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R\cos\varphi}\cdot\frac{1}{\sin\psi} = \frac{k}{\sin\psi} \quad (k \text{ eine Konstante}). \tag{2}$$

Hieraus folgt, daß die Geschwindigkeit, mit welcher die leuchtenden Punkte sich im Nebelring bewegen, ein Minimum ist, wenn $\sin\psi = 1$, d. h. wenn die Punkte die große Achse der Ellipse erreicht haben, als welche der Ring sich für unser Auge auf das Himmelsgewölbe projiziert.

Ist R_1 der Radius des äußeren Randes des Ringes, so findet man in ähnlicher Weise:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{v}{R_1\cos\varphi}\cdot\frac{1}{\sin\psi_1} = \frac{k_1}{\sin\psi_1}, \tag{3}$$

worin ψ_1 die entsprechende Bedeutung wie ψ hat.

Der Punkt A_1 am äußeren Rande wird sichtbar, wenn

$$vt_1 = R_1(1 - \cos\varphi),$$

also später als der Punkt A am inneren Rand, und zwar um die Größe

$$\Delta t = \frac{R_1 - R}{v}(1 - \cos\varphi).$$

In diesem Zeitintervall ist der Punkt am inneren Rand von A aus schon weitergerückt. Aus (2) und (3) ergibt sich:

$$\frac{d(\psi - \psi_1)}{dt} = \frac{v}{\cos\varphi}\left(\frac{1}{R\sin\psi} - \frac{1}{R_1\sin\psi_1}\right).$$

Im Anfang ist $R\sin\psi > R_1\sin\psi_1$, so daß $\frac{d(\psi - \psi_1)}{dt} < 0$ ist; die beiden Punkte rücken einander näher. Das dauert so lange, bis $R\sin\psi = R_1\sin\psi_1$ wird. Erhebt man

diese Gleichung zur zweiten Potenz und substituiert $\cos\psi_1 = \frac{\cos\theta_1}{\cos\varphi} = \frac{1 - v\tau/R_1}{\cos\varphi}$, so findet man leicht, daß

$$\frac{d(\psi - \psi_1)}{dt} = 0, \quad \text{wenn} \quad vt = \frac{R + R_1}{2}\sin^2\varphi,$$

d. h., falls $R_1 - R$ relativ gering ist, wird $\psi - \psi_1$ bei $vt = R\sin^2\varphi$ ein Minimum erreichen. Da aber $vt = R(1 - \cos\theta) = R(1 - \cos\varphi\cos\psi)$, so folgt hieraus: $\psi - \psi_1$ gleich Minimum, wenn $\psi = \varphi$. Dabei ist selbstverständlich $\psi - \psi_1 > 0$.

Die weitere Entwicklung beschreibt Hinks folgendermaßen: „Proceeding now to the case of a sudden outburst of light which dies away gradually. Our points become lines which move round the ellipse as before; they are brightest at the head, and fall off in intensity as the star fell off. This is the result for a narrow circular distribution of nebula. But suppose now that the nebular ring has some breadth in the plane of the circle; and consider it divided into a number of narrow concentric elements. Each element will contribute a pair of moving lines as above; and further, as we go outward, the head of each successive elementary line will be set a little back from the one that precedes it, since its light-radius R, and consequently its retardation, is slightly greater. We shall therefore get as an aggregate effect two moving cusps or arrow-heads as in Fig. [7]. . . . I am far from suggesting that the examination of our simple example, the flat circular ring, goes any way toward discovering what is the real form of the *Nova Persei* nebula. It can do no more than point out how immensely the retardation complicates the effect of a light explosion among wisps of nebulosity. For instance, if we assume that our flat circular ring has a breadth of half a light-year, it is easy to show that the history of the moving cusps which result from it is given briefly in Fig. [8]. The cusps start by being sharp; become blunted as they approach the apsides of the ellipse [bis $\psi = \varphi$]; and finally become more and more acute as they draw together again.

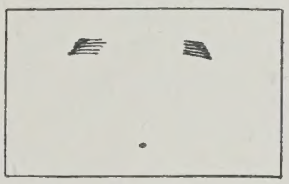

Fig. 7.

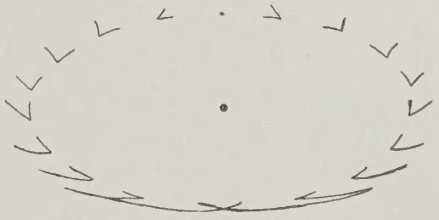

Fig. 8.

„The early stages are not altogether unlike those shown in Ritchey's drawings of 1901, September 20, and 1902, February 8, for the condensations lettered *a* and *e*, which moved during that interval from the positions shown in black to the positions shown in outline in Fig. [9]. These quick-moving cusps of light were probably formed in a wisp of nebula that lay well on our side of the star, since they lit up very soon after the direct light of the star reached us, although they are at a considerable angular

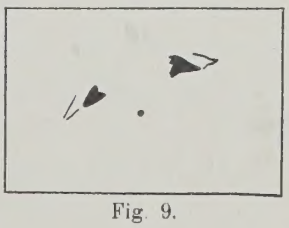

Fig. 9.

distance from it. It is perhaps more likely than not that these wisps are disposed all round the star in spirals or other curves; and if this is so, it is not impossible that we may see things gradually develop something after the fashion of our example; that we may see the cusps which are now separating on one side of the star, come together again on the other. . . .“

Mit Hilfe des Kapteynschen beweglichen Kreises kann man sich leicht die Vorgänge am Himmelsgewölbe für diese spezielle Hypothese konstruieren. Wählt man sich die Koordinatenachsen wie S. 64, so wird der projizierte Nebelring begrenzt durch zwei Ellipsen:

$$\frac{y^2}{R^2} + \frac{z^2}{R^2 \sin^2 \varphi} = 1, \qquad \frac{y^2}{R_1^2} + \frac{z^2}{R_1^2 \sin^2 \varphi} = 1.$$

Der Lichtausbruch habe τ Zeiteinheiten gedauert. Um die beiden beleuchteten „cusps“ des Nebelringes zur Zeit t nach dem ersten Ausbruch zu bekommen, konstruiere man zwei Kreise mit den Mittelpunkten $(y_1 = 0,\ z_1 = v\,t \operatorname{cotg} \varphi)$ und $(y_2 = 0,\ z_2 = v\{t - \tau\} \operatorname{cotg} \varphi)$, und mit den Radien:

$$r_1 = v\,t \operatorname{cosec} \varphi \quad \text{und} \quad r_2 = v\,(t - \tau) \operatorname{cosec} \varphi,$$

also die Kreise:

$$y_2 + (z - v\,t \operatorname{cotg} \varphi)^2 = v^2 t^2 \operatorname{cosec}^2 \varphi \quad \text{und} \quad y^2 + \{z - v\,(t - \tau) \operatorname{cotg} \varphi\}^2 = v^2\,(t - \tau)^2 \operatorname{cosec}^2 \varphi.$$

Die Teile des Ringes, die zwischen beiden Kreisen liegen, sind zur Zeit t beleuchtet.

40. Das sogenannte Distorsionsphänomen behandelt Otto Luyties in seinem Aufsatz: „A Phenomenon involved in the Nebulosity about *Nova Persei*“ (*ApJ* 19 [1904] 129). Seine Untersuchung bezweckt, die enorme Geschwindigkeit der Ausdehnung der Beleuchtung und ihre allmähliche Verlangsamung zu erklären.

a) Der Maximalradius eines Nebelbogens an der nordöstlichen Seite der Nova betrug am 29. März 1901, also 36 Tage nach der Erscheinung der Nova, 321″. Nähme man an, daß diese äußersten Strahlen verursacht wurden durch eine Emanation, die ursprünglich rechtwinklig zur Gesichtslinie war, und daß die Parallaxe der Nova (nach Chase und Aitken) nur 0″.01 beträgt, so würde man für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Emanation

$$\frac{32100}{36 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 0.01 \text{ astronomische Einheiten}$$

finden, also fünfmal die Lichtgeschwindigkeit. Nähme man umgekehrt als Grenze der Geschwindigkeit die des Lichtes, so fände man eine fünfmal so große Parallaxe (0″.051). Diese höchst unwahrscheinlichen Resultate sind ein indirekter Beweis für die Unrichtigkeit der gemachten Annahme. Die beobachteten Bewegungsvorgänge geben also in gewissem Sinne ein Zerrbild der wirklichen Vorgänge — „the phenomenon is essentially a distortion phenomenon“.

b) Luyties nimmt den konkreten Fall, daß die primäre Emanation radial ist und sich nach allen Richtungen gleichmäßig während der Zeit $\Delta\tau$ ausbreitet.

R sei der Radius der Beleuchtungssphäre, innerhalb welcher die Lichtemanation stark genug ist, um überhaupt noch wahrnehmbar zu sein. Die Nova sei zur Zeit $\tau = 0$ sichtbar geworden; die Geschwindigkeit der primären Strahlung sei v_1, die des Lichtes v. Nach einer Zeit τ wird die äußerste Grenze der sichtbaren Nebel auf der Rotationsfläche

$$r = \frac{v_1 \tau}{1 - \frac{v_1}{v} \cos \theta}$$

liegen. Wenn $v_1 > v$, so ist der Meridiandurchschnitt eine Hyperbel, bei $v_1 = v$ eine Parabel. In diesen Fällen ist immer die äußerste Grenze des sichtbaren Nebels gegeben durch die Schnittlinie der Kugel ($r = R$) mit der Rotationsfläche. Wenn aber $v_1 < v$, so ist die Figur eine Ellipse, und dann hat man zwei Fälle zu unterscheiden. Zur Abkürzung setzen wir:

$$\text{Große Achse der Ellipse: } \frac{v_1 \tau}{1 - v_1^2 / v^2} = a.$$

Solange $a < R$, ist der Äquator des Rotationsellipsoids die äußerste Grenze; sein Radius ($= v_1 \tau / \sqrt{1 - v_1^2 / v^2}$) wächst proportional mit der Zeit. Sobald aber $a \gtrless R$, ist wieder die genannte Schnittlinie die Grenze. Der Radius ρ dieses kreisförmigen Durchschnitts ist gegeben durch

$$\rho^2 = R^2 - \left(\frac{v}{v_1}\right)^2 (R - v_1 \tau)^2.$$

Er erreicht sein Maximum bei $v_1 \tau = R$; die Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{v^2}{v_1} (R - v_1 \tau)$$

nimmt stetig ab.

Der Nebel wird zuerst sichtbar, wenn

$$\tau = R \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v}\right),$$

also vor, zugleich mit oder nach der Nova, je nachdem $v_1 > v$, $v_1 = v$, $v_1 < v$.

Luyties wendet seine Betrachtungen auf den Nebelbogen an, der 36 Tage nach dem Lichtausbruch in einer Entfernung von 321″ sichtbar war. Demgemäß setzt er $\tau_1 = 36^d$ und macht, da über R nichts bekannt ist, die willkürliche Annahme $R = 10 v_1 \tau_1$; also:

$$\rho_1^2 = 100 v_1^2 \tau_1^2 - 81 v^2 \tau_1^2 \qquad (\tau_1 = 36 \text{ Tage}).$$

Ferner führt er eine Größe d ein, die „relative Distorsion“, d. h. das Verhältnis des Radius des scheinbaren Beleuchtungskreises zur Entfernung, die das Licht in derselben Zeit durcheilt. Es ist somit:

$$d = \frac{\rho_1}{v \tau_1} = 10 \sqrt{\frac{v_1^2}{v^2} - 0.81} \quad \text{und} \quad \pi = \frac{0''.051}{d}.$$

Für[1] $v_1 = \frac{3}{2} v$ wäre $d = 12$, $\pi = 0''.004$,
für $v_1 = v$ $d = 4.36$, $\pi = 0''.012$.

Wenn $v_1 < 0.9\, v$, schneidet die Kugel ($r = R$) die Ellipsoide nicht. Der Radius der scheinbaren Beleuchtung ist dann:

$$\rho_1 = \frac{v_1 \tau}{\sqrt{1 - v_1^2/v^2}}$$

und die relative Distorsion:

$$d = \frac{\rho_1}{v\tau} = \frac{v_1}{\sqrt{v^2 - v_1^2}}.$$

Für $v_1 = \frac{1}{2} v$ wäre $d = 0.58$, $\pi = 0''.090$,
für $v_1 = \frac{1}{4} v$ $d = 0.26$, $\pi = 0''.198$.

Hieraus schließt Luyties: „Now as it is not probable, from other considerations, that the parallax of the *Nova* is as large as $0''.09$ or as small as $0''.004$, we can reasonably conclude that the velocity was v, nearly or exactly."

Einen Beweis, daß die Geschwindigkeit der primären Strahlung nicht erheblich geringer war als die Lichtgeschwindigkeit, erblickt Luyties in der beobachteten allmählichen Verlangsamung bei Ausbreitung des Beleuchtungskreises, denn nach obiger Formel für ρ_1 müßte er sich sonst langsam und gleichförmig ausdehnen. Wäre aber die Geschwindigkeit der Strahlung erheblich größer gewesen als die des Lichtes, so hätte man den Nebel vor der Nova gesehen. Nimmt man Lichtgeschwindigkeit an, so wird nicht nur die Ausbreitungsgeschwindigkeit gleich Null, wenn $v\tau = R$, sondern es ist dann auch $\rho = v\tau$. Man könnte somit aus der scheinbar größten Entfernung der Nebel die Parallaxe der *Nova Persei* bestimmen.

Nach Kopff (S. 121) „lassen die Nebel der äußeren Ellipse, besonders wenn man ihnen den Bogen im NE der Aufnahme 1901 März 29 zuordnet, in ihrer Bewegung einigermaßen die von Luyties geforderte Erscheinung erkennen". Aus den Gruppen E und F der äußeren Ellipse findet er:

Zeit	Durchschnittliche Entfernung	Scheinbare Parallaxe
1901 Dez. 8—11	904″	0″.0178
1902 Jan. 2—3	918	0168
Jan. 10—11	932	0167
Jan. 31 bis Febr. 2	945	0158

Die scheinbare Bewegung verlangsamt sich, und die scheinbare (ohne Rücksicht auf Distorsion berechnete) Parallaxe nimmt somit ab. „Die äußeren Nebel deuten demnach auf einen Wert der Parallaxe $\pi < 0''.015$ hin." Für die späteren Bewegungen fehlen leider die Daten; aber „hätte die Bewegung der äußeren Nebel noch weiter in derselben Weise abgenommen, so käme man auf eine Par-

[1] In der Tabelle I von Luyties' „Approximate Distortion of the Image" (a. a. O. 132) sind die Distorsionswerte für $v_1 = \frac{3}{2} v$ alle ungefähr $1\frac{1}{2}$mal zu klein.

allaxe von etwa 0″.01 für die Nova, vorausgesetzt daß die von Luyties gemachten Annahmen zutreffen".

c) Bisher war nur die Rede von der äußersten Grenze der Nebelerscheinungen, die durch den ersten Lichtausbruch bedingt wird. Offenbar ist die Verteilung der Lichtintensität innerhalb dieser Grenze durch die nachfolgende Lichtschwankung der Nova bestimmt, mit der auch R sich ändert. Da R aber auch im Raume von der Verteilung und Reflexionsfähigkeit der Nebelmaterie abhängt und vielleicht auch die Ausstrahlung nicht nach allen Seiten gleichmäßig war, so sind bestimmte Annahmen nicht ohne große Willkür zu machen. Wirklich anwendbar zur Parallaxenbestimmung der Nova sind also diese Betrachtungen wohl nicht.

41. Um die Reflexionstheorie weiter zu prüfen, hat Kopff die gegenseitige Lage der Nebel im Raum untersucht, wobei er als wahrscheinlichsten Wert der Parallaxe 0″.01 annahm. Stellte sich nämlich heraus, daß die beobachteten Nebel, von der Nova aus gesehen, einander teilweise bedeckten, so müßte schon ein beträchtlicher Teil des empfangenen Lichtes von den inneren Nebeln reflektiert werden, ohne zu den äußeren Nebeln zu gelangen. „Führt man Polarkoordinaten ein, mit der Nova als Anfangspunkt, und betrachtet man als eine der Koordinaten den Positionswinkel an der Sphäre, so ist der Ort durch den Radiusvektor ρ und den Winkel θ, den dieser mit dem Visionsradius nach der Erde bildet, festgelegt." Mit genügender Annäherung kann man setzen:

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{v\tau \cdot \pi}{\sigma}, \qquad \rho = \frac{v\tau}{1 - \cos\theta}.$$

Hier sind ρ und $v\tau$ ausgedrückt in astronomischen Einheiten, die Parallaxe π und die scheinbare Entfernung σ in Bogensekunden.

Kopff hat ρ und θ für die verschiedenen Kondensationen bestimmt und gefunden, daß die so erhaltene Verteilung der Nebel im Raum im allgemeinen wesentlich zugunsten der Seeligerschen Theorie spricht; denn in weiter außen liegenden Nebeln treten hellere Kondensationen gerade da auf, wo sich in inneren Ringen Lücken oder nur schwache Nebelpartien finden. Wohl gebe es auch schwächere Nebelpartien, welche andern, weiter außen liegenden Nebeln vorgelagert sind; die in Betracht kommenden Nebel seien aber so schwach, daß eine wiederholte Reflexion durch hintereinander liegende Nebelschichten denkbar sei.

Eine ernste Schwierigkeit für die Reflexionstheorie bietet nur der Nebel m in der Nähe der Nova. Dieser Nebel war viel heller als die übrigen, und er behielt seine Helligkeit Monate hindurch bei. Für die größere Helligkeit im Anfang hat Seeliger eine befriedigende Erklärung gegeben. Da nämlich der Nebel m in sehr geringer Winkelentfernung von der Nova stand, mußte er nicht weit von der Gesichtslinie an der entgegengesetzten Seite der Nova liegen; mit andern Worten: da der Fleck auf der Paraboloide lag, mußte seine wahre parabolische

Anomalie (α) sehr klein sein. Vergleicht man die Oberflächenhelligkeit h in diesem Fleck mit derjenigen (h_1) eines Teils des äußeren Ringes, dessen wahre Anomalie α_1 sei, so wird, wenn $f(\alpha)$ die Abhängigkeit der Helligkeit vom Phasenwinkel ausdrückt:

$$\frac{h}{h_1} = \frac{f(\alpha)}{f(\alpha_1)} \cdot \frac{\cos^4 \frac{1}{2}\alpha}{\cos^4 \frac{1}{2}\alpha_1}.$$

Setzt man z. B. $\frac{1}{2}\alpha$ annähernd $= 0$, $\frac{1}{2}\alpha_1 = 60^0$, so wird der zweite Faktor $= 16$; da außerdem $f(\alpha)$ bei zunehmendem α stark abnimmt, so ist es leicht erklärlich, daß der Nebel m viel heller ist als die äußeren Partien.

Daß aber der Nebel Monate hindurch diese große Helligkeit beibehalten hat, könne, nach der Ansicht von Bohlin, der sich auch Kopff anschließt, durch die Reflexionstheorie nicht erklärt werden. Kopff meint nämlich (S. 124), „der Nebel hätte in kurzer Zeit erlöschen müssen. Denn die weiter hinten liegenden Teile dieser großen Nebelmasse erscheinen nicht nur dem Beobachter auf der Erde in derselben Richtung wie die vorderen Teile, sondern auch von der Nova aus gesehen werden sie zum größten Teil von näher gelegenen Partien des Nebels verdeckt. Da man aber, wenn die Reflexionstheorie überhaupt gelten kann, annehmen muß, daß die Nebel einen beträchtlichen Teil des empfangenen Lichtes reflektieren, so kann von der kurz andauernden Strahlung der Nova nur sehr wenig zu den dahinter liegenden Nebeln gelangen. Bei der Lage der Nebel scheint also ein so lange andauerndes Aufleuchten in reflektiertem Licht ganz ausgeschlossen". Kopff ist deshalb der Ansicht, daß die Existenz des Nebels m als selbstleuchtende Materie kaum einem Zweifel unterliegt.

Die Lichterscheinungen dieses Nebels stehen in enger Verbindung mit dem Ausbruch der Nova. Dafür bieten die Spektraluntersuchungen Perrines (*ApJ* 17 S. 310) eine Stütze. Perrine fand nämlich, daß das im November 1902 beobachtete Spektrum von m weder das Spektrum eines Gasnebels war noch auch Ähnlichkeit mit dem Nebelspektrum der Nova hatte, daß es vielmehr mit dem Spektrum der Nova in den Tagen ihrer größten Helligkeit fast übereinstimmte.

42. Das Erscheinen der Nebel um die *Nova Persei* veranlaßte Turner zu einer neuen Theorie über die Entstehung einer Nova. In seiner „Note on the Nebulosity round *Nova Persei*" (*MN* 79 [1918] 23) läßt er einen ausgebreiteten, nichtrotierenden Nebel durch die Wirkung der Schwerkraft seiner Teile in sich zusammenfallen. Der Vorgang verläuft sehr schnell und endet in dem Lichtausbruch einer Nova. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Nebelmasse in konzentrischen, nichtrotierenden Kugelschalen geordnet ist. Ein Massenteilchen in der Entfernung r_0 vom Mittelpunkt wird nur von der Masse innerhalb dieser Entfernung angezogen, und zwar so, als ob diese Masse im Mittelpunkt vereinigt wäre. Wenn die Kugel homogen ist, werden alle Teile zugleich im Mittelpunkt ankommen; die Kugel bleibt während der Zusammenziehung homogen, und die Dichte wächst fortwährend. Diese Voraussetzung trägt aber dem Erscheinen der

Nebel um *Nova Persei* keine Rechnung. Ist die Masse nicht homogen, so kann man zwei Zustände unterscheiden: die größere Dichte befindet sich entweder im Mittelpunkt oder an der Grenzfläche. Im ersteren Fall werden die Teile, die näher am Kern liegen, früher zusammenfallen und schon das Erscheinen einer Nova verursachen, während die äußeren Teile noch ausgedehnt sind. Als äußerste Möglichkeit im zweiten Falle nimmt Turner an, daß die ganze Masse in eine Kugelschale zusammengezogen ist. Die Teilchen an der Innenseite sind dann frei von Anziehung und bleiben in Ruhe, die an der Außenseite werden durch die ganze Masse angezogen und bewegen sich einwärts. So werden die Teilchen abwechselnd an die Innen- und Außenseite kommen, und die ganze Schale wird zusammenschrumpfen. Gibt es außerdem noch eine zentrale Verdichtung, so werden die Teile des Nebels voneinander getrennt, da die äußersten Schichten hinter den inneren zurückbleiben; doch hält die regelmäßig fortschreitende Verdichtung die Teile der Schale zusammen, solange sie sich frei durcheinander bewegen können. Etwas Ähnliches zeigt sich vielleicht in der Schichtung des *Andromeda*-Nebels.

Um die Parallaxe der *Nova Persei* zu bestimmen, wendet Turner seine Theorie auf die zwei Nebelringe an, die in den Aufnahmen von Ritchey (*ApJ* 15 [1902], Tafel VI u. X) am meisten auffallen. Die Durchmesser dieser Ringe hatten annähernd die Werte:

Datum	Tage seit dem Lichtausbruch	Durchmesser	
		des inneren	des äußeren Ringes
1901 Sept. 20	209	14′	25′
1902 Febr. 8	350	15′	30′

Diese Ringe sind nun die Schnittlinien von Nebelschichten mit den Kapteynschen Paraboloiden für die zwei genannten Epochen. Turner setzt voraus, daß die Schichten Kugelflächen sind mit der *Nova* als Zentrum. Setzen wir den Radius der ersten Kugel $= a_1$, den der zweiten $= a_2$, die vom Lichte in den beiden Zeitintervallen zurückgelegten Wege $= p_1$ und p_2, alles in astronomischen Einheiten ausgedrückt (v = Lichtgeschwindigkeit), und sind ferner σ_{11}'' und σ_{12}'' die Halbmesser des ersten, σ_{21}'' und σ_{22}'' die des zweiten Ringes in den beiden Epochen, so hat man nach Nr 38, a:

$$\sigma_{11}^2 = \pi^2(2a_1 - p_1)p_1 \qquad \sigma_{12}^2 = \pi^2(2a_1 - p_2)p_2$$
$$\sigma_{21}^2 = \pi^2(2a_2 - p_1)p_1 \qquad \sigma_{22}^2 = \pi^2(2a_2 - p_2)p_2$$

Hieraus ergibt sich:

$$\frac{\sigma_{11}^2 p_2 - \sigma_{12}^2 p_1}{p_1 p_2 (p_2 - p_1)} = \pi^2 = \frac{\sigma_{21}^2 p_2 - \sigma_{22}^2 p_1}{p_1 p_2 (p_2 - p_1)}.$$

Setzt man die gegebenen Zahlenwerte ein, so findet man in genügender Übereinstimmung für π die Werte 0″.0079 und 0″.0093. Auch für diese Parallaxenbestimmung gilt die Bemerkung am Schluß von Nr 40, c.

Nach F. Küstner (Jubiläumsnummer der *AN* 1921, S. 20) ist die absolute Parallaxe der *Nova Persei* 0″.005 ± 0″.004 WF.

43. In engem Zusammenhang mit dem Gegenstand dieses Kapitels steht ein Artikel von E. W. Brown: On the Passage of a Star through a Nebula (*ApJ* 53 [1921] 169). Darin versucht Brown das Entstehen des fächerförmigen Anhängsels des veränderlichen Nebels N.G.C. 2261 durch das Eindringen eines Sterns in einen Meteoritenschwarm zu erklären. Im Rahmen der Seeligerschen Theorie (s. oben Kap. 2, Nr 15) läßt sich das Hauptergebnis wie folgt zusammenfassen:

Aus den Formeln (1), (4) und (5) S. 22/23 ergibt sich, daß die hyperbolischen Bahnen der Meteoriten die ξ-Achse in der Entfernung $\xi = n^2/2a$ von O schneiden, vorausgesetzt daß $n^2 \leq R^2 + 2aR$. Die Meteoriten, die zur selben Zeit an diesem Punkte eintreffen, stoßen mit einer Geschwindigkeit zusammen, deren Quadrat sich durch die Formel ausdrückt:

$$V^2 = V_0^2\left(1 + \frac{2a}{r}\right) = V_0^2\left(1 + \frac{4a^2}{n^2}\right).$$

Nun ist nach dem Flächengesetz $r^2 d\varphi/dt = V_0 n$; folglich ist die zur ξ-Achse senkrechte V-Komponente $\xi d\varphi/dt = V_0 \cdot 2a/n$. Diese Komponente wird durch den Stoß aufgehoben; es bleibt somit nur noch die Geschwindigkeit $dr/dt = V_0$ vom Stern hinweg übrig. Infolge der durch den Zusammenstoß erzeugten Hitze werden aber die Meteoriten gasförmig, und die einzelnen Gasteilchen verbreiten sich kugelförmig mit molekularen Geschwindigkeiten, deren Mittelwert gleich U_0 sei. Läßt man die durch die Anziehung des Sterns verursachte Verzögerung unberücksichtigt, so werden die sich ausdehnenden und zugleich fortbewegenden Gaskugeln eine kegelförmige Wellenfront bilden mit der Winkelöffnung $\beta = arc \sin U_0/V_0$ und mit der Spitze in dem Punkte $\xi = R + R^2/2a$.

V. M. Slipher machte die für die Theorie der Neuen Sterne wichtige Wahrnehmung, daß das Spektrum dieses Nebels dem einer Nova in ihrem ersten Stadium ähnlich ist (*Bulletin* of the Lowell Observatory 3 [1918] 63).

Zweiter Abschnitt.

Die langperiodischen Sterne.

Allgemeiner Überblick.

Die frühesten Versuche, das schwankende Licht der Sterne zu erklären, gingen von der Annahme aus, daß ein heller Stern, dessen Oberflächenteile verschiedene Leuchtkraft besitzen, sich um seine Achse drehe. Später gab die Entdeckung der Sonnenfleckenperiode Anlaß, den Lichtwechsel der langperiodischen Sterne auf periodische Fleckenbildung zurückzuführen. Eine endgültige Theorie muß sich jedoch auf die Spektra dieser Sterne gründen, wenn sie einmal mit hinreichend lichtstarken Instrumenten erforscht sind.

Fünftes Kapitel.

Umdrehungshypothesen.

Die Erklärungen des Lichtwandels, die von den älteren Astronomen stammen, waren natürlicherweise noch nicht auf die verschiedenen Gruppen der Veränderlichen Sterne zugeschnitten, sie umfaßten vielmehr die Veränderlichen im allgemeinen. Heute wissen wir, daß die Erscheinungen der neuen und der kurzperiodischen Sterne durch Achsendrehung allein nicht erklärbar sind; ob das bei langperiodischen Veränderlichen gelingen wird, steht noch dahin.

Selbstverständlich gingen der wissenschaftlichen und namentlich der mathematischen Behandlung des Gegenstandes rein beschreibende Theorien voraus. Die bedeutendsten seien hier zusammengestellt.

A. Beschreibende Theorien.

1. Die ältesten Theorien stammen aus dem 17. und 18. Jahrhundert.

Riccioli (1651) erklärte sich das Aufleuchten der Neuen Sterne durch Umdrehung eines mit dunklen Flecken behafteten Weltkörpers in dieser Weise: „Opinio, quam apud neminem adhuc reperi, sed egomet mihi finxi, . . . est novas stellas fuisse iam inde a mundi conditu in firmamento a Deo creatas, sed inter eas aliquas non undequaque lucidas. . . . Itaque dimidium globi lucidum, ac dimidium obscurum obtinuisse. . . . Haec mihi sane opinio valde probabilis est, . . . quia quam minimam variationem inducit in coelo, nam . . . opus hic est . . . simplicissima solius stellae conversione circa sui centrum“ (*Almagestum Novum*, Pars posterior tomi I, lib. 8, sect. 2, c. 17).

Boulliau (1667) gibt in seiner Abhandlung über den Stern *Mira* (De Nova Stella, quae in collo *Ceti* ante aliquot annos visa est) als Ursache des Lichtwechsels an: „Quod scilicet molis globosae illius stellae pars una hemisphaerio minor sit lucida, altera hemisphaerio maior sit obscura; ac stellae corpus circa proprium centrum ac circa unam axem revolvatur atque convertatur, in quam ducta a terra linea rectos cum ea angulos faciat."

Zu dieser Erklärung bemerkt Cassini (1740) in seinen „Élémens d'Astronomie" liv. 1, S. 67—68: „Quelque vraissemblable que soit l'opinion de Boulliau, sur la cause des apparences des étoiles du col de la Baleine, il paroît qu'une révolution simple de cette étoile autour de son axe n'est pas suffisante pour expliquer les variations qu'on y apperçoit. Car premièrement, elle n'arrive pas toutes les années à la même grandeur apparente, puisqu'on la voit quelquefois surpasser les étoiles de la seconde grandeur, et qu'en d'autres révolutions elle ne paroît pas égaler celles de la troisième.

„En second lieu, le temps qu'elle employe à paroître, n'est pas toujours de la même durée, puisque dans quelques années elle n'est visible que pendant trois mois, et en d'autres elle paroît pendant plus de quatre mois.

„En troisième lieu, elle n'emploie pas toujours un temps égal depuis qu'elle a commencé à paroître jusqu'à sa plus grande clarté, ni depuis sa plus grande clarté jusqu'à ce qu'elle cesse de paroître; mais tantôt elle augmente plus vite qu'elle ne diminue, et tantôt il lui arrive tout le contraire.

„En quatrième et dernier lieu, elle a été, au rapport d'Hevelius, quatre années entières sans paroître, depuis le mois d'Octobre de l'année 1672, jusqu'au mois de Décembre de l'année 1676.

„On expliqueroit donc mieux ces variations, et plusieurs autres, en attribuant un mouvement particulier aux poles de la révolution de cet astre autour de son axe, qui feroit paroître la durée de son apparition, tantôt plus grande, tantôt plus petite, suivant la diverse position de ces poles par rapport à la partie lumineuse de cette étoile, qu'elle nous présenteroit sous divers aspects."

Goodricke beschäftigte sich zwar nur mit kurzperiodischen Veränderlichen (s. Bd I S. 11), doch gefiel ihm die Fleckenhypothese so sehr, daß er sie sogar zur Erklärung des Lichtwechsels von *Algol* heranzog. Er schreibt: „I should imagine that the cause of this variation could hardly be accounted for otherwise than either by the interposition of a large body revolving around Algol, or some kind of motion of its own whereby part of its body covered with spots or such-like matter, is periodically turned towards the earth" (*Phil. Trans.* 1783, S. 474).

2. Der erste, der die Fleckenhypothese wissenschaftlich ausgewertet hat, war Zöllner. Wir geben seine Anschauungen größtenteils mit seinen eigenen Worten wieder, die wir den „Photometrischen Untersuchungen" (1865) entnehmen.

Nach Zöllner lassen sich, unter Voraussetzung einer ursprünglich glühenden und rotierenden Nebelmasse, fünf Perioden oder Entwicklungsphasen eines Weltkörpers unterscheiden:

1. die Periode des glühend-gasförmigen Zustandes;

2. die Periode des glühend-flüssigen Zustandes;

3. die Periode der Schlackenbildung oder der allmählichen Entstehung einer kalten, nichtleuchtenden Oberfläche;

4. die Periode der Eruptionen oder der gewaltsamen Zersprengung der bereits kalt und dunkel gewordenen Oberfläche durch die innere Glutmasse;

5. die Periode der vollendeten Erkaltung.

Die erste Periode ist die der planetarischen Nebel, die zweite die der Fixsterne, welche keine merklichen Helligkeitsänderungen zeigen. Beim Übergang von der zweiten zur dritten Periode kommt es zur Entstehung von Flecken, die Zöllner als erste Anfänge der Schlackenbildung ansieht. Er nennt sie „kleine, relativ dunkle Stellen, welche, an kälteren Stellen entstanden, infolge ihrer relativen Kleinheit einerseits und der gewaltigen Bewegungen auf der feurig-flüssigen Oberfläche des Sonnenkörpers anderseits, an wärmeren Stellen sich wieder in der allgemeinen Glutmasse auflösen".

Die dritte Periode ist durch Rotglut und Schlackenbildung gekennzeichnet; die Sterne sind veränderlich in einer mehr oder weniger regelmäßigen Wiederkehr des Lichtwechsels.

Nachdem dann der Fixstern allmählich für unsere Blicke verschwunden ist, folgt die vierte Periode, die sich durch das plötzliche Aufleuchten eines neuen Sternes ankündigt. Die chemischen Verbindungen an der Oberfläche zersetzen sich wieder unter Entwicklung von Licht und Wärme.

a) Diese Theorie erklärt nach Zöllner ungezwungen:

1. das Vorherrschen der roten Farbe bei Veränderlichen Sternen;

2. das öfters vorkommende schnellere Anwachsen der Helligkeit bis zum Maximum und ihr langsames Abnehmen bis zum Minimum.

Infolge der Zentrifugalkraft werden nämlich die an den Polen des Sterns gebildeten Schlackenmassen gegen die Äquatorialgegenden getrieben, auf ihrem Wege aber erleiden sie Ablenkungen, die der Rotationsrichtung entgegengesetzt sind. Die glühend-flüssige Masse verhält sich den allmählich erstarrenden Massen gegenüber wie ein Strom, der mit einer nach dem Äquator hin zunehmenden Geschwindigkeit entgegen der Rotationsrichtung die Schlackenmasse zu durchbrechen bestrebt ist. An irgend einer Stelle muß alsdann notwendig eine Art Stauung der Schlacken eintreten, so daß die größte Flächenausdehnung der leuchtenden und der nichtleuchtenden Teile unter irgend einem Meridian aneinander grenzen. Bei einer derartigen Anordnung wird aber, unter Voraussetzung einer Umdrehung im angedeuteten Sinne, die Zunahme der Helligkeit schneller erfolgen als die Abnahme.

Diesen letzteren Umstand hat Zöllner durch photometrische Beobachtungen eines künstlichen Veränderlichen Sternes geprüft. Seine Versuche sind aus der nachstehenden Fig. 10 sofort verständlich. Eine Kugel von 30 mm Durchmesser, deren Oberfläche zum Teil mit weißer, zum Teil mit schwarzer Kreide überstrichen war, wurde aus einer Entfernung von etwa 4 Fuß photometrisch beobachtet, während sie in geeigneter Richtung von der Sonne beschienen wurde. Bei jeder folgenden Beobachtung wurde die Kugel 15° um eine zur Gesichtslinie senkrechte Achse gedreht. Bei der oben vorausgesetzten Verteilung der weißen und schwarzen Teile konnte wirklich ein schnelleres Zunehmen als Abnehmen des Glanzes festgestellt werden, so daß z. B. ein Stern, bei einer Umdrehungszeit von 36 Tagen, vom Minimum bis zum Maximum nur 14 Tage brauchen würde.

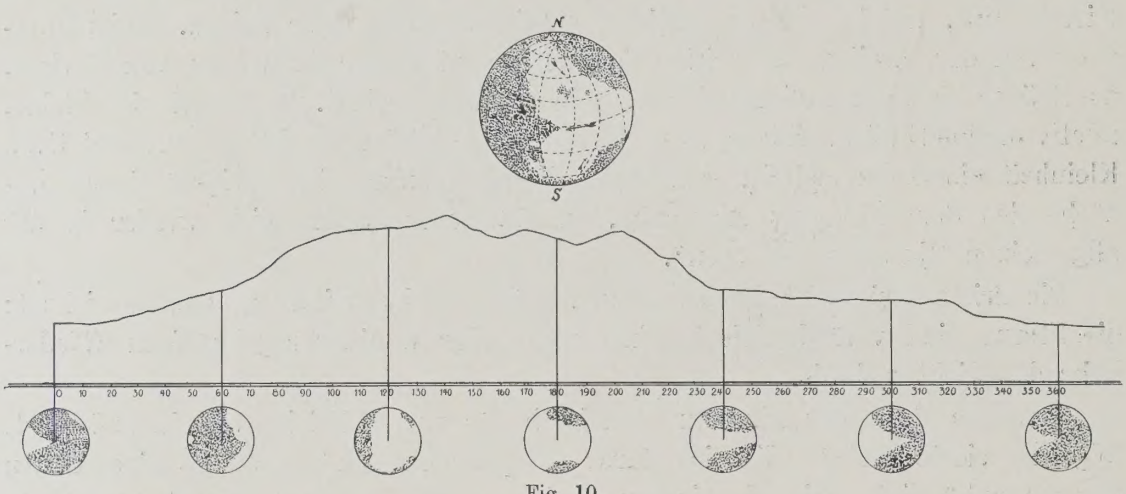

Fig. 10.

3. Die Theorie erklärt ferner die gleichzeitige Änderung von Intensität und Farbe. Ist ein kleiner Teil der feurig-flüssigen Masse rings von Schlacken umgeben, so wird er sich schneller abkühlen als andere Teile, die den erlittenen Temperaturverlust durch Berührung mit heißeren Massen wieder ersetzen können. Hierdurch wird jener Teil früher rotglühend als andere, und man erhält auf diese Weise einen Stern, der seine Intensität und Farbe gleichzeitig wechselt.

4. Endlich erklärt sich aus dieser Anschauung die Änderung der Periodendauer und der Gestalt der Helligkeitskurve.

Die Strömungen in der feurig-flüssigen Masse werden die größte Ausdehnung leuchtender Flächenteile im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne der Umdrehung verschieben. Im ersten Fall muß sich alsdann die Periode verkürzen, im zweiten verlängern. Ebenso erklärt sich das Auftreten mehrerer Helligkeitsmaxima nebst deren allmählicher Verschiebung und Intensitätsänderung.

b) Die Zöllnersche Schlackentheorie in ihrer allgemeinen Form hat lange Zeit als befriedigende Erklärung aller Lichterscheinungen der Veränderlichen Sterne gegolten. „Diese Erklärung Zöllners“, schrieb Seeliger im Jahre 1889, „ist so natür-

lich, sie ist dabei so allgemein und allen Beobachtungsresultaten entsprechend, daß durch sie der forschende Verstand vollständig befriedigt wird. Man ist deshalb berechtigt, alle andern Erklärungen abzuweisen, wenn nicht, was in speziellen Fällen denkbar wäre, andere Verhältnisse [das Gegenteil] verlangen. Gegenwärtig ist noch kein Fall bekannt, wo dies eingetreten wäre" (*Himmel und Erde* I 332).

Und in demselben Jahr 1889, unmittelbar vor Vogels berühmten Untersuchungen über die Radialbewegung des *Algol*-Systems, schrieb J. Harting: „Überhaupt glaube ich, daß man gut tut, vorläufig allen Erscheinungen von veränderlichen Sternen die Zöllnersche Theorie, als die bestbegründete, zu supponieren. Wenn irgendwo, so gelten hier die Worte Newtons, die Zöllner dem vierten Teile seiner Photometrischen Untersuchungen ‚Über die physische Beschaffenheit der Himmelskörper' voraussetzt: ‚Effectuum naturalium eiusdem generis eaedem assignandae sunt causae quatenus fieri potest.'"

B. Mathematische Theorien.

3. Eine mathematische Behandlung der Fleckentheorie hat zuerst H. Bruns in seinem Aufsatz „Bemerkungen über den Lichtwechsel der Sterne vom Algoltypus" veröffentlicht. Veranlassung dazu waren gewisse Bedenken gegen die von E. Pickering in seiner Abhandlung „Dimensions of the Fixed Stars" (*Proc. Am. Acad.* 16 [1880]) vorgebrachte Erklärung des Lichtwechsels *Algols* durch den Vorübergang eines Begleiters. Das Hauptbedenken hegte Bruns gegen die von Pickering gefundene äußerst geringe Entfernung des Begleiters vom Hauptstern, wodurch es mindestens fraglich schien, ob bei solcher Annäherung beide Körper noch mit hinreichender Genauigkeit als Kugeln angesehen werden dürfen; und obgleich Bruns anerkennt, daß kein zwingender Grund vorhanden sei, die Möglichkeit eines solchen Systems zu verneinen, will er doch zeigen, daß die Erklärung der Veränderlichkeit durch Achsendrehung eines Sterns von ungleichmäßiger Leuchtkraft mindestens den gleichen Grad von Wahrscheinlichkeit beanspruchen darf.

a) Bruns geht von der Fragestellung aus: Gegeben sei ein Fixstern, sphärisch, von ungleichartiger Oberflächenbeschaffenheit, gleichförmig um eine feste Achse rotierend; gesucht wird die Lichtkurve, d. h. der zeitliche Verlauf der Helligkeit, für einen sehr weit entfernten Beobachter.

Der Radius des sphärischen Fixsterns sei gleich 1. Die Achse bilde einen Winkel ε mit der Berührungsebene am Himmelsgewölbe. Die Lichtmenge, welche das Flächenelement (dw) in die Richtung der Gesichtslinie während der Zeiteinheit aussendet, sei $f \cdot h \cdot dw$, wo h eine gegebene Funktion der Länge (φ) und der Nordpoldistanz (θ) von dw ist und f eine gegebene Funktion des Winkels θ', den die Normale an der Oberfläche in dw mit dem Gesichtsstrahl bildet. Es sei ferner δ die Horizontalrefraktion auf dem Stern. Gesucht wird die Lichtkurve dieses Sternes.

Die Einheit für die Zeit t sei so gewählt, daß die Rotationsdauer gleich 2π wird, und der Nullpunkt der Zeit so, daß für $t = 0$ der Gesichtsstrahl im Anfangsmeridian liegt. φ wachse im Sinne der Drehung, während θ vom unsichtbaren Nordpol aus gerechnet wird. Die Koordinaten der Mitte A der sichtbaren Halbkugel zur Zeit t sind dann $\theta = \frac{1}{2}\pi + \varepsilon$, $\varphi = -t$. Die Lichtmenge, die zum Auge des Beobachters gelangt, ist ausgedrückt durch das Integral:

$$(1) \qquad I = \iint f(\theta')\, h(\varphi, \theta) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi,$$

wo die Integration sich über alle Oberflächenelemente erstreckt, für welche θ' zwischen 0 und $\frac{1}{2}\pi + \delta$ liegt.

Zur Ausführung der Integration werden statt φ und θ neue Koordinaten, φ' und θ', eingeführt, die sich auf Punkt A als Pol beziehen. φ' werde gezählt von einer willkürlichen Nullrichtung aus. Um in $h(\varphi, \theta)$ die Koordinaten φ und θ durch φ' und θ' zu ersetzen, nehmen wir an, $h(\varphi, \theta)$ sei nach Kugelfunktionen entwickelt:

$$(2) \qquad h(\theta, \varphi) = \Sigma\Sigma (A_{nm} \cos n\varphi + B_{nm} \sin n\varphi) P_m^n(\cos\theta) \quad \begin{cases} m = 0 \text{ bis } m = \infty, \\ n = 0 \text{ bis } n = m, \end{cases}$$

wo $P_m^n(\cos\theta) = \sin^n\theta \, \dfrac{d^n P_m(\cos\theta)}{d(\cos\theta)^m}$ und $P_m^0(\cos\theta) = P_m(\cos\theta)$.

Nach der Transformation sei, unter Beibehaltung derselben Grenzen für die Doppelsumme:

$$(3) \qquad h(\theta', \varphi') = \Sigma\Sigma (A_{nm}' \cos n\varphi' + B_{nm}' \sin n\varphi') P_m^n(\cos\theta').$$

Substituiert man diesen Ausdruck in das Integral:

$$I = \iint f(\theta')\, h(\theta', \varphi') \sin\theta' \, d\theta' \, d\varphi' \quad \begin{cases} \theta' \text{ von } 0 \text{ bis } \frac{1}{2}\pi + \delta, \\ \varphi' \text{ von } 0 \text{ bis } 2\pi, \end{cases}$$

so werden bei Integration nach φ' alle Glieder, für welche n von Null verschieden ist, verschwinden, und es bleibt übrig:

$$I = 2\pi \Sigma A_{0m}' \int f(\theta') P_m(\cos\theta') \sin\theta' \, d\theta' \quad \begin{cases} m = 0 \text{ bis } m = \infty, \\ \theta' = 0 \text{ bis } \theta' = \frac{1}{2}\pi + \delta. \end{cases}$$

Um die Konstanten A_{0m}' zu bestimmen, kann man, nach einem bekannten Satz der Theorie der Kugelfunktionen, die Glieder $m$ter Ordnung in (2) und (3) einander gleichsetzen. Substituiert man dann die Koordinaten des Punktes A:

$$\varphi_0 = -t, \ \theta_0 = \tfrac{1}{2}\pi + \varepsilon; \quad \varphi_0' = \varphi' \text{ (unbestimmt)}, \ \theta_0' = 0$$

in die so gefundene Gleichung, so ergibt sich, für die Grenzen $n = 0$ bis $n = m$:

$$A_{0m}' = \Sigma \{ A_{nm} \cos(-nt) + B_{nm} \sin(\ \ nt) \} P_m^n(-\sin\varepsilon) = Y_n$$

und folglich, wenn die Grenzen von m und n in den Summen die gleichen sind wie oben in (2):

$$I = 2\pi \Sigma\Sigma \{ A_{nm} \cos(-nt) + B_{nm} \sin(-nt) \} P_m^n(-\sin\varepsilon) \cdot K_m = 2\pi \Sigma Y_m K_m,$$

wo

$$K_m = \int f(\theta') P_m(\cos\theta') \sin\theta' \, d\theta' \qquad (\theta' \text{ von } 0 \text{ bis } \tfrac{1}{2}\pi + \delta).$$

Man kann auch schreiben:

$$(4) \qquad I = \Sigma\{H_n \cos(-nt) + H_n' \sin(-nt)\} \qquad (n = 0 \text{ bis } n = \infty),$$

wenn die beiden Summen, die von $m = n$ bis $m = \infty$ gehen, so abgekürzt werden:

$$(5) \qquad H_n = 2\pi\Sigma A_{nm} P_m^n(-\sin\varepsilon) \cdot K_m \quad \text{und} \quad H_n' = 2\pi\Sigma B_{nm} P_m^n(-\sin\varepsilon) \cdot K_m.$$

Die K_m sind vom Emissionsgesetz abhängige Konstanten, die im allgemeinen mit wachsendem m gegen Null konvergieren. Eine Abschätzung des ungefähren Betrags dieser Faktoren ergibt sich aus der Annahme $f(\theta') = \cos\theta'$, $\delta = 0$ (Emission nach dem Cosinusgesetz und keine Atmosphäre). Dann wird:

$$K_p = \int x P_p(x) \, dx \qquad (x \text{ von } 0 \text{ bis } 1),$$

$$K_0 = \tfrac{1}{2}, \; K_1 = \tfrac{1}{3}, \; K_2 = \tfrac{1}{8}, \; K_3 = 0, \; K_4 = -\tfrac{1}{48}, \; K_5 = 0,$$

oder allgemein:

$$K_{2m} = -\frac{(2m-2)!\,(-1)^m}{4^m (m+1)!\,(m-1)!}, \qquad K_{2m+1} = 0.$$

Die Helligkeitsfunktion wird jetzt:

$$I = \pi(Y_0 + \tfrac{2}{3} Y_1 + \tfrac{1}{4} Y_2 - \tfrac{1}{24} Y_4 + \tfrac{1}{64} Y_6 - \tfrac{1}{128} Y_8 + \cdots).$$

Den Koeffizienten von Y_n kann man in der Form schreiben:

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (n-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (n-2)} \cdot \frac{\pi}{n(n+2)}.$$

Da dieser Koeffizient kleiner ist als π/n^2, so konvergiert die Reihe absolut und gleichmäßig, und die Funktion I samt ihrer ersten Derivierten ist für alle Werte der Argumente φ_0 und θ_0 kontinuierlich. Folglich ist auch die Lichtkurve stetig und frei von plötzlichen Richtungsänderungen, auch wenn die Helligkeitsfunktion unstetig ist. Weil die ungeraden Funktionen Y_3, Y_5 usw. in der Entwicklung nicht vorkommen, so kann eine große Verschiedenheit von Helligkeitsverteilungen zu derselben Lichtkurve führen.

Durch die Gleichung (4) ist die Aufgabe gelöst, die Lichtkurve zu finden, wenn die Helligkeitsverteilung und die Lage der Rotationsachse gegeben ist.

b) Für die Behandlung der umgekehrten Aufgabe sind zwei Bemerkungen wichtig:

(1) Unter den K_q kommen unendlich viele vor, die von Null verschieden sind. Um dies zu zeigen, bemerken wir, daß die zunächst nur für das Intervall 0 bis $\frac{1}{2}\pi + \delta$ definierte Funktion $f(\theta')$ für das Intervall von $\frac{1}{2}\pi + \delta$

bis π beständig gleich Null sein soll; die so für die ganze Kugeloberfläche definierte Funktion sei in der Form entwickelbar:

$$f(\theta') = A_0 P_0(\cos\theta') + A_1 P_1(\cos\theta') + \cdots,$$

$$A_m = \frac{2m+1}{2} \int f(\theta') P_m(\cos\theta') \sin\theta' d\theta' = \frac{2m+1}{2} \cdot K_m \quad (\theta' \text{ von } 0 \text{ bis } \pi).$$

Eine Funktion von θ', die über das ganze Intervall von $\frac{1}{2}\pi + \delta$ bis π verschwindet, kann nicht eine ganze rationale Funktion von $\cos\theta'$ sein; daher muß die Anzahl der A_m und folglich auch die der K_m unbegrenzt zunehmen.

(2) Solange m endlich bleibt, gibt es immer unendlich viele Werte von μ, wofür keine der Größen $P_m^n(\mu)$ verschwindet. Denn jede Funktion $P_m^n(\mu)$ hat zwischen den Werten $+1$ und -1 nur $m-n$ verschiedene reelle Wurzeln. Außer diesen $\Sigma(m-n)$-Werten gibt es infolgedessen noch unendlich viele, wofür keine der $P_m^n(\mu)$ verschwindet.

Die erwähnte umgekehrte Aufgabe könnte demnach ganz allgemein so gestellt werden: Wie sind die Größen δ, ε und $f(\theta')$ zu wählen, damit man zu gegebenen H_n aus den Gleichungen (5) ein Wertsystem der A_{nm} finden kann, für welches die Reihe (1) konvergiert?

In dieser allgemeinen Form hat Bruns die Aufgabe nicht zu lösen versucht. Gestützt auf die Tatsache, daß es sich immer nur um beobachtete Helligkeiten handelt, hat er die Schwierigkeiten des Problems in folgender einfacher Weise umgangen:

Die stetige und periodische Lichtkurve sei durch eine Anzahl Punkte in so engen Intervallen gegeben, daß beim Interpolieren die ersten Differenzen allein ausreichen. Die Lichtkurve läßt sich dann durch die gebrochene Linie ersetzen, welche die aufeinander folgenden Punkte verbindet. Ihre Gleichung kann in der Form geschrieben werden:

$$H = \Sigma(H_n \cos nt + H_n' \sin nt) \qquad (n = 0 \text{ bis } n = \infty),$$

wo die rechte Seite eine gleichmäßig konvergente Reihe darstellt. Daher gibt es eine Zahl s von der Beschaffenheit, daß der Rest

$$H - \Sigma(H_n \cos nt + H_n' \sin nt) \qquad (n = 0 \text{ bis } n = s)$$

für alle t kleiner wird als jede beliebig kleine vorgeschriebene Größe, z. B. als die Unsicherheit der letzten Dezimale der gegebenen Helligkeiten. Die höheren Glieder kann man dann ruhig vernachlässigen. Ist die Wahl über s getroffen, so verfüge man über δ und $f(\theta')$ mittels einer annehmbaren Voraussetzung und ermittle die Größen

$$K_0,\ K_1,\ K_2, \cdots K_s,\ K_{s+1}, \cdots K_r,$$

wo r so groß genommen wird, daß in der Reihe K_s, $K_{s+1}, \cdots K_r$ wenigstens ein Glied K_τ vorkommt, das von Null verschieden ist. Dies ist nach Bemerkung (1) immer möglich. Dann wähle man ε so, daß zwischen den Grenzen

$m = n$ und $m' = r$ für alle Werte von n wenigstens eines der Produkte $P_m^n(-\sin\varepsilon)K_m$ von Null verschieden wird. Auch das ist, nach Bemerkung (2), auf unendlich viele Arten möglich. Es genügt z. B., daß für alle Werte von n die Funktion $P_\tau^n(-\sin\varepsilon) \gtrless 0$ sei. Setzt man ähnlich wie in (5), aber mit den Grenzen $m = n$ bis $m = r$:

$$H_n = 2\pi\Sigma A_{nm} P_m^n(-\sin\varepsilon)K_m, \qquad H_n' = 2\pi\Sigma B_{nm} P_m^n(-\sin\varepsilon)K_m$$

und bestimmt hieraus die A_{nm} und B_{nm}, was im allgemeinen wieder auf unendlich viele Weisen möglich ist, so erhält man schließlich die Helligkeitsfunktion in der Form:

$$h'(\theta,\varphi) = \Sigma\Sigma(A_{nm}\cos n\varphi + B_{nm}\sin n\varphi)P_m^n(\cos\theta) \quad \begin{cases} n = 0 \text{ bis } n = s, \\ m = n \text{ bis } m = r. \end{cases}$$

Dieses Ergebnis wird von Bruns in folgendem Satze ausgesprochen: „Es ist immer, und zwar auf unendlich viele Weisen möglich, die Bestimmungsstücke ε, δ, $f(\theta')$ und $h(\theta,\varphi)$ so zu wählen, daß die resultierende Helligkeitskurve sich innerhalb vorgeschriebener, beliebig enger Grenzen einer beobachteten, stetigen und periodischen Lichtkurve anschließt."

c) Bruns schließt daraus, daß die Hypothese einer Achsendrehung, verbunden mit ungleicher Verteilung der Leuchtkraft, die einfachste sei, um einen regelmäßigen periodischen Lichtwechsel zu erklären, und man sei deshalb berechtigt, so lange bei dieser Hypothese stehen zu bleiben, als nicht besondere Eigentümlichkeiten des Lichtwechsels oder Beobachtungen ganz anderer Art dagegen sprechen. Bei den *Algol*-Sternen z. B., wo die Dauer des eigentlichen Lichtwechsels nur einen ganz kleinen Bruchteil der Lichtperiode beträgt, liege die Annahme eines umlaufenden Begleiters „vor der Hand" ebenso nahe wie die hier untersuchte Hypothese.

Zum Schluß macht Bruns die Bemerkung, daß die vorausgehenden Entwicklungen eine Erweiterung zulassen. Die Koeffizienten A_{nm} brauchen nämlich nicht Konstanten zu sein, sondern können irgend welche Funktionen der Zeit darstellen. Daraus folgt, daß die besprochene Hypothese auch imstande ist, in ungezwungener Weise Abweichungen des Lichtwechsels von einem regelmäßigen periodischen Verlauf zu erklären, einerlei ob sie unregelmäßiger oder systematischer Art sind.

Nur schade, daß Bruns bei der mathematischen Behandlung der Aufgabe die physische Anwendung aus dem Gesicht verlor und dadurch die wichtige Bedingung übersah, daß die aus der Lichtschwankung abgeleitete Helligkeitsfunktion an der Oberfläche des Veränderlichen nie negativ sein darf. Es ist sonach nicht bewiesen, daß jeder periodische Lichtwechsel durch die Fleckentheorie erklärt werden kann. Hat man nach der Brunsschen Methode irgend eine dem Lichtwechsel entsprechende Funktion gefunden, so muß noch in jedem einzelnen Falle untersucht werden, ob der erwähnten Bedingung Genüge geschieht.

4. Erst in dem Aufsatz von H. Norris Russell: „On the Light-variations of Asteroids and Satellites“ (*ApJ* 24 [1906] 1) ist die physikalische Bedingung klar ausgesprochen. Augenscheinlich ohne die Arbeit von Bruns zu kennen, behandelt Russell dort die beiden Fragen: „1) What is the character of the light-curve produced by the rotation of an arbitrarily spotted body, and 2) how far it is possible to reason backward from such a light-curve to the spots which produce it?“ Das Hauptergebnis bei Beantwortung der ersten Frage deckt sich im wesentlichen mit dem von Bruns. Im zweiten Teil beweist Russell, „that . . . there is an infinite variety of distributions of brightness on an asteroid's surface, which will account for its observed variations in light“, bemerkt aber hierzu: „The solution as it stands is, however, only formal, for we have taken no account of the physically necessary condition that the surface-brightness can never be negative.“

Zugleich sei hier erwähnt, daß Russell seine Untersuchung auf den Fall eines konvexen Körpers mit willkürlicher Fleckenverteilung ausgedehnt hat. Der konvexe Körper wird dabei definiert als ein Körper, bei dem jede Tangentialebene die Oberfläche nur in einem reellen Punkt berührt. Auf dieser Oberfläche gibt es immer einen, aber auch nur einen Punkt, in dem die Normale eine gegebene Richtung hat.

Die Helligkeitsfunktion sei $h(\vartheta, \varphi)$, wo ϑ und φ von irgend welchem Pol und Anfangsmeridian gerechnet werden. Da die Fläche konvex ist, kann $h(\vartheta, \varphi)$ als eindeutige Funktion von ϑ und φ betrachtet werden; dasselbe gilt vom Gaußschen Krümmungsmaß C der Oberfläche. Ist γ der Winkel, den die Normale im Element dw mit der Gesichtslinie bildet, so wird das Gesamtlicht, das zum Auge gelangt, nach dem Cosinusgesetz ausgedrückt durch die Formel:

$$I = \int h \cos\gamma \cdot dw \qquad \text{(untere Grenze } s\text{)}.$$

Nach der Definition von C ist $C\,dw = \sin\vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$; folglich:

$$I = \int \frac{h}{C} \cos\gamma \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \qquad \text{(untere Grenze } s\text{)}.$$

Das Ergebnis ist also vollkommen das gleiche, wie wenn man eine Kugel hätte mit einer Helligkeitsfunktion h/C, statt einer konvexen Oberfläche mit Krümmungsmaß C und Helligkeitsfunktion h.

Russell schließt hieraus: „It thus appears that there is no gain in generality in passing from a spotted sphere to a spotted convex surface—that is, in assuming, that the curvature is variable, as well as the surface brightness.“ Dagegen wird die Allgemeinheit beschränkt, wenn man die Oberflächenhelligkeit konstant und die Krümmung veränderlich annimmt. Da nämlich die Oberfläche überall gleich hell ist, so ist die Gesamthelligkeit der scheinbaren Größe des Körpers am Himmelsgewölbe proportional. Folglich müßte die Lichtkurve vollkommen symmetrisch sein.

5. Den Lichtwechsel einiger kurzperiodischen Veränderlichen durch Verbindung von Flecken und unregelmäßiger Gestalt des Sternes darzustellen, versuchte

E. Pickering im Jahre 1881. Obgleich er damals noch der Ansicht war, daß „the most natural explanation of the variation of a star of short period is that it is due to its rotation around its axis", wird die Theorie von ihm nur betrachtet „as affording a simple geometrical conception of the nature of the variations under consideration, even if it proves not to be the true explanation of the cause".

a) Im 9. Band der Harvard-*Annals* wird zuerst nach dieser Hypothese der Lichtwechsel des Saturnmondes Iapetus erklärt. Es wird gezeigt, daß, wenn die Umdrehungsachse senkrecht zur Gesichtslinie steht, der Lichtwechsel L näherungsweise durch die Formel dargestellt werden kann:

$$L = a + b \sin v + c \cos v + d \sin 2v + e \cos 2v.$$

Hier bedeutet a das mittlere Licht, v den Rotationswinkel, b und c Konstanten, abhängig von der relativen Helligkeit der beiden Hemisphären, die von gleichförmiger, aber ungleicher Intensität sind; d und e sind durch die hypothetische Abweichung des Körpers von der Gestalt eines Rotationskörpers bestimmt. Die Gleichung läßt sich auch so schreiben:

$$L = a + m \sin (v + \alpha) + n \sin (2v + \beta),$$

wo α von dem Winkel abhängt, den die Trennungsebene der beiden Hemisphären mit der Gesichtslinie zur Zeit $t = 0$ bildet, während β die Lage andeutet, in welcher der Körper seine größte oder kleinste Scheibe zeigt.

b) Ferner zeigt Pickering, daß auch die Lichtänderung der Veränderlichen ζ *Geminorum*, β *Lyrae*, η *Aquilae* und δ *Cephei* mit befriedigender Annäherung durch eine ähnliche Gleichung dargestellt werden kann. Setzt man die mittlere Helligkeit des Sterns gleich 1 und geht von der Lage aus, in welcher die kürzeste Achse des Sternes uns zugewandt ist, so wird die Gleichung:

$$L' = 1 + m' \sin (v' + \alpha') + n' \cos 2v'.$$

Für Umdrehungskörper würde das Licht infolge der ungleichen Helligkeit der beiden Seiten im Verhältnis $(1 + m') : (1 - m')$ sich ändern; die Helligkeit der dunklen Seite, ausgedrückt durch die der hellen als Einheit, wäre $(1 - m')/(1 + m')$. Bei einer überall gleichförmig hellen Oberfläche dagegen wäre das Licht von der Größe der sichtbaren Scheibe abhängig, würde also im Verhältnis von $1 - n'$ zu $1 + n'$ schwanken. Die kürzere Achse wäre $(1 - n')/(1 + n')$ mal so groß wie die längere. In allen betrachteten Fällen findet Pickering, daß die dunklere Seite noch mehr als halb so hell ist wie die andere. Bei β *Lyrae* würde der Unterschied zwischen beiden sogar nur 10% betragen, d. h. nach den gemachten Voraussetzungen bedecken die Flecken bei β *Lyrae* nur $^1/_{10}$ der Hemisphäre, bei η *Aquilae* und δ *Cephei* ungefähr $^2/_5$. Das Achsenverhältnis von β *Lyrae* wäre 5 : 3, das der beiden andern ungefähr 6 : 5. Bei β *Lyrae* ist der dunkle Teil symmetrisch um ein Ende der großen Achse gelagert, bei η *Aquilae* und δ *Cephei* kommt der dunkle Teil eher als das Achsenende in die Gesichtslinie.

Dadurch wird erklärt, daß hier die Zeit der Aufhellung kürzer ist als die Zeit der Lichtabnahme. Bei ζ *Geminorum* findet Pickering $n = 0$; der Stern wäre also ein Rotationskörper, dessen eine Seite ungefähr $^4/_5$ der Helligkeit der andern besitzt. Oder es wäre auch möglich, daß der Stern im Verhältnis 5 : 4 verlängert, aber überall gleich hell wäre; dann würde die Umdrehungszeit das Doppelte der Lichtperiode betragen.

6. Wie wir sahen, hat Zöllner die Veränderlichkeit der Periodendauer durch eine allmähliche Verschiebung der Schlackenfelder erklärt. Anders denkt sich Gyldén die Sache. In seinem „Versuch einer mathematischen Theorie zur Erklärung des Lichtwechsels der Veränderlichen Sterne“ (Helsingfors *Acta* 1880) stützt er sich auf die periodische Natur dieser Veränderlichkeit und kleidet seine Auffassung in die Worte:

„So wenig ich eine Verschiebung oder überhaupt eine Änderung der relativen Lage der Schlackenfelder bestreiten will, ebenso wenig will es mir einleuchten, daß gerade hierin die besagte Veränderlichkeit in der Periodendauer zu suchen sei, die, wie in einigen Fällen mit großer Evidenz gezeigt worden ist, selbst periodischer Natur ist. Es ist uns wenigstens gegenwärtig keine Ursache bekannt, die eine derartige intermittierende Erscheinung hervorrufen würde. Wir brauchen aber auch die Annahme einer solchen noch problematischen Ursache nicht, um in der Erklärung der jetzt in Frage stehenden Erscheinungen wenigstens ein gutes Stück weiter zu kommen, als es bisher gelungen zu sein scheint. Es ist dazu nur nötig, die Zöllnerschen Ansichten in gewisser Weise zu verallgemeinern oder richtiger sie von gewissen, im Grunde ganz unmotivierten Beschränkungen zu befreien.

„Beim Lesen der Zöllnerschen Darstellung wird man nämlich bald inne, daß der Verfasser nur den ganz besondern Fall der Rotation ins Auge faßt, wo die Umdrehungsachse stets mit einer Hauptachse der Trägheit zusammenfällt. Zu einer solchen Beschränkung liegen indessen im allgemeinen keine genügenden Motive vor; denn daß ein solcher Fall in der Tat bei der Rotation der Erde stattfindet und wir den allgemeineren mittelst direkter Beobachtungen noch nicht wahrgenommen haben, beweist keineswegs, daß wir überhaupt bei den Himmelskörpern das Zusammenfallen der Rotationsachse mit der kleinsten Trägheitsachse zu erwarten haben. Im Gegenteil; die Körper, bei denen wir die Rotationsphasen direkt haben wahrnehmen können, sind mit Ausnahme der Sonne klein und haben meistens eine bedeutende Rotationsgeschwindigkeit. Die Sterne bilden aber sehr viel größere Massen als unsere Planeten und rotieren, wie es scheint, im allgemeinen langsamer. Bei solchen Körpern müssen aber die Unterschiede der Trägheitsmomente, insofern diese Unterschiede durch die Umdrehung selbst hervorgerufen werden, ähnlich wie bei unserer Sonne sehr klein sein, können jedoch, wenn andere Ursachen auf die Massenverteilung einwirken, nicht unbeträchtliche Werte annehmen, und zwar in solcher Weise, daß die Hauptachse sich beliebig

von der augenblicklichen Umdrehungsachse entfernt. Wäre nun ein Teil des rotierenden Körpers flüssig, so würden die besagten Achsen allerdings im Laufe der Zeiten aneinander rücken und schließlich zusammenfallen; ist aber der flüssige Teil nicht sehr beträchtlich, so kann jene Annäherung sehr lange Zeiträume hindurch dauern, während welcher die Erscheinung der Rotation eine ganz andere ist, als wenn das Zusammenfallen der Achsen bereits stattgefunden hätte.

„Wenn aber die Rotation nicht um eine der Hauptträgheitsachsen vor sich geht, so lassen sich die Erscheinungen des Lichtwechsels nicht mit allgemeinen Worten anschaulich machen, sondern man wird gezwungen, die Beschreibung derselben in ein analytisches Gewand zu kleiden. Andererseits eröffnet sich aber nun die Aussicht, eine mathematische Theorie des Lichtwechsels der Veränderlichen Sterne aufstellen zu können, wodurch eine exakte Vergleichung der durch Beobachtungen erkannten Tatsachen mit den Konsequenzen der zu Grunde gelegten Hypothese ermöglicht wird."

a) Die mathematische Aufgabe stellt sich Gyldén in dieser Weise:

Die Lichtkurve eines Veränderlichen Sternes sei durch die Gleichung gegeben:

$$(1) \qquad I = \Sigma (H_n \cos nt + H_n' \sin nt),$$

wo die H_n und H_n' periodische Funktionen der Zeit sind und die Gestalt haben:

$$(2) \quad H_n = \Sigma (C_{nm} \cos m\varkappa t + S_{nm} \sin m\varkappa t), \quad H_n' = \Sigma (C_{nm}' \cos m\varkappa t + S_{nm}' \sin m\varkappa t)$$

(Summenzeiger m und $\varkappa$ irrational und < 1).

Unter welchen Bedingungen erklärt sich nun dieser Lichtwechsel durch die Umdrehung eines starren kugelförmigen Körpers mit ungleichen Trägheitsmomenten, in welchem zwar die Konfiguration der ungleich leuchtenden Teile der Oberfläche konstant bleibt, die Achse aber nicht mit einer der Hauptträgheitsachsen zusammenfällt?

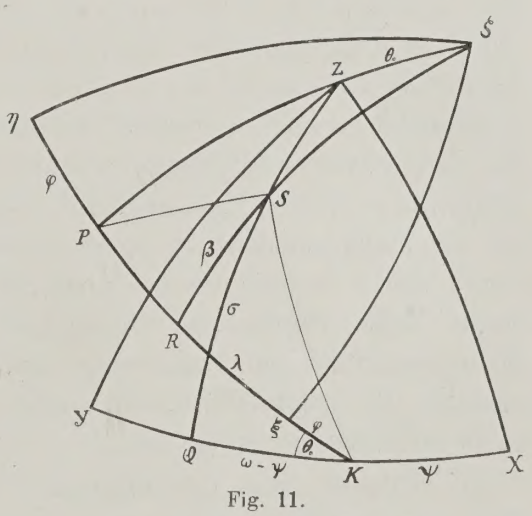

Fig. 11.

Wird als Emissionsgesetz das Cosinusgesetz angenommen und die Horizontalrefraktion vernachlässigt, so ist die Lichtintensität, die zur Zeit t zu uns gelangt, bestimmt:

1. durch die Helligkeitsfunktion $h(b,l)$, wo b und l die astrographische Breite und Länge bedeuten, bezogen auf ein Koordinatensystem, dessen Achsen $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ mit den Hauptachsen des Körpers zusammenfallen. Dieses System ist in Fig. 11 erläutert;

2. durch die Verhältnisse der Trägheitsmomente und die Größe und Lage des Rotationsvektors zur Zeit $t = 0$, in Bezug auf die Hauptachsen;

3. durch die Richtung der Gesichtslinie in Bezug auf die Hauptachsen zur Zeit $t = 0$.

Als unbewegliches Koordinatensystem wählen wir ein System $(O - XYZ)$, dessen OZ-Achse auf der unveränderlichen Ebene senkrecht steht. Die Knotenlinie der Ebenen XOY und $\xi O\eta$ sei OK, und die drei bestimmenden Winkel seien bezeichnet mit $ZO\zeta = \theta$, $XOK = \psi$, $\xi OK = \varphi$. Die Helligkeitsfunktion wird nach S. 84 durch die Gleichung ausgedrückt:

$$h(b, l) = \Sigma\Sigma (A_{nm} \cos nl + B_{nm} \sin nl) P_m^n (\sin b), \tag{3}$$

wobei die Summen wie früher von $m = 0$ bis $m = \infty$ und von $n = 0$ bis $n = m$ gehen.

Ist S der Mittelpunkt der sichtbaren Halbkugel mit den Koordinaten λ, β in Bezug auf $(O\xi\eta\zeta)$, so findet man (wie oben S. 84):

$$I = 2\pi\Sigma\Sigma (A_{nm} \cos n\lambda + B_{nm} \sin n\lambda) P_m^n (\sin\beta) K(m). \tag{4}$$

Die Koordinaten des Punktes S in Bezug auf XOY seien:

$$x_s = \cos\sigma\cos\omega, \qquad y_s = \cos\sigma\sin\omega, \qquad z_s = \sin\sigma,$$

wo σ und ω konstante Größen sind. Wenn a, b, c, a', b', $c' \cdots$ die Richtungscosinusse des Systems (XYZ) in Bezug auf $(\xi\eta\zeta)$ sind, so hat man bekanntlich die Beziehungen:

$$\begin{aligned} \xi_s &= \cos\beta\cos\lambda = a x_s + a' y_s + a'' z_s, \\ \eta_s &= \cos\beta\sin\lambda = b x_s + b' y_s + b'' z_s, \\ \zeta_s &= \sin\beta \qquad\quad = c x_s + c' y_s + c'' z_s. \end{aligned} \tag{5}$$

Der Ausdruck für I läßt sich als ganze Funktion von $\cos\beta\cos\lambda$, $\cos\beta\sin\lambda$ und $\sin\beta$ und dann, mit Hilfe von (5), als Funktion der Richtungscosinusse a, b, $c \ldots$ darstellen, und zwar als periodische Funktion zweier der Zeit proportionalen Argumente u und v. Somit ist theoretisch ganz allgemein die Aufgabe gelöst: die Lichtintensität als Funktion der Zeit auszudrücken, wenn die in (1), (2), (3) aufgestellten Größen bekannt sind. Noch erübrigt, diesen theoretischen Ausdruck für die Lichtintensität in einer Reihe nach Sinus und Cosinus der Vielfachen von u und v zu entwickeln. Zwischen den Koeffizienten der verschiedenen Glieder dieser Reihe werden im allgemeinen bestimmte Beziehungen bestehen, die als Bedingungsgleichungen anzusehen sind, denen die Koeffizienten C und S der Gleichungen (2) genügen müssen, damit der Lichtwechsel mit den Voraussetzungen nicht in Widerspruch gerate.

b) Offenbar führt die allgemeine Behandlung der Aufgabe zu einer solchen Fülle von Entwicklungen und unübersichtlichen Formeln, daß sie in Wirklichkeit unausführbar ist. Gyldén hat denn auch das Problem hauptsächlich auf zwei leichtere Aufgaben beschränkt. In beiden wurde eine Helligkeitsfunktion von so einfacher Natur angenommen, daß sie als lineare Funktion der Koordinaten dargestellt werden kann, wie folgt:

$$h(b,l) = A_{00} + A_{01}\sin b + (A_{11}\cos l + B_{11}\sin l)\cos b, \tag{6}$$

$$I = a_{00} + a_{01}\sin\beta + (a_{11}\cos\lambda + b_{11}\sin\lambda)\cos\beta \tag{7}$$

$$(a_{00} = \pi A_{00},\quad a_{01} = \pi A_{01},\quad a_{11} = \tfrac{2}{3}\pi A_{11},\quad b_{11} = \tfrac{2}{3}\pi B_{11}).$$

Bei der ersteren Aufgabe wird weiter angenommen, daß zwei der Trägheitsmomente einander gleich sind, daß folglich die Rotationsachse mit der dritten Trägheitsachse einen konstanten Winkel θ_0 bildet.

Im zweiten Fall wird vorausgesetzt, daß die Trägheitsmomente $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ sehr wenig voneinander verschieden sind.

Wir müssen uns hier auf eine kurze Behandlung des ersten Falles beschränken, der sich noch ziemlich übersichtlich darstellen läßt. Es sei also gegeben:

$$I = a_{00} + a_{01}\sin\beta + (a_{11}\cos\lambda + b_{11}\sin\lambda)\cos\beta, \tag{7}$$
$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B},\quad \theta = \theta_0 = \text{konst.}$$

Aus Fig. 11 (S. 91) ersieht man leicht, daß

$$\cos SK = \cos\beta\cos(\lambda+\varphi) = \cos\sigma\cos(\omega-\psi),$$
$$\cos SP = \cos\beta\sin(\lambda+\varphi) = \sin\theta_0\sin\sigma + \cos\theta_0\cos\sigma\sin(\omega-\psi),$$
$$\cos S\zeta = \sin\beta = \cos\theta_0\sin\sigma - \sin\theta_0\cos\sigma\sin(\omega-\psi),$$

und hieraus ergibt sich:

$$\cos\beta\cos\lambda = \sin\theta_0\sin\sigma\sin\varphi + \cos\theta_0\cos\sigma\sin(\omega-\psi)\sin\varphi + \cos\sigma\cos(\omega-\psi)\cos\varphi,$$
$$\cos\beta\sin\lambda = \sin\theta_0\sin\sigma\cos\varphi + \cos\theta_0\cos\sigma\sin(\omega-\psi)\cos\varphi - \cos\sigma\cos(\omega-\psi)\sin\varphi, \tag{8}$$
$$\sin\beta = \cos\theta_0\sin\sigma - \sin\theta_0\cos\sigma\sin(\omega-\psi).$$

Die beiden Derivierten $d\varphi/dt$ und $d(\omega-\psi)/dt$ sind hier konstant. Wir wählen die Zeiteinheit so, daß $d(\omega-\psi)/dt = 1$, und setzen $d\varphi/dt = \varkappa$; weiter kann man, ohne der Allgemeinheit zu schaden, die Lage der festen Achsen OX und OY und die der beweglichen Hauptträgheitsachsen $O\xi$ und $O\eta$ so annehmen, daß zur Zeit $t = 0$ auch $\varphi = 0$ und $\omega - \psi = 0$ wird, mithin $\varphi = \varkappa t$ und $\omega - \psi = t$. Werden die Ausdrücke (8) in (7) eingesetzt, so folgt:

$$I = H_0 + H_1\cos t + H_1'\sin t, \tag{9}$$

worin die H wieder periodische Funktionen von t bedeuten:

$$H_0 = c_{00} + c_{01}\cos\varkappa t + s_{01}\sin\varkappa t,$$
$$H_1 = c_{10} + c_{11}\cos\varkappa t + s_{11}\sin\varkappa t, \tag{10}$$
$$H_1' = c_{10}' + c_{11}'\cos\varkappa t + s_{11}'\sin\varkappa t,$$

während die Konstanten c und s Funktionen von a_{00}, a_{01}, a_{11}, b_{11}, θ_0, σ sind:

$$\begin{array}{lll} c_{00} = a_{00} + a_{10}\cos\theta_0\sin\sigma & c_{10} = 0 & c_{10}' = -a_{10}\sin\theta_0\cos\sigma \\ c_{01} = b_{11}\sin\theta_0\sin\sigma & c_{11} = a_{11}\cos\sigma & c_{11}' = b_{11}\cos\theta_0\cos\sigma \\ s_{01} = a_{11}\sin\theta_0\sin\sigma & s_{11} = -b_{11}\cos\sigma & s_{11}' = a_{11}\cos\theta_0\cos\sigma \end{array} \tag{11}$$

Hieraus folgen die Beziehungen (außer $c_{10} = 0$):

$$(12) \qquad c_{11}c_{11}' + s_{11}s_{11}' = 0, \qquad c_{01}s_{11} + c_{11}s_{01} = 0.$$

Wenn also umgekehrt eine Lichtschwankung von der Gestalt (9) gegeben ist, so untersuche man erst, ob die Koeffizienten mit den gestellten Bedingungen vereinbar sind. Der ersten Bedingung ($c_{10} = 0$) kann immer durch geeignete Wahl des Nullpunktes der Zeit genügt werden. Sind auch die andern erfüllt, so läßt sich die Lichtschwankung durch diese Theorie erklären. Die sechs Konstanten, welche die Lichtverteilung an der Oberfläche und die Lage des Körpers bestimmen, ergeben sich aus den Gleichungen (11).

c) Die Zeiten der Maxima und Minima treffen ein, wenn $dI/dt = 0$ ist, wenn also

$$(13) \quad \begin{aligned} 0 &= \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{H}_1 \cos t + \mathfrak{H}_1' \sin t, \\ \mathfrak{H}_0 &= \varkappa s_{01} \cos \varkappa t - \varkappa c_{01} \sin \varkappa t, \\ \mathfrak{H}_1 &= c_{10}' + (c_{11}' + \varkappa s_{11}) \cos \varkappa t + (s_{11}' - \varkappa c_{11}) \sin \varkappa t, \\ \mathfrak{H}_1' &= -c_{10} - (c_{11} - \varkappa s_{11}') \cos \varkappa t - (s_{11} + \varkappa c_{11}') \sin \varkappa t. \end{aligned}$$

Gyldén macht die weitere Vereinfachung: es soll $\sin \theta_0$ so klein sein, daß man im Vergleich dazu die zweiten und höheren Potenzen vernachlässigen, also $\cos \theta_0 = 1$ setzen kann. Aus den Gleichungen (11) folgt bei dieser Voraussetzung:

$$c_{11} = s_{11}' = a_{11} \cos \sigma, \qquad c_{11}' = -s_{11} = b_{11} \cos \sigma.$$

Setzt man diese und die übrigen Ausdrücke für die Koeffizienten in die Gleichung (13) ein, so nimmt sie die Gestalt an:

$$(14) \quad \begin{aligned} 0 = &- a_{10} \sin \theta_0 \cos \sigma \cos t + \varkappa \sin \theta_0 \sin \sigma (a_{11} \cos \varkappa t - b_{11} \sin \varkappa t) - \\ &- (1 - \varkappa) \cos \sigma \{a_{11} \sin (1 - \varkappa) t - b_1 \cos (1 - \varkappa) t\}. \end{aligned}$$

Wählt man $a_{11} = \beta \cos B$, $b_{11} = \beta \sin B$, so erscheint die Gleichung in der Form:

$$(15) \quad \begin{aligned} 0 = &- a_{10} \sin \theta_0 \cos \sigma \cos t + \varkappa \beta \sin \theta_0 \sin \sigma \cos (\varkappa t + B) - \\ &- (1 - \varkappa) \beta \cos \sigma \sin \{(1 - \varkappa) t - B\}. \end{aligned}$$

Da die beiden ersten Glieder den Faktor $\sin \theta_0$ enthalten, so ist auch $\sin\{(1-\varkappa)t - B\}$ von der Größenordnung von $\sin \theta_0$. Wir können deshalb schreiben:

$$(16) \quad \begin{aligned} &\text{entweder:} \quad \sin\{(1-\varkappa)t_1 - B\} \pm 2\pi n = (1-\varkappa)t_1 - B, \\ &\text{oder:} \quad \pi - \sin\{(1-\varkappa)t_2 - B\} \pm 2\pi n = (1-\varkappa)t_2 - B, \end{aligned}$$

und im zweiten Glied $\varkappa t + B$ beziehungsweise durch t_1 oder durch $t_2 - \pi$ ersetzen. Werden diese Substitutionen ausgeführt, so ergibt sich:

$$(17) \quad \begin{aligned} &\text{entweder:} \quad t_1(1-\varkappa) = B \pm 2\pi n + \frac{1}{1-\varkappa}\left(\varkappa \operatorname{tg} \sigma - \frac{a_{10}}{\beta}\right) \sin \theta_0 \cos t_1, \\ &\text{oder:} \quad t_2(1-\varkappa) = B \pm (2n+1)\pi - \frac{1}{1-\varkappa}\left(\varkappa \operatorname{tg} \sigma + \frac{a_{10}}{\beta}\right) \sin \theta_0 \cos t_2. \end{aligned}$$

Nehmen wir noch

$$(18) \qquad 1-\varkappa=\frac{2\pi}{P}, \qquad B=\frac{2\pi}{P}t_0, \qquad B+\pi=\frac{2\pi}{P}t_0',$$

so folgt:

$$(19) \qquad \begin{aligned} t_1 &= t_0 + nP + \frac{1}{(1-\varkappa)^2}\left(\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma - \frac{a_{10}}{\beta}\right)\sin\theta_0\cos t_1, \\ t_2 &= t_0' + nP - \frac{1}{(1-\varkappa)^2}\left(\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma + \frac{a_{10}}{\beta}\right)\sin\theta_0\cos t_2. \end{aligned}$$

In den letzten Gliedern kann man noch t_1 durch $t_0 + nP = t_0 + n\varkappa P + 2\pi n$ und t_2 durch $t_0' + n\varkappa P + 2\pi n$ ersetzen; dann wird:

$$(20) \qquad \begin{aligned} t_1 &= t_0 + nP + \frac{1}{(1-\varkappa)^2}\left(\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma - \frac{a_{10}}{\beta}\right)\sin\theta_0\cos(t_0 + n\varkappa P), \\ t_2 &= t_0' + nP - \frac{1}{(1-\varkappa)^2}\left(\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma + \frac{a_{10}}{\beta}\right)\sin\theta_0\cos(t_0' + n\varkappa P). \end{aligned}$$

Da vorausgesetzt wurde, daß die Hauptperiode der Bewegung 2π sei, so hat man, um die Aufgabe zu verallgemeinern, t durch νt zu ersetzen und zu schreiben:

$$(21) \qquad \nu(1-\varkappa)=\frac{2\pi}{P}, \qquad B=\frac{2\pi}{P}t_0, \qquad B+\pi=\frac{2\pi}{P}t_0'.$$

Nun erhalten wir für die Zeiten der größten und kleinsten Helligkeit die Werte[1]:

$$(22) \qquad \begin{aligned} t_1 &= t_0 + nP + \frac{P}{2\pi(1-\varkappa)}\left(\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma - \frac{a_{10}}{\beta}\right)\sin\theta_0\cos(\nu t_0 + n\varkappa P), \\ t_2 &= t_0' + nP - \frac{P}{2\pi(1-\varkappa)}\left(\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma + \frac{a_{10}}{\beta}\right)\sin\theta_0\cos(\nu t_0' + n\varkappa P), \end{aligned}$$

„und finden, indem wir beachten, daß die vollständigen Formeln höhere Glieder enthalten, diejenige Form wieder, durch welche Argelander die in Frage stehenden Erscheinungen darzustellen pflegte“ (S. 371).

d) Die soeben entwickelten Formeln belehren uns, nach Gyldéns eigenem Ausdruck, daß die beobachteten Zeiten der Maxima und Minima allein nicht genügen, weder um die Elemente zu bestimmen noch um eine Bedingungsgleichung aufzustellen, mithin auch nicht um über die Realität der der Theorie zugrunde liegenden Annahme zu entscheiden. „Etwas weiter kommt man“, sagt Gyldén, „wenn man neben den Zeiten der Maxima und Minima auch die zu denselben Zeiten stattfindenden Helligkeiten untersucht.“

Wird näherungsweise $\cos\theta_0 = 1$ gesetzt, so vereinfacht sich der Ausdruck für die Helligkeit wie folgt:

$$(23) \qquad \begin{aligned} I = a_{00} + a_{10}\sin\sigma + \beta\cos\sigma\cos\{t(1-\varkappa) - B\} + \\ + \sin\theta_0\{\beta\sin\sigma\sin(\varkappa t + B) - a_{10}\cos\sigma\sin t\}. \end{aligned}$$

[1] Bei Gyldén (S. 371) fehlt der Faktor $\frac{P}{2\pi(1-\varkappa)}$.

Hierin sind nun die Zeiten t_1 und t_2 einzusetzen, wobei die Größen, die in θ_0 von der zweiten Ordnung sind, außer acht gelassen werden. Auf diese Weise ergibt sich:

$$\cos\{t_1(1-\varkappa)-B\}=+1 \quad \text{und} \quad \cos\{t_2(1-\varkappa)-B\}=-1.$$

Ferner kann man im letzten Gliede $\sin(\varkappa t_1+B)$ ersetzen durch $\sin t_1$ oder $\sin(t_0+n\varkappa P)$, und $\sin(\varkappa t_2+B)$ durch $-\sin t_2$ oder $-\sin(t_0'+n\varkappa P)$.

Nach diesen Vereinfachungen wird der Ausdruck für die Helligkeiten der Maxima und Minima[1]:

$$\begin{aligned} I_1 &= a_{00}+a_{10}\sin\sigma+\beta\cos\sigma+\sin\theta_0(\beta\sin\sigma-a_{10}\cos\sigma)\sin(t_0+n\varkappa P),\\ I_2 &= a_{00}+a_{10}\sin\sigma-\beta\cos\sigma-\sin\theta_0(\beta\sin\sigma+a_{10}\cos\sigma)\sin(t_0'+n\varkappa P). \end{aligned} \tag{24}$$

Wenn die Gleichungen für Zeit und Helligkeit der Maxima und Minima aus den Beobachtungen bekannt sind, so kann man eine Bedingungsgleichung zwischen den empirischen Koeffizienten ableiten. Angenommen, die Beobachtungen liefern die Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} t_1 &= t_0 + nP + p_1\cos(t_0+n\varkappa P),\\ t_2 &= t_0'+ nP + p_2\cos(t_0'+n\varkappa P),\\ I_1 &= \quad c_1 \quad + d_1\sin(t_0+n\varkappa P),\\ I_2 &= \quad c_2 \quad + d_2\sin(t_0'+n\varkappa P), \end{aligned} \tag{25}$$

dann findet man durch Gleichsetzung dieser Koeffizienten mit den theoretischen, die in (22) und (24) aufgestellt sind:

$$a_{00}+a_{10}\sin\sigma=\frac{c_1+c_2}{2}; \qquad \beta\cos\sigma=\frac{c_1-c_2}{2}; \qquad \beta\sin\theta_0\sin\sigma=\frac{d_1-d_2}{2};$$

$$a_{10}\sin\theta_0\cos\sigma=-\frac{d_1+d_2}{2};$$

$$\varkappa\,\mathrm{tg}\,\sigma\sin\theta_0=+\frac{\pi}{P}(1-\varkappa)(p_1-p_2); \qquad \frac{a_{10}}{\beta}\sin\theta_0=-\frac{\pi}{P}(1-\varkappa)(p_1+p_2).$$

Man hat also 6 Gleichungen zwischen den 5 unbekannten Größen a_{00}, a_{10}, β, σ, θ_0, woraus sich die Bedingung ergibt:

$$\frac{d_1-d_2}{c_1-c_2}=\frac{\pi}{P}\cdot\frac{1-\varkappa}{\varkappa}(p_1-p_2). \tag{26}$$

Mit Recht bemerkt Gyldén über diese Bedingung: „Man wird indessen wohl nie Gelegenheit haben, sich derselben zu bedienen, weil die ersten Glieder der Entwicklungen nicht einmal annäherungsweise der Erscheinung, welche sie wiedergeben sollen, entsprechen, sofern der Winkel θ_0 nicht ganz klein ist. Eine größere Komplikation der Formeln verursacht überdies der Umstand, daß wohl immer mehr Vielfache im Ausdrucke von I vorkommen, als bei dieser, nur ganz beiläufigen Untersuchung angenommen wurde."

[1] Der Ausdruck Gyldens ist durch Rechenfehler entstellt; infolgedessen ist auch die von ihm gefundene Bedingungsgleichung nicht richtig.

Dies möge genügen, um von Gyldéns Methode wenigstens einen Begriff zu geben. — Sobald man von den einfachsten Voraussetzungen abweicht, werden die Formeln ungemein verwickelt. Wird die zweite der beiden behandelten Aufgaben (oben S. 84) nur auf das Wesentlichste beschränkt, so sind zur Darstellung des Lichtwechsels noch immer 21 Glieder erforderlich.

e) So verdienstvoll die Gyldénsche Arbeit vom mathematischen Standpunkt aus sein mag, einen bedeutenden Fortschritt zur Erklärung des Lichtwechsels bedeutet sie wohl nicht. Daß der Stern einen so geringen Teil flüssiger Masse enthalte und folglich als starrer Körper behandelt werden könne, ist nach den Forschungsergebnissen der Astrophysik höchst unwahrscheinlich. Auch setzt die Theorie für ihre praktische Anwendung voraus, daß die sekundären periodischen Schwankungen der Lichtkurve mit einer Schärfe bestimmt seien, die wohl kaum je erreicht wird. Seitdem ferner die spektroskopischen Untersuchungen mit ziemlicher Sicherheit dargetan haben, daß die Sterne des *Algol-* und β *Lyrae*-Typus (und vielleicht auch des δ *Cephei*-Typus) Doppelsysteme sind, würde sich die praktische Anwendung der Theorie auf die langperiodischen Sterne beschränken müssen. Hier sind aber die Lichtschwankungen im allgemeinen so unregelmäßiger Natur, daß die empirischen Formeln fast nur für die Vergangenheit Wert besitzen. Darum gilt auch von den Langperiodischen durchaus, was Gyldén von den Neuen Sternen sagt: „Es ist gegenwärtig nicht abzusehen, ob wir einst die Mittel besitzen werden, um hier die Erscheinungen der rein physikalischen Vorgänge von den durch die Drehung verursachten scheinbaren Helligkeitsänderungen zu trennen."

Außerdem muß die Hypothese, wie Müller in seiner *Photometrie* S. 484 hervorhebt, „mit der Tatsache des enormen Intensitätsunterschiedes zwischen Maximum und Minimum, sowie ferner mit der großen Dauer der Periode rechnen; sie muß also eine sehr weit vorgeschrittene, eigentümlich verteilte Schlackenbildung und eine langsame (im Vergleich zur Sonnenrotation sogar sehr langsame) Umdrehungszeit voraussetzen".

C. Experimentelle Theorie.

7. In engem Zusammenhang mit den vorhergehenden Theorien, den beschreibenden sowohl wie den mathematischen, steht die Abhandlung Guthnicks über Künstliche Lichtkurven (*AN* 4993 [1918]). Guthnick neigt der Ansicht zu, daß die δ *Cephei*-Gruppe und ihre Verwandten (ζ *Geminorum*, *RR Lyrae* usw.) mit der Gruppe der *Mira*-Sterne eine höhere Einheit bilden, während Sterne vom Typus *R Sagittae* als Übergang zwischen diesen beiden großen Klassen zu betrachten seien.

a) Guthnick stellte sich die Frage, ob es möglich sei, für jede vorkommende Lichtkurve eine physikalisch wahrscheinliche Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche der Veränderlichen zu finden, aus der die Lichtkurve hervorgehen könne.

Besonders anziehend erschienen ihm in dieser Hinsicht die Antalgol-Sterne mit ihrem schroffen Lichtanstieg, und Sterne wie φ *Persei*, dessen Lichtkurve sieben Wellen aufweist.

Zur Lösung der Frage bediente sich Guthnick seiner lichtelektrischen Methode. Das Modell des Veränderlichen bestand aus einer grauschwarzen, matt geschliffenen Ebenholzkugel von 34 mm Durchmesser auf drehbarer Achse. Zur Erzeugung des gesuchten Lichtwechsels wurden die Flecken mit weißer Kreide aufgezeichnet. Die Beleuchtung erfolgte mittels einer 25-kerzigen Metallfadenlampe und einer großen Linse. Der Querschnitt des Beleuchtungskegels zeigte einen deutlichen Helligkeitsabfall nach dem Rande zu, entsprechend dem Vorhandensein einer absorbierenden Atmosphäre auf dem Stern. Bei der Beleuchtung wurde die Kugel von dem Lichtkegel gerade noch eingehüllt, so daß nur ein ganz schmaler Lichtsaum rundherum vorbeiging. Wurde die Kugel weiter aus dem Fokus der Linse gerückt, so war die Beleuchtung nahezu gleichmäßig.

Dem weißen Fleck wurde zur Erzielung unsymmetrischer *Mira*- und δ *Cephei*-Kurven eine birn- oder flaschenförmige Figur gegeben, deren Achse ungefähr im Umdrehungsäquator lag. Die Beobachtung der Kugel wurde nahe der Äquatorebene angestellt.

b) Die Messungsergebnisse seien hier der Reihe nach aufgezählt. Durch geeignete Änderung des Fleckes und des Helligkeitsabfalles nach dem Rande erhielt Guthnick verschiedene Kurvengruppen.

1. Der Fleck hatte eine langgestreckte Flaschenform; Helligkeitsabfall mäßig; *Mira*-Kurve mit sehr flachem Maximum und spitzem Minimum.

2. Flecken etwas verändert; Beleuchtung wiederum zum Rande abnehmend; andere Formen von *Mira*-Kurven.

3. Fleck nach vorn sich verjüngend, nach hinten weniger langgestreckt als in den vorhergehenden Fällen. Eine Kurve, mit randwärts abfallender Beleuchtung erhalten, erinnert an das „lange“ Maximum von *U Geminorum*; eine andere, mit gleichmäßiger Beleuchtung, stellt eine symmetrische Form des *Mira*-Typus oder auch (bei kleinerer Amplitude) des ζ *Geminorum*-Typus dar.

4. Drei Kurven: die erste, bei gleichmäßiger Beleuchtung, ist, abgesehen von der größeren Amplitude, eine typische, fast glatte δ *Cephei*-Kurve; die zweite und die dritte, bei mäßigem und bei stärkerem Helligkeitsabfall zum Rande erhalten, zeigen eine sekundäre Welle, die, wie Guthnick sich ausdrückt, „von einer Verlangsamung der Verjüngung des Flecks“ herrührt. Der Anstieg zum Maximum beansprucht bei der dritten Kurve $\frac{1}{4}$ der Lichtperiode.

5. Typische Antalgol-Kurven entstanden meistens durch stark abfallende Beleuchtung der Kugel. Zwei davon zeigen große Ähnlichkeit mit der Lichtkurve des Antalgol-Sternes *ST Virginis*. Der Anstieg vom Minimum zum Maximum beträgt bei diesem Stern etwas weniger als $\frac{1}{7}$, bei den Kurven rund $\frac{1}{6}$ der Periode.

6. Kugel ganz weiß, mit nur einem kreisförmigen, symmetrisch zum Äquator liegenden dunklen Fleck von 40^0 Durchmesser; Beleuchtung zum Rande stark

abfallend. Die Dauer der merklichen Helligkeitsänderung ist kleiner als $\frac{1}{3}$ der Umdrehungszeit. Eine Kurve hat die Gestalt, wie sie wahrscheinlich bei dem Veränderlichen η *Geminorum* auftritt. Die Kurven zeigen, um Guthnicks eigene Worte anzuführen, „daß der bedeckungsartige Verlauf eines Lichtwechsels allein kein hinreichender Beweis für den Bedeckungscharakter ist, besonders dann nicht, wenn die Dauer der Helligkeitsänderungen im Vergleich zur Periode sehr groß ist".

7. Die Kugel hat acht helle und acht dunkle, längs des Äquators abwechselnd angeordnete Flecke. Beleuchtung stark abfallend nach dem Rande. Die so erhaltene Kurve zeigt acht Hauptwellen. Bei den Veränderlichen o und φ *Persei* kommen bis zu sieben Hauptwellen auf den Umlauf; eine im Frühjahr 1914 angestellte Beobachtung von α *Geminorum* ergab drei Lichtwellen.

c) Guthnick schließt aus diesen Ergebnissen, daß alle Lichtkurven der betrachteten Gruppe durch Umdrehung von Kugeln mit physikalisch annehmbarer, ungleichmäßiger Helligkeitsverteilung und mehr oder weniger stark absorbierenden Atmosphären im wesentlichen erklärt werden können. Doch muß in den meisten Fällen noch ferner vorausgesetzt werden, daß diese Helligkeitsverteilung mit der Zeit veränderlich ist.

8. Bottlinger hat gegen diese experimentelle Umdrehungshypothese theoretische Schwierigkeiten erhoben. In einem Aufsatz über das δ *Cephei*-Problem (*AN* 5019 [1919]) untersuchte er, welcher Grad von Randverdunkelung erforderlich ist, um die Lichtkurven der δ *Cephei-* und *RR Lyrae*-Sterne darzustellen. Abweichend von Guthnick, der zur Herstellung seiner δ *Cephei*-Kurven ebenfalls mit Randverdunkelung gearbeitet hatte, ohne aber ihren numerischen Betrag zu messen, vereinfachte Bottlinger das Problem durch die Erwägung, daß bei der hohen Randverdunkelung, die man hier annehmen muß, nur ein kleiner Kreis um den Scheibenmittelpunkt einen nennenswerten Beitrag zur Gesamthelligkeit liefert. Man kann sonach am Äquator eine schmale Zone herausschneiden und diese als Zylinder betrachten, so daß die Helligkeit nicht von der Breite, sondern von der Länge allein abhängt.

a) Wir stellen die Aufgabe in Bottlingers eigenen Worten und behalten seine Bezeichnungen unverändert bei. Ist $H = H(\varphi)$ die Helligkeitsverteilung längs des Äquators und $\psi = 0$ die Visionsrichtung, $O(\psi)$ die Randverdunkelungsfunktion, so daß für $\psi = 0$ $O = 1$ ist und für $\psi \neq 0$ $O < 1$, dann wird die Gesamthelligkeit:

$$I = \int H(\varphi)\, O(\psi) \cos\psi \, d\psi \quad \text{(Grenzen: } -\tfrac{1}{2}\pi \text{ bis } +\tfrac{1}{2}\pi\text{)},$$

wo $\varphi = \psi + \varepsilon$ zu setzen ist (ε = Phasenwinkel $\varepsilon_0 + nt$). Setzen wir mit Bottlinger $O = \cos^n\psi$, so wird

$$I = \int H(\varphi) \cos^{n+1}\psi \, d\psi \qquad \text{(Grenzen: } -\tfrac{1}{2}\pi \text{ bis } +\tfrac{1}{2}\pi\text{)}.$$

Der Wert $n = 0$ bedeutet, daß gar keine Randverdunkelung vorhanden ist; $n = 1$ stellt näherungsweise das Verhalten der Sonne dar, und $n \geq 2$ bezieht sich auf unbekannte Vorkommnisse.

b) Bottlinger wählte H so asymmetrisch wie möglich, indem er annahm, daß es von $\varphi = 0$ bis $\varphi = 2\pi$ linear ansteige und an dieser Stelle plötzlich auf den Anfangswert falle. Den Körper ließ er rückwärts rotieren, so daß die I-Kurve einen rascheren Anstieg und langsameren Abfall zeigen mußte.

Bedeutet M die Zeit des Maximums, m die des Minimums, P die Lichtperiode, $\alpha = (M - m)/P$ die Asymmetrie, und bezeichnet man ferner die Oberflächenhelligkeit in 30° Abstand ($= 0.5\,r$) mit O_{30}, die in 60° Abstand ($= 0.87\,r$) mit O_{60} und die Amplitude mit A für den Fall, daß die Helligkeit H bei $\varphi = 0$ auf 0 sinkt, so erhält man für verschiedene Werte von n nach Bottlinger (S. 35) die Tabelle:

n	O_{30}	O_{60}	α	A
0	1.00	1.00	0.36	$1^m.3$
1	0.87	0.50	0.34	1 .5
2	0.75	0.25	0.30	1 .7
3	0.65	0.12	0.28	1 .8
5	0.49	0.03	0.24	2 .0
7	0.37	0.01	0.22	2 .1
9	0.27	0.00	0.21	2 .2

Erst bei $n = 9$ erreicht die Asymmetrie der Lichtkurve den Wert $\frac{1}{5}$, der für die eigentlichen δ *Cephei*-Sterne genügt. Indessen ist die dazu erforderliche Randverdunkelung (bei $r = \frac{1}{2}$ ist die Helligkeit bereits auf etwas mehr als $\frac{1}{4}$ gesunken) höchst unwahrscheinlich und physikalisch kaum vorstellbar. Außerdem gibt es Antalgol-Sterne, bei denen α mindestens $\frac{1}{6}$ beträgt. Die Umdrehungstheorie muß also wenigstens für diese beiden Klassen von Veränderlichen ausscheiden.

Sechstes Kapitel.

Periodische Fleckenbildungen.

In den vorhergehenden Untersuchungen traten bei Erklärung des Lichtwechsels Umdrehungen der Sterne in den Vordergrund, während die Flecke als mehr oder weniger konstante Schlackengebilde angesehen wurden. Wesentlich verschieden hiervon ist die Annahme periodischer Fleckenbildungen. Zwar hat Zöllner in seinen „Photometrischen Untersuchungen“ die periodische Fleckenbildung in den Entwicklungsgang der Sterne aufgenommen; er betrachtet sie aber nur als Übergang von der zweiten zur dritten seiner Entwicklungsperioden, die sich auszeichnet durch das Erscheinen „kleiner, relativ dunkler Stellen, welche, an kälteren Stellen entstanden, infolge ihrer relativen Kleinheit einerseits und der gewaltigen Bewegungen auf der feurig-flüssigen Oberfläche anderseits, an wärmeren Stellen sich wieder in der allgemeinen Glutmasse auflösen“. In diesem Übergangsstadium findet noch keine für unsere photometrischen Hilfsmittel merkbare Lichtschwankung

statt; sie tritt nach Zöllner erst ein, wenn die Schlackenbildung bereits sehr vorgeschritten ist, und das auch nur dann, wenn die Umdrehungsachse nahezu senkrecht zur Sehrichtung steht.

In der neuen Hypothese spielen, wie gesagt, periodische Fleckenbildungen die Hauptrolle. Wenn Umdrehungen vielleicht auch in ursächlicher Verbindung mit ihnen stehen, so werden doch die Lichterscheinungen dadurch nur nebensächlich beeinflußt.

A. Ähnlichkeit zwischen Sternveränderlichkeit und Sonnenflecken.

9. Die erste Veranlassung zu einer Erklärung des Lichtwechsels durch periodische Fleckenbildung gab die Entdeckung der elfjährigen Sonnenfleckenperiode.

a) H. Rosenberg bemerkt in seiner Monographie über χ *Cygni* (Halle 1906), daß schon R. Wolf im Jahre 1852 auf die überraschende Ähnlichkeit der Fleckenhäufigkeitskurven und der Lichtkurven der langperiodischen Veränderlichen hingewiesen habe. Wir geben Wolfs Ausführungen nach Rosenberg (S. 84) wieder: „Die Häufigkeit der Sonnenflecken scheint eine konstante mittlere Periode zu haben, während die einzelnen Minima nicht immer genau mit den durch diese mittlere Periode bedingten Epochen für dieselbe zusammenstimmen, — Abweichungen von gleicher relativer Größe finden sich auch bei den Lichtperioden mancher Veränderlichen. Die die jährlichen Gruppenzahlen der Sonnenflecke in einer Periode darstellende Kurve hat auffallende Ähnlichkeit mit den Lichtkurven der Veränderlichen. Die Zwischenzeit zwischen dem Maximum und dem vorhergehenden Minimum ist meistens bei den Sonnenflecken kleiner als die zwischen dem Maximum und dem nachfolgenden Minimum, jedoch nicht immer, — ähnliche Verschiebungen kommen auch bei den Veränderlichen vor. Die Maxima der Sonnenflecke sind nicht in allen Perioden gleich hoch, die Minima nicht gleich tief, — fast alle Veränderlichen zeigen dieselben Unregelmäßigkeiten.

„Ohne weitere Analogien aufzustellen, scheinen mir diese Andeutungen zu genügen, um eine nahe Verwandtschaft zwischen den Sonnenflecken und dem Lichtwechsel der Veränderlichen wahrscheinlich gemacht zu haben, und ich glaube, daß solche Beziehungen zwischen rätselhaften Erscheinungen, selbst wenn sie noch nicht auf eine bestimmte Ursache reduziert werden können, doch von ungeheurer Wichtigkeit sind“ (Wolf, Neue Untersuchungen über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung, Bern 1852).

b) Wenn die Ähnlichkeit nicht eine rein äußerliche ist, sondern die Vorgänge in den Veränderlichen Sternen von gleicher Natur sind wie die auf der Sonne, so brauchen wir uns, wie Schönfeld in seinem Mannheimer *Vortrag* auseinandersetzt, „die Fixsterne mit veränderlichem Lichte nur im wesentlichen wie unsere Sonne konstruiert zu denken, um die rätselhafte Veränderlichkeit auf eine uns näherliegende und leichter zu studierende Erscheinung zurückzuführen. Ja, man kann die Analogie noch weiter treiben. Man weiß, daß das

Auftreten der Sonnenflecken einer elfjährigen Periode (nach Wolfs genaueren Rechnungen $11^1/_9$ Jahr) unterworfen ist, in der die Menge der Flecken so stark variiert, daß in den Jahren des stärksten Auftretens an 400 Gruppen beobachtet wurden, während andrerseits ihre Zahl auf 30 bis 40 herabsank. Nimmt man nun hinzu, daß die Sonne sich in $25^1/_2$ Tagen um ihre Achse dreht, daß die einem außer ihr gelegenen Punkte zugewandte Hemisphäre und die von ihm abgewandte selten gleich stark mit Flecken besetzt sind, und daß das von Flecken bedeckte Areal schon in kurzer Zeit sich stark ändert, so hat man den Faden zur Erklärung der höchst verwickelten Lichtkurven, die ein mit feinen photometrischen Apparaten versehener, von unserer Sonne Fixsternweiten entfernter Beobachter an ihr beobachten wird. Nehmen wir also diese Hypothese an, so ist unsere Sonne ein veränderlicher Stern, jedoch würde uns seine Veränderlichkeit sehr schwach erscheinen. Es liegt aber kein Grund vor, von den meisten Veränderlichen anzunehmen, daß sie hundertmal mehr Flecken zeigen als unsere Sonne, oder gar nur um einen oder mehrere einzelne Punkte herum stark leuchten, während der größte Teil ihrer Oberfläche konstant dunkel ist" (Mannheimer Verein für Naturkunde, 29. Jahresber. 1863).

c) Schönfeld setzt offenbar voraus — was allerdings von vornherein sich am meisten zu empfehlen scheint —, daß ein Sonnenfleckenmaximum dem Minimumlichte entspricht. Zwar wäre in dieser Voraussetzung bei der Sonne das Zeitintervall zwischen dem Lichtminimum und dem vorhergehenden Maximum meistens kleiner als die Hälfte der Periode, wodurch die Analogie mit den Lichtkurven der meisten langperiodischen Veränderlichen teilweise verloren geht; diese Schwierigkeit ist aber nicht zu hoch zu veranschlagen, wenn der ungeheure Unterschied der Lichtschwankung in Betracht gezogen wird; denn es wäre ja sehr gut möglich, daß das Fleckenmaximum in der Häufigkeitskurve sich allmählich verschiebt, wenn die Fleckenbildung reger wird.

Übrigens soll die Frage nach dem Lichtmaximum der Sonne sogleich genauer erörtert werden.

B. Das Lichtmaximum der Sonne.

Wird die Ähnlichkeit zwischen Sternveränderlichkeit und Sonnenflecken bis in die einzelnen Erscheinungen verfolgt, so kommt man an der Frage nicht vorbei, ob in der Sonne ein Fleckenmaximum einem Lichtminimum oder Lichtmaximum entspricht.

10. Zunächst seien einige Ansichten darüber angeführt.

a) Secchi war sich der Schwierigkeit der Frage wohl bewußt; er drückte sich deshalb in seinem Werke „Le Stelle" S. 150 vorsichtig also aus:

„Il sole è pur esso una stella variabile. Le variazioni undecennali delle sue macchie, e delle protuberanze o eruzioni provano che esso non ha un' attività costante, e che perciò esso deve variare, anche nella intensità della luce. Ma la

valutazione diretta della quantità di questa variabilità e dei suoi limiti è quasi impossibile a farsi. La luce non si può misurare con precisione e la grandezza delle macchie non prova che essa sia minore quando esse sono molte, perchè quantunque sia provato che nelle macchie vi è minor luce e minor temperatura, pure la maggiore intensità nelle parti luminose può compensare quella che manca nelle oscure; anzi ciò è molto probabile attesa la sua maggiore attività ora ben provata nei tempi delle macchie. Eguale difficoltà si trova a determinare l' intensità della sua radiazione termica per la quale abbiamo pure mezzi più precisi . . .; la superficie delle macchie non essendo che piccolissima in confronto del resto del disco essa può avere poca influenza. Il sig. Langley crede che essa non possa esser più di 29 centesimi di un grado centigrado pel nostro globo . . .; le eruzioni sono scarse assai all' epoca in cui mancano le macchie, ed è probabile con ciò la diminuzione di attività, e quindi di luce e calore: tuttavia la cromosfera è assai bella e viva anche in queste epoche. Onde nulla può asserirsi di certo."

b) Dagegen stellt sich Miss Clerke entschieden auf den Standpunkt, daß ein Fleckenhäufigkeitsmaximum einem Lichtmaximum entspricht. In ihren „Problems in Astrophysics" heißt es S. 361/62:

„A clue to the labyrinth of stellar variations is likely to be afforded by the continual investigation of solar periodicity. Comparisons of the spot-curve with the light-curve of *Mira*, *χ Cygni*, *T Ursae*, or almost any of their congeners, bring a conviction that the phenomena differ in degree rather than in kind. The plotting of solar and stellar disturbances show the same character of dissymetry, and the same order of irregularity. In both classes of representation, high summits are usually sharp, low summits blunt. In both, the course of changing is now halting, now hurried. Hesitations, subordinate ascents, and subordinate subsidences before completing the phase, are common features. There is indeed no mode of departure from uniformity traceable in the solar cycle that cannot be strictly paralleled in the caprices of stellar emission. The analogy has been rounded out by the discovery that the sun, at spot-maxima, is essentially a bright-line star. Its spectrum then shares, in a just perceptible degree, the blazing quality that distinguishes the spectra of Mira-variables. This is a further and an irrefragable proof of the correspondence of the epochs. Light-maxima in the stars match spot-maxima in the sun. In each case a development of internal energy gives rise to enhanced incandescence, accompanied, in the single specimen of a sub-variable star within reach of detailed observation, by rendings of the photospheric envelope, and outbursts of chromospheric flames. Looking a little closer, we can discern the probability that the cyclical variations of all these bodies depend essentially upon a rise and fall of activity in the vertical circulation by which radiation is maintained. The rate of conveyance of heated matter from within outward must be a determining factor of photospheric brilliancy, transcendent lustre implying unusual celerity of transport. This is the vital process of suns, the checking of which must immediately become sensible in their

diminished output of light. Here, if anywhere, will be found the secret of stellar variability."

Miss Clerke findet die Ähnlichkeit zwischen Flecken- und Lichtkurve so auffällend, daß sie umgekehrt aus dem Lichtwechsel der Veränderlichen geradezu Schlüsse auf die Vorgänge in der Sonne zieht. In dem angeführten Werk S. 151 sagt sie: „[The sun's] spot-curve might almost be said to be modelled on the light-curves of such objects [long-period variables]; and the analogy is eminently instructive. We learn from it for instance, that a spotted condition in the sun matches a phase of strong luminosity in the stars; and are hence led to infer, that the sun radiates most powerfully when his disc is most maculated. The extreme difficulty of obtaining direct proof of this relation lends especial value to the side-wind of evidence thus brought to bear."

Freilich, solange man über diese Sache im ungewissen ist, bleiben auch die Schlüsse aus der Ähnlichkeit der Kurven fraglich. Zugunsten der Clerkeschen Auffassung spricht, wie auch P. Secchi hervorhebt, die bekannte große Tätigkeit der Sonne zur Zeit eines Fleckenmaximums.

11. Einiges Licht bringt in die Frage die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Sonnenfleckenperiode und Temperaturschwankungen auf der Erde, da man wohl annehmen darf, daß die Lichtstrahlung der Sonne mit der Wärmestrahlung gleichen Schritt hält. Der Gedanke ist allerdings so naheliegend, daß er sich schon bald nach der Entdeckung der Sonnenflecke ausgesprochen findet. So sagt Giov. Battista Baliani in einem Schreiben an Galileo Galilei[1] (31. Jan. 1614): „Ma comunque sia, si vede chiaro che queste cotali macchie impediscono in parte i raggi solari; onde non sarebbe per avventura cosa strana il giudicare che possa essere che di qui in parte proceda il maggiore o minor calore nelle stesse stagioni e nell' istesso clima."

a) Um nicht zu sehr ins einzelne gehen zu müssen, beschränken wir uns hier darauf, einige bedeutende Werke anzuführen.

Die Ergebnisse der Untersuchungen bis 1877 findet man in der verdienstvollen Arbeit Hahns zusammengestellt: „Über die Beziehungen der Sonnenfleckenperiode zu meteorologischen Erscheinungen", Leipzig 1877, I. Abschnitt: Sonnenflecke und Luftwärme.

In der Besprechung einer ähnlichen Abhandlung von Köppen faßt Newcomb[2] das Ergebnis in die Worte zusammen: „The most exhaustive attempt with which I am acquainted to discover the relation between the solar spottedness and the terrestrial temperature is that of Köppen (Zeitschrift der Österreichischen Gesellschaft für Meteorologie, VIII). The material made use of comprises mean

[1] Le Opere di Galileo Galilei, ed. nazionale, XII (1902). Vgl. Adolf Müller, Galileo Galilei und das kopernikanische Weltsystem (1909) 137.

[2] A Search for Fluctuations in the Sun's thermal Radiation through their Influence on terrestrial Temperature: *Trans. Am. Phil. Soc.* N.S. 21 S. v.

fluctuations of temperature in various regions of the globe, from 1767 to 1877.... The general conclusion was that the temperature of the tropical regions was lower by about $0^0.73$ C. near the time of maximum sunspots than near the time of minimum. It is known that the spots radiate less heat in proportion to their surface than does the photosphere, and the general nature of this result is the same as if the temperature per unit area of the non-spotted photosphere were invariable, so that the total radiation was diminished by the spots."

b) Dann aber greift Newcomb die Frage selbst auf. Wie er dabei voranging, beschreibt er (a. a. O.) wie folgt:

„The writer proposes to reinvestigate this question, using both Köppen's data and more recent observations, in order to apply the more rigorous method of equations of condition. We assume only that the mean temperature at the earth's surface fluctuates harmonically in a period of 11.13 years. This hypothesis may be represented in the general form:

$$\Delta\tau = x\cos\mu t + y\sin\mu t; \qquad \mu = \frac{360^c}{11.13} = 32^0.35.$$

In the actual investigation I have taken the epoch 1844.6 as that from which t is counted. This epoch corresponds to a spot-minimum."

Das Endergebnis von Newcombs Untersuchung ist:

$$\Delta\tau = 0^0.13\cos\mu t - 0^0.02\sin\mu t = 0^0.13\cos(\mu t + 9^0),$$

oder mit seinen Worten: „The general conclusion is that the fluctuations of temperature follow very closely those of the sunspots, according to the law first clearly brought out by Köppen. The slight lagging of $0^y.16$, or two months, is too small to be regarded as the result of anything but accidental deviations.... Very remarkable is the fact that the actual fluctuation is less than half that found by Köppen."

Als aber Newcomb das Material von Köppen getrennt von späteren Beobachtungen behandelte, fand er nach der strengen Ausgleichsmethode:

$$x = 0^0.13, \qquad y = -0^0.05,$$

d. h. Werte von auffallender, aber teilweise wohl zufälliger Übereinstimmung mit dem früheren Ergebnis. Man darf also für das untersuchte Zeitintervall mit Newcomb schließen: „A study of the annual departures of temperature over many regions of the globe in equatorial and middle latitudes shows consistently a fluctuation corresponding in period with that of the solar spots. The maximum fluctuation in the general average is $0^0.13$ C. on each side of the mean for the tropical regions. As this fluctuation has ample time to produce its entire effect on the earth, we conclude from it that the corresponding fluctuation in the sun's radiation is 0.2 of one per cent. on each side of the mean."

Das Ergebnis lautet nicht zugunsten der Ansicht, daß dem Fleckenmaximum ein Lichtmaximum entspreche. Ebensowenig aber liegt darin ein zwingender Grund

für die entgegengesetzte Ansicht, denn die vorausgesetzte Übereinstimmung zwischen Licht- und Wärmestrahlung der Sonne kann auch nicht mehr als eine gewisse Wahrscheinlichkeit beanspruchen.

c) Zu einem ganz andern Ergebnis als Newcomb gelangte Abbot mit seinen spektrobolometrischen Bestimmungen der Sonnenkonstante in Washington, auf Mount-Wilson, Mount-Whitney und in Bassour (Algier). Er fand langperiodische und kurzperiodische Schwankungen der Sonnenstrahlung, bisweilen bis zu einem Betrag von 10%. Als Ursache der ersteren betrachtet er „the hotter sun attending increased circulation at sunspot maximum"; für je 100 Einheiten von Wolfs Relativzahlen nehme die Strahlung mit 4% zu. Und mit dieser erhöhten Sonnenstrahlung träfen heiße Sommer und kalte Winter zusammen.

Eine neue Untersuchung der von Abbot 1915—1917 erhaltenen Werte der Sonnenkonstante S in Bezug auf die Anzahl N der Sonnenflecke führte Anders Ångström zu dem Ergebnis, daß S nur bis zu einer gewissen Grenze mit N zunehme, während es bei weiter anwachsendem N wieder abnehme; es könne also eine sehr große Anzahl von Sonnenflecken einen sehr niedrigen Wert der Sonnenkonstante zur Folge haben (*ApJ* 55 [1922] 24). Ist N die Sonnenfleckenzahl nach Wolfer, so könne S annähernd dargestellt werden durch

$$S = a + bN^{\frac{1}{2}} - cN$$
$$(a = 1.903, \quad b = 0.011, \quad c = 0.0006).$$

Um dies zu erklären, bemerkt Ångström, daß es zwei Ursachen gebe, welche die Energie der Ausstrahlung im entgegengesetzten Sinne beeinflussen können: die dunklen Fleckenfelder und die leuchtenden Fackeln ringsherum. Solange die Flecke klein seien, überwiege der Einfluß der Fackeln; vergrößere sich das Fleckenfeld, so mache dieses sich mehr geltend.

Wenn das Ergebnis von Ångström sich in der Zukunft bewährt, so kann es für die Sonnenfleckentheorie der langperiodischen Veränderlichen zu einem neuen Gesichtspunkt werden. Indessen sind die Abbotschen Schwankungen der Sonnenkonstante noch nicht ganz außer Zweifel gestellt; durch die elektrophotometrischen Helligkeitsbestimmungen, die Guthnick und Prager am Saturn (1914, 1915 und 1917) und am Jupiter (1917/18) angestellt haben, werden sie nämlich nicht bestätigt. Und doch sollten Schwankungen der Sonnenhelligkeit sich gleichzeitig in Helligkeitsschwankungen der Planeten offenbaren. Die Messungen haben aber bisher solche Schwankungen, die mehr als ± 1% betrügen, nicht erkennen lassen (*Veröff.* Berlin-Babelsberg 2 [1918] 127).

C. Lichtkurven und Sonnenfleckenkurven.

Den ersten Versuch eines Vergleiches zwischen Lichtkurven der Sterne und Häufigkeitskurven der Sonnenflecke hat Turner gemacht. Dabei kam das Lichtmaximum der Sonne von neuem zur Sprache.

12. Im Aprilheft 1904 der *MN* of the *RAS* kündigte Turner das Erscheinen von Band 55 der *Memoirs RAS* an, der eine Bearbeitung der Beobachtungen Peeks von zwanzig langperiodischen Veränderlichen enthält, und teilt kurz die Ergebnisse mit.

a) Die verschiedenen Lichtkurven wurden von Turner nach der periodischen Reihe entwickelt:

$$y = A \sin\theta + B \cos\theta + C \sin 2\theta + D \cos 2\theta + E \sin 3\theta + F \cos 3\theta.$$

Hier ist $\theta = 2\pi t / P$ (P = Periode); die Koeffizienten A, B, C usw. sind in Einheiten der ganzen Amplitude des Lichtwechsels (in Sterngrößen) ausgedrückt, die Zeit t ist vom Maximum an gerechnet.

Als die Lichtkurven nach abnehmenden Werten von A in fünf Gruppen geteilt waren, ergab sich, daß auch die übrigen Koeffizienten, B, C usw., einen gewissen gleichmäßigen Verlauf zeigten. Für den Koeffizienten B darf dies nicht wundernehmen, weil die vier letzten Koeffizienten klein sind, so daß die konstante Amplitude annähernd durch $2\sqrt{A^2 + B^2}$ dargestellt wird; für die übrigen dagegen war es schwerlich von vornherein zu erwarten.

b) Daraufhin stellte sich Turner eine Reihe von Fragen, die er in die Worte kleidet: „While writing this note it occurred to me that possibly the sun-spot curve might exhibit features either resembling those of the variable stars or obviously differing from them. Seen as a star, the variation in total light of the sun, owing to its variations in spottedness, is no doubt extremely small, perhaps quite insensible; but the features of the light-curves above studied seem to have little or no relation to the total range of variation, and may persist even when this has become so small as in the case of our sun.

„But now came the question, is the sun to be regarded as (A) slightly brighter at a sun-spot maximum, or (B) slightly fainter? If spots mean loss of light, (B) is the proper supposition; but since they also mean increase of activity, it would be more natural to take (A).“

Demgemäß wurde die Sonnenfleckenkurve nach Wolfs Häufigkeitstabellen für die Jahre 1849—1892 in periodische Glieder zerlegt, und zwar auf zwei verschiedene Weisen: das erste Mal wurde $\theta = 0$ im Häufigkeitsmaximum gesetzt, das zweite Mal im Minimum. In beiden Fällen lag der A-Koeffizient der Sonne weit außerhalb der A-Zahlen der Sterngruppen, im ersten am Ende, im zweiten am Anfang der Zahlenreihe. Im ersten Fall (A) fügten sich die Koeffizienten C, D, E, F der Sonne noch gut in die regelmäßig verlaufenden Reihen, soweit die Extrapolation ein Urteil darüber gestattet; im zweiten Fall (B) dagegen war die Übereinstimmung unbefriedigend.

Die Auslegung, welche Turner seinen Rechnungen gab, ist diese: „We must not lay too much stress on the evidence, but so far as it goes it supports the conclusions:

1. That the sun-spot curve falls into the series of variable-star curves, but outside the series presented by the Rousdon variables.

2. That a maximum of sun-spot activity corresponds to a maximum of a variable star."

13. Nach diesem ersten Versuch nahm Turner im Märzheft 1907 der *MN* den Vergleich von neuem auf und arbeitete ihn im einzelnen aus. Dazu standen ihm in Parkhursts „Researches in Stellar Photometry" (1894—1906) zwölf weitere Lichtkurven zur Verfügung. Auch sie wurden in Reihen entwickelt und mit den 20 Rousdon-Variabeln (*S Cygni* beiden Serien gemeinsam) nach abnehmenden Werten von $6A$ geordnet. Sodann wurden für jeden Veränderlichen die Sterngrößen nach zwölf äquidistanten Periodenteilen in einer Tabelle zusammengestellt. Die äußersten Werte von $6A$ waren $+1.23$ (für *T Cassiopeiae*) und -1.80 (für *Z Cassiopeiae*). Die Sonne, mit $6A = -1.49$, in der Voraussetzung (A), erhielt nun ihre Stelle innerhalb der Reihe, so daß für sie keine Extrapolation mehr nötig war.

Die Spalten, welche die Helligkeiten in jedem der zwölf gleich weit abstehenden Punkte der Lichtkurve enthalten, zeigen manche beträchtliche Abweichung von einem mit abnehmendem A regelmäßigen Verlauf. Deshalb wurden durch die zwölf Punktreihen glatt verlaufende Kurven gezogen und deren mittlere Ordinate abgeschätzt, entsprechend den Werten von $6A$:

$$+1.0, \quad 0.5, \quad 0.0, \quad -0.5, \quad -1.0, \quad -1.5, \quad -2.0.$$

So entstanden die sieben nachstehenden mittleren Kurven, ausgedrückt in Hundertsteln der Amplitude der Lichtänderung:

Gruppe	$6A$	Max.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	+1.0	0	13	38	61	87	100	94	70	40	30	17	10
II	+0.5	0	12	32	54	78	97	98	83	56	39	26	11
III	0.0	0	11	28	48	70	90	100	93	72	52	34	12
IV	−0.5	0	10	26	44	63	82	98	100	86	65	42	14
V	−1.0	0	9	24	40	57	76	93	100	94	77	53	20
VI	−1.5	0	8	22	36	52	70	87	98	98	89	64	28
VII	−2.0	0	7	20	32	48	65	80	94	99	98	75	38

Hieraus erhellt, daß das Zeitintervall vom Maximum bis zum Minimum kleiner oder größer ausfällt als die Hälfte der Periode, je nachdem A negativ oder positiv ist.

14. Nachdem die mittleren Kurven periodisch zerlegt waren, fiel das aus den Formeln sich ergebende Maximum nicht mehr mit dem beobachteten zusammen, sei es wegen Vernachlässigung höherer harmonischer Glieder, sei es wegen systematischer Fehler bei der Bestimmung der Maxima. Das Maximum, das der Formel entspricht, wird durch die Gleichung bestimmt:

$$0 = \frac{dy}{d\theta} = A\cos\theta - B\sin\theta + 2C\cos 2\theta - 2D\sin 2\theta + 3E\cos 3\theta - 3F\sin 3\theta.$$

Da θ klein ist, können die zweite und die höheren Potenzen vernachlässigt werden:

$$(A + 2C + 3E) - (B + 4D + 9F)\theta = 0.$$

Die hieraus folgenden Unterschiede wurden an die beobachteten Maxima angebracht; so ergaben sich die verbesserten Koeffizienten der periodischen Glieder:

Gruppe	$6\,A_0$	$6\,B_0$	$6\,C_0$	$6\,D_0$	$6\,E_0$	$6\,F_0$
I	+ 0.96	— 2.62	— 0.45	+ 0.13	— 0.01	— 0.22
II	+ 0.49	— 2.62	— 0.25	+ 0.09	+ 0.01	— 0.22
III	— 0.02	— 2.79	— 0.02	0.00	+ 0.02	— 0.20
IV	— 0.49	— 2.79	+ 0.20	— 0.14	+ 0.03	— 0.17
V	— 0.80	— 2.69	+ 0.26	— 0.31	+ 0.08	— 0.17
VI	— 1.09	— 2.57	+ 0.28	— 0.47	+ 0.16	— 0.17
Sonne	— 1.25	— 2.44	+ 0.24	— 0.71	+ 0.25	— 0.13
VII	— 1.39	— 2.41	+ 0.28	— 0.64	+ 0.28	— 0.26

Turner knüpft an diese Tabelle folgende Erwägungen: „It is not unreasonable to compare spottedness directly with the light-curves, for the stellar magnitude of the sun woud be proportional to

$$-0.4\log(P + F)^1$$

where P is the brightness of the ordinary disc, and F the small increment due to faculae which may be taken as roughly proportional to the observed spottedness. Now

$$\log(P + F) = \log P + \log\left(1 + \frac{F}{P}\right)$$
$$= \log P + kF \text{ approximately,}$$

where k is a constant. Thus F appears in a form appropriate for comparison with stellar magnitudes, since in all cases we subtract a constant (corresponding to $\log P$ in this case) and divide by a factor (the factor k). The peculiarity of the sun is that the subtracted constant is so large."

15. Zum Verständnis der vorausgehenden Tabelle ist noch eine Bemerkung zu machen. Man muß nämlich wohl im Auge behalten, wie diese Zahlen entstanden sind. Sie gingen nicht unmittelbar aus wirklichen Sterngruppen hervor, sondern erst nachdem alle Unregelmäßigkeiten im Verlauf der Lichtordinaten, die in den verschiedenen Kurven zu derselben Epoche gehören, ausgeglichen waren. So ist der ganz regelmäßige Verlauf der Koeffizienten nicht so auffallend.

[1] Gemeint ist wohl $-2.5\log(P + F)$, nach der Formel $I = 2.512^{-g}$. Im Zusammenhang mit dem Ausdruck „proportional to" ist natürlich beides richtig.

Turner aber hat auch alle einzelnen Kurven periodisch zerlegt. Werden die Koeffizienten A, B, C usw. dieser Kurven nach abnehmenden Werten von A geordnet und zu sieben Mittelwerten vereinigt, so ergibt sich die Tabelle:

Gruppe	Zahl der Sterne	$6A$	$6B$	$6C$	$6D$	$6E$	$6F$
I	2	+ 0.99	— 2.38	— 0.58	— 0.15	+ 0.14	— 0.25
II	5	+ 0.39	— 2.78	— 0.22	+ 0.14	— 0.04	— 0.17
III	4	+ 0.01	— 2.85	— 0.02	+ 0.06	— 0.02	— 0.14
IV	5	— 0.50	— 2.81	— 0.06	— 0.30	— 0.03	— 0.15
V	5	— 0.85	— 2.69	+ 0.27	— 0.35	— 0.02	— 0.09
VI	5	— 1.10	— 2.66	+ 0.41	— 0.23	+ 0.10	+ 0.02
VII	5	— 1.48	— 2.39	+ 0.07	— 0.47	0.00	— 0.27

Allerdings ist hier noch eine gewisse Gesetzmäßigkeit zu erkennen; eine solche muß aber bestehen, wie sich aus den allgemeinen Zügen der langperiodischen Lichtkurven leicht ableiten läßt. Bezeichnet nämlich $y = f(t)$ eine Lichtkurve, die für $t = 0$ ein Maximum $(+\rho)$ und für $t = c$ ein Minimum $(-\rho)$ hat, so muß sie folgenden Gleichungen genügen:

$$f(0) = +\rho, \quad f'(0) = 0, \quad f(c) = -\rho, \quad f'(c) = 0.$$

Dazu kommen noch die Bedingungen, daß $f'(t) < 0$, wenn $0 < t < c$, und $f'(t) > 0$, wenn $c < t < 2\pi$. Beschränkt man sich in der Reihenentwicklung auf sechs Glieder, so können die sechs Koeffizienten infolge dieser Bedingungen innerhalb enger Grenzen als Funktionen von c allein betrachtet werden. Ordnet man also die Lichtkurven nach zunehmenden Werten von c, oder was auf dasselbe hinauskommt, nach abnehmenden Werten von A, so müssen auch die Koeffizienten einen gleichmäßigen Verlauf zeigen.

16. Nach dieser Bemerkung kommen wir zum eigentlichen Zweck der vorausgehenden Rechnungen. Dieser Zweck ist ein physikalischer. Es handelt sich namentlich um die physische Einteilung der langperiodischen Sterne, wie schon aus der Überschrift hervorgeht, die Turner seinen Abhandlungen gibt: „On the Classification of Long-period Variable Stars“. Wir lassen wieder Turner das Wort; er schreibt:

„The question now arises: Is there any physical reason for this gradation or sequence in the light-curves? The facts suggest a light-curve of essentially uniform type, modified by some secondary cause. — The place of the sun in the series suggests the consideration of solar phenomena as a possible type for all these variables. Is there, then, any way in which these phenomena would be slightly modified in the case of stars scattered at random?

„One such source of modification is certainly the difference in aspect. We view the sun from the direction of his equator, whereas the stars must present all aspects to us from pole to equator.“

a) Die Frage ist also die: Kann der allmähliche Übergang der Lichtkurven ineinander und insbesondere die Verschiebung des Minimums erklärt werden durch die zwischen 0^0 bis 90^0 schwankenden Winkel, welche die Umdrehungsachsen der Sterne mit dem Gesichtswinkel bilden?

Es leuchtet ein, daß die so gestellte Frage sehr unbestimmt ist. Setzen wir voraus, die Helligkeitsfunktion h der Oberfläche sei zur Zeit t eine Funktion der Poldistanz θ und werde dargestellt durch die Reihe:

$$h(\theta) = \Sigma A_m P_m(\cos\theta).$$

Ferner sei γ der Winkel, den die Rotationsachse mit der Gesichtslinie bildet. Wie oben S. 85 findet man unter Annahme des Cosinusgesetzes für die Gesamthelligkeit, die zum Auge gelangt:

$$f(t) = I = \pi\{A_0 P_0 + \tfrac{2}{3} A_1 P_1(\cos\gamma) + \tfrac{1}{4} A_2 P_2(\cos\gamma) - \tfrac{1}{24} A_4 P_4(\cos\gamma) \cdots\}.$$

Die Koeffizienten A_m sind als periodische Funktionen von t zu betrachten, so daß der ganze Lichtwechsel durch diese Formel dargestellt wird.

Sind dann n Lichtkurven $f_1(t)$, $f_2(t) \cdots f_n(t)$ gegeben, so kann man für jede einzelne einen Winkel γ_m willkürlich wählen; wird ferner die Zahl n der Koeffizienten A_m nur hinreichend groß angenommen, so ist es theoretisch immer möglich, diese Koeffizienten so zu bestimmen, daß alle n Gleichungen befriedigt werden. Allerdings hat eine solche allgemeine Lösung nur formelle Bedeutung.

b) Ein theoretisch sehr einfaches Beispiel ist folgendes: Der Lichtwechsel werde verursacht durch zwei schmale, leuchtende, vom Äquator gleich weit abstehende Parallelstreifen, die Breite $\Delta\theta$ und die Poldistanz θ (bzw. $\pi - \theta$) seien periodisch veränderlich, der Rest der Sternoberfläche relativ dunkel. Die allgemeine Formel für die Lichtintensität, als Funktion von γ, läßt sich hiernach leicht ableiten; wir beschränken uns auf die zwei äußersten Fälle:

$$\gamma = 0 \text{ (Polaransicht)} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\pi}{2} \text{ (Äquatorialansicht)}.$$

Das wirkliche Feld der in der sichtbaren Halbkugel leuchtenden Teile ist bei jeder Lage der Polarachse, wenn $\Delta\theta$ als unendlich klein betrachtet wird, durch die Formel bestimmt:

$$I = f(t) = 2\pi \cdot \Delta\theta \cdot \sin\theta \text{ („absolute“ Lichtkurve)}.$$

Die scheinbare Helligkeit ist:

$$\text{für } \gamma = 0: \quad I_1 = f_1(t) = 2\pi \cdot \Delta\theta \cdot \sin\theta\cos\theta = I\cos\theta,$$

$$\text{für } \gamma = \frac{\pi}{2}: \quad I_2 = f_2(t) = 4 \cdot \Delta\theta \cdot \sin^2\theta = \frac{2}{\pi} I \sin\theta,$$

während der Quotient

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\pi}{2}\operatorname{cotg}\theta$$

das Verhältnis der Helligkeiten in der Polaransicht und in der Äquatorialansicht ausdrückt. Dieses Verhältnis wird gleich 1 in dem Augenblick, wo

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \text{also} \quad \theta_0 = 57^0.5.$$

Umgekehrt kann man, wenn I_1 und I_2 gegeben sind, mit Hilfe der Formel $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{2}\pi \cdot I_2/I_1$ die Poldistanzen der leuchtenden Ringe zu jeder Zeit ableiten, sofern man weiß, welche Punkte in beiden Kurven zeitlich mit demselben Punkt in der „absoluten" Lichtkurve I übereinstimmen.

Diese Betrachtungen bleiben auch noch annähernd gültig, wenn statt unendlich schmaler Ringe mehr oder weniger breite, leuchtende Zonen angenommen werden, die ihre mittlere Poldistanz θ periodisch ändern, ähnlich wie die Sonnenflecke in Häufigkeit und mittlerer Poldistanz periodisch veränderlich sind.

17. Bei der Anwendung der allgemeinen Formel nehmen wir an, die in Nr 14 und 15 betrachteten Gruppen I—VII stellen den allmählichen Übergang von der Polaransicht zur Äquatorialansicht dar. Daß der umgekehrte Übergang nicht stattfindet, darauf weist die Stellung hin, welche die Sonne mit ihrer Äquatorialansicht in der Reihe dieser Gruppen einnimmt.

Nun handelt es sich darum: Welche Punkte der beiden äußersten Lichtkurven entsprechen einander zeitlich? Im allgemeinen wird sowohl das Maximum wie das Minimum durch den Unterschied in der Sehrichtung zeitlich verschoben werden. Nimmt man an, daß zur Zeit des Minimums überhaupt keine besonders leuchtenden Flächenteile vorhanden sind, so fallen die beiden Minima zusammen; nimmt man dagegen an, daß im Maximum die ganze Sternkugel gleichmäßig stark leuchtet, so sind die beiden Maxima entsprechende Punkte.

a) Setzen wir erst die Ordinaten der Lichtkurven I und VII so untereinander, daß die Minima zusammenfallen:

I	0	13	38	61	87	100	94	70	40	30	17	10
VII	32	48	65	80	94	99	98	75	38	0	7	20
I—VII	− 32	− 35	− 27	− 19	− 7	+ 1	− 4	− 5	+ 2	+ 30	+ 10	− 10

Die Einheit ist hier das Hundertstel der Amplitude. Als mittlere Amplitude nimmt Turner vier Größenklassen. Um auf Größen zu reduzieren, muß man die Zahlen mit 0.04 multiplizieren; so ergibt sich:

$$\log\operatorname{tg}\theta = \log\frac{\pi}{2} + (\log I_2 - \log I_1) = \log\frac{\pi}{2} + 0.4\,(G_1 - G_2) = 0.196 + 0.016\,(\text{I—VII}).$$

Nach dieser Formel findet man:

$\lambda = 90^0 - \theta$	64^0	67^0	60^0	52^0	40^0	32^0	36^0	37^0	31^0	12^0	24^0	43^0

Mit Hilfe der Formel $I_1 = I\cos\theta$ läßt sich jetzt auch die „absolute" Lichtkurve I ableiten. Setzt man $I_1 = 1$ im Minimum, so erhält man $\log I_1$, wenn

man die Zahlen der Gruppe (I) von 100 abzieht und dann mit 0.016 multipliziert:

$\log I_1$	1.60	1.39	0.99	0.63	0.21	0.00	0.10	0.48	0.96	1.12	1.33	1.44
$\log \cos \theta$	9.95	9.96	9.94	9.90	9.80	9.72	9.77	9.78	9.71	9.31	9.61	9.83
$\log I$	1.65	1.43	1.05	0.73	0.41	0.28	0.33	0.70	1.25	1.81	1.72	1.61
I	45	27	11	5	3	2	2	5	18	65	53	41

b) Zweitens lassen wir die Maxima zusammenfallen:

I	0	13	38	61	87	100	94	70	40	30	17	10
VII	0	7	20	32	48	65	80	94	99	98	75	38
I—VII	0	+ 6	+ 18	+ 29	+ 39	+ 35	+ 14	− 24	− 59	− 68	− 58	− 28

$\lambda = 90^0 - \theta$	32°	27°	18°	12°	9°	10°	21°	57°	80°	83°	79°	61°
I	74	54	32	20	11	6	4	4	9	13	22	32

c) Zur Vergleichung der beiden Annahmen dienen die mittleren Relativzahlen, die nach den Greenwicher Beobachtungen die absoluten Größen der Sonnenfleckenfelder im Verlauf der elfjährigen Periode (1883—1904) darstellen, und die mittleren heliographischen Breiten der Flecke:

λ	13°.6	12°.4	13°.1	9°.2	9°.4	8°.4	9°.7	16°.2	19°.0	19°.2	15°.6
I	73	62	41	27	17	6	5	4	19	47	59

In beiden Hypothesen ist die Breitenschwankung der leuchtenden Teile sehr viel größer als die der Sonnenflecke. Außerdem setzen beide I-Kurven unmittelbar vor dem Maximum eine gewaltige Tätigkeitssteigerung voraus, wie sie in der Sonnenfleckenkurve nicht hervortritt.

Was die erste Voraussetzung (a) zusammenfallender Minima besonders unwahrscheinlich macht, ist der Umstand, daß im Maximum die mittlere Breite der leuchtenden Felder nur 12° sein sollte. Da die Helligkeit im Maximum manchmal hundertemale größer ist als im Minimum, so scheint es wahrscheinlicher, daß dann die ganze Oberfläche leuchtend ist[1] und folglich die Maxima zusammenfallen, wie in der zweiten Voraussetzung (b). Die mittlere Breite λ ist dann gleich $32^0.7$ $(= \int \lambda \cos \lambda \, d\lambda / \int \cos \lambda \, d\lambda$; Grenzen: 0 bis $\frac{1}{2}\pi)$.

Nimmt man die zweite Voraussetzung (b) als die wahrscheinlichere an, so könnte man das Gesetz der Lichtschwankung im großen und ganzen in die Worte fassen: Im Maximum der Helligkeit ist die ganze Kugeloberfläche leuchtend. Allmählich ziehen sich die hell leuchtenden Flächenstücke gegen den Äquator zu-

[1] Diese Annahme wird einigermaßen dadurch bestätigt, daß die Sonnenkorona zur Zeit des Fleckenmaximums den Polartypus zeigt, bei dem Strahlen in fast allen Breiten erscheinen (*MN* 53 [1893] 482), im Gegensatz zum Äquatorial- oder Windfahnetypus im Minimum.

sammen, bis im Minimum nur noch ein schmaler Gürtel übrig bleibt. Bevor aber dieser ganz verschwunden ist, zeigen sich schon neue Lichtfelder an den beiden Polen, und von dort aus breiten sie sich, bis zum nächsten Maximum, wieder über die ganze Oberfläche aus.

d) Wichtig ist der Umstand, daß dieser Erklärungsversuch zwar veranlaßt wurde durch eine gewisse Ähnlichkeit der Lichtkurve mit den Häufigkeitskurven der Sonnenflecke, daß er aber doch seinen Wert behält, auch wenn diese Gleichförmigkeit eine rein zufällige wäre. Der gewaltige Sprung von der einen Erscheinung zur andern macht freilich die Bedeutung dieser Ähnlichkeit sehr fraglich; denn von der einen weiß man nicht einmal, ob mit ihr überhaupt (und in welchem Sinne) ein Lichtwechsel verbunden ist, während bei der andern Erscheinung Lichtschwankungen von vier bis zehn Größenklassen auftreten. Auch wurde vorausgesetzt, daß die Zonen der Sonnenflecke zugleich die der Maximumhelligkeit sind. Zwar befinden sich auch in der Nähe der Sonnenflecke meistens helle Fackeln, aber aus der Gestalt der Sonnenkorona zur Zeit der Fleckenmaxima (siehe die Anm. S. 113) sollte man eher schließen, daß die gesteigerte Sonnentätigkeit sich mehr über die ganze Oberfläche ausbreitet.

Schließlich ist zu beachten, daß keine Rücksicht genommen ist auf die nach dem Rand zunehmende Absorption des Lichtes, wodurch die für die mittlere Breite und für das Fleckenfeld gegebenen Zahlen innerhalb weiter Grenzen schwanken können.

Turner hat auch noch untersucht, wie die Sonnenfleckenkurve beeinflußt würde, wenn wir die Sonne von der Polarrichtung aus sähen. Wäre die Übereinstimmung vollkommen zutreffend, so müßte die Fleckenhäufigkeitskurve die Gestalt der ersten der sieben Gruppen annehmen, das Fleckenminimum müßte vor der Mitte der Häufigkeitskurve erscheinen. Das ist aber nicht der Fall, das Minimum würde vielmehr bei der Polaransicht noch später eintreten.

18. Um den Vergleich zwischen Sonne und Sternen an einem besondern Veränderlichen zu veranschaulichen, mögen die Untersuchungen von J. van der Bilt über den Stern *RV Tauri* in den *Recherches Astronomiques* de l'Observatoire d'Utrecht 6 (1916) kurz besprochen werden.

a) Nach van der Bilt ist die Hauptperiode des Lichtwechsels von *RV Tauri* konstant gleich 39.25 Tage. Über diesen regelmäßigen Lichtwechsel lagern sich zwei andere Lichtänderungen, deren Perioden sich um die Werte 44^d und 50^d gruppieren, und die von diesen Mittelwerten nach beiden Seiten bis um 4 bzw. 4.5 Tage abweichen können. Außerdem zeigt das Licht noch eine langperiodische Störung von etwa 1250 Tagen. Da der Stern nach Nijlands Farbenschätzungen zum Sonnentypus gehört, so liegt der Vergleich mit den Erscheinungen auf der Sonne sehr nahe. Die Hauptperiode von $39^d.25$ wäre die Umdrehungsperiode des Sterns am Äquator, und der entsprechende Lichtwechsel gehörte zur Photosphäre. Die beiden andern Perioden entsprächen den Drehungs-

perioden in höheren Breiten, wie ja auch bei der Sonne diese Periode mit der Breite wächst. Nimmt man an, daß das Anwachsen der Periode mit der Breite bei *RV Tauri* demselben Gesetze folgt wie bei der Sonne, so entspricht die Periode von 44^d der Breite 41^0 und die Periode von 50^d der Breite 60^0. In diesen Breiten sollen sich Tätigkeitsknoten finden, aus denen leuchtende Massen in die Sternatmosphäre hinausgeschleudert werden. Diese Massen strömen, in zyklonischer Bewegung, durch die äußeren Schichten nach höheren Breiten. Wenn die Abweichung von der längsten Periode höchstens 4.5 Tage beträgt, so ist 73^0 die höchste Breite, die durch die Massen erreicht wird.

b) Zur weiteren Begründung des Vergleichs mit der Sonne verweist van der Bilt auf einen Aufsatz von F. Henroteau: On Convection Currents in high Regions of the solar Atmosphere (*MN* 76 [1916] 18), worin dargelegt wird, daß die spektroheliographischen Studien von Deslandres, die Untersuchungen von Mascari über die Verteilung der Fackeln und die von Slocum über die Protuberanzen alle deutlich auf das Vorhandensein regelmäßiger Bewegungen in den höheren Schichten der Sonnenatmosphäre hinweisen. Diese Strömungen, welche leuchtende Stoffe mit sich führen, folgen dem Meridian.

Wir hätten also in der Sonne und in *RV Tauri* qualitativ dieselben Erscheinungen, und der Unterschied zwischen beiden wäre rein quantitativ, insofern der Helligkeitsunterschied zwischen der strömenden Masse und ihrer Umgebung bei dem Stern viel größer sein muß als bei der Sonne.

Siebtes Kapitel.

Die Spektra der langperiodischen Sterne.

Die langperiodischen Sterne gehören, wie im I. Band S. 557 ausgeführt wurde, der III. und IV. Secchischen Spektralklasse an. Von diesen Sternen weiß man mit ziemlich großer Wahrscheinlichkeit, daß sie eine niedrigere Temperatur haben als die Sterne der I. und II. Klasse. Die Ursachen der gewaltigen Schwankungen in ihrer Lichtstärke sind uns noch ganz rätselhaft. Aufklärung darüber können nur fortgesetzte Untersuchungen über die mit der Lichtstärke zusammenhängenden Veränderungen im Spektrum bringen. Unsere Kenntnisse dieser Spektra sind bisher fast ausschließlich auf das Spektrum von *o Ceti* beschränkt geblieben; doch konnte Eberhard, der das Spektrum von *χ Cygni* untersuchte, die wichtige Tatsache feststellen, daß beide Sterne sich fast gleich verhalten, sowohl was das Spektrum als seine Veränderungen betrifft, so daß das Spektrum dieser beiden Sterne höchst wahrscheinlich für die ganze Klasse maßgebend ist (G. Eberhard, Über die Bewegung von *χ Cygni* im Visionsradius: *AN* 157 [1902] 341).

Von andern langperiodischen Sternen war eine Bestimmung der spektralen Merkmale und namentlich ihrer Radialgeschwindigkeiten bisher unmöglich, denn sie lagen außer dem Bereich selbst des 60-zölligen Spiegels auf Mount Wilson.

Für die meisten dieser Sterne wäre eine Belichtung von wenigstens fünf Stunden nötig, sollen sie ein meßbares Absorptionsspektrum liefern. Indes berechtigt der neue 100-zöllige Spiegel derselben Sternwarte, der um eine Größenklasse tiefer in die Sternenwelt hineinreicht, zu der Hoffnung, daß auch das Gebiet der langperiodischen Sterne uns erschlossen wird (vgl. *Scientia* 29 [1921] 68).

Wir sind daher gegenwärtig gezwungen, uns auf das Spektrum von *o Ceti* zu beschränken. Die ersten Untersuchungen darüber stammen von Secchi, Hale, Campbell und andern, spätere, mehr ausführliche von Stebbins und Brester. Die Beobachtungen von Stebbins sind von besonderer Tragweite, da sie den ganzen Zeitraum umfassen, wo der Stern von der Größe 3.8 bis 9.0 abnahm (Juni 1902 bis Jan. 1903). Bresters Arbeiten sind lehrreich wegen der Schlußfolgerungen, die er aus den Beobachtungen gezogen hat.

A. Die ersten Untersuchungen über das Miraspektrum.

19. Der erste, der auf die Ähnlichkeit des Sonnenfleckenspektrums mit dem Spektrum der Sterne vom Miratypus aufmerksam machte, war Secchi (Étude spectrale de diverses régions du soleil, et rapprochements entre les spectres obtenus et ceux de certaines étoiles: *CR* 68 [1869] 959).

a) Secchi weist auf gewisse eigentümliche Abweichungen des Fleckenspektrums vom gewöhnlichen Sonnenspektrum hin, insbesondere auf das Vorkommen dunkler Zonen und die Umkehrung der Wasserstofflinien *F* und *C*, namentlich im Halbschatten, und gelangt dann zu dem Schluß:

„Il est impossible de repousser l'idée que le soleil lui-même nous présenterait un spectre comme celui d'Aldébaran ou d'Arcturus, si sa lumière était partout comme dans les pénombres, et comme celui d'α d'Orion ou de ο de la Baleine, s'il était réduit à la lumière des noyaux des taches."

Und ferner: „L'application des phénomènes que nous venons de décrire aux étoiles variables est manifeste: ces étoiles devraient leur variabilité à des causes semblables à celles qui agissent sur les taches de notre soleil."

b) Hierzu bemerkt Zöllner in seiner literarischen Anzeige der Secchischen Arbeit (*VJS* 4 [1869] 172): „Referent erlaubt sich hier darauf hinzuweisen, daß diese Beobachtungen, falls sie sich bei fortgesetztem Studium auch in ihren Einzelheiten bewähren sollten, in ungezwungenster Weise durch seine vor vier Jahren veröffentlichte Entwicklungstheorie der Weltkörper erklärt werden. . . . Das Phänomen der Sonnenflecke und das der Veränderlichkeit der Sterne sind nach jener Theorie nur quantitativ, nicht qualitativ verschiedene Erscheinungen, indem die ersten Anfänge der durch fortdauernde Abkühlung entstandenen dunklen Inkrustierung eines Weltkörpers sich notwendig als relativ weniger leuchtende Stellen oder Flecke bemerkbar machen müssen, welche auf der glühend-flüssigen Oberfläche des Himmelskörpers erscheinen. Haben diese relativ dunklen Stellen,

die kurz mit dem Namen ‚Schlacken' belegt werden mögen, infolge weiter vorgeschrittener Abkühlung an Ausdehnung und dadurch an Stabilität gewonnen, so muß ein mit solchen dunklen Stellen bedeckter und rotierender Fixstern im allgemeinen das Phänomen eines Veränderlichen zeigen."[1]

20. Die Veränderlichen Sterne, deren Spektra Ähnlichkeit mit dem Sonnenfleckenspektrum haben, sind entweder unregelmäßig oder langperiodisch und gehören zur III. oder IV. Spektralklasse von Secchi. Die ihnen gemeinsamen Merkmale sind nach der Zusammenfassung von Hale, Ellerman und Parkhurst in den *Publ.* des Yerkes-Obs. 2 (1903) 384 kurz folgende: 1. rote Farbe; 2. merkwürdige Neigung zu Veränderlichkeit; 3. große Ähnlichkeit der dunklen Linien in den Spektren; 4. gelegentliches Auftreten von Spektrallinien, die im Sonnenfleckenspektrum verbreitert sind; 5. ähnliche physische Verhältnisse, welche durch die Spektraltypen angezeigt sind; 6. Vorhandensein heller Linien in den Spektren; 7. Anwesenheit dunkler Bänder, von denen die Cyanogenbänder beiden Typen gemeinsam sind; 8. Beziehung zwischen beiden Sterntypen und dem Sonnentypus.

a) Hale fand, daß im Spektralgebiet λ 5160—5500 die 46 Linien, welche am stärksten und am häufigsten in den Sonnenflecken verbreitert sind, auch die hervorstechendsten dunklen Linien im Spektrum der IV. Spektralklasse darstellen. Danach, so meinte Hale anfangs, wäre die Möglichkeit gegeben, daß Flecke wie die auf der Sonne eine charakteristische Eigenschaft der Sterne dieser Klasse seien. Dasselbe gelte allerdings auch von den Sternen der III. Klasse. Nun gehören aber Sonnenflecke, wie Hale bemerkt, eher zu einem späteren als zu einem früheren Entwicklungsstadium. Man habe in der Tat Grund vorauszusetzen, daß die Flecke zahlreicher werden, wenn die Sonne sich weiter abkühlt; es lasse sich sonach von vornherein erwarten, daß sie hervortretende Merkmale der roten Sterne sind. Die starke Neigung dieser Sterne zur Veränderlichkeit erhöhe die Wahrscheinlichkeit einer solchen Annahme.

---

[1] Man sieht, wie auch hier Zöllner die Veränderlichkeit immer abhängig macht von einer gewissen Beständigkeit der Schlacken und von der Umdrehung des Sterns. Die Vorstellung von periodischer Fleckenbildung scheint ihm fremd geblieben zu sein. Übrigens sei bemerkt, daß Zöllners Erklärung nicht mit der von Secchi übereinstimmt. Nach Secchi ist das Zentrum der Flecke heißer als die umgebende Photosphäre. Seiner Ansicht nach entstehen die Flecke dadurch, „daß die inneren Sonnenkräfte zuerst in einem weiten Umkreise die photosphärischen Massen emporheben und dadurch unregelmäßig gestaltete photosphärische Höhenzüge (Fackeln) mit entsprechenden Tiefengründen erzeugen . . . und bald darauf die gehobene photosphärische Materie . . . von allen Seiten herbeiströmt, um sich in die Höhlungen zu ergießen und diese wieder auszufüllen. Da in den tieferen Höhlungen zwischen den Fackeln die leuchtende photosphärische Masse mehr oder weniger fehlt, so erscheinen dieselben mehr oder weniger dunkel (Kern des Flecks), und diese Dunkelheit wird noch dadurch vermehrt, daß die in die Höhlung einströmenden glühenden Dampf- oder Nebelmassen (Penumbra) durch die aus dem Innern der Sonne kommenden heißeren Gase verflüchtigt werden, als Gase ihre Leuchtkraft verlieren und auf das Licht der tieferen Schichten absorbierend einwirken" (Secchi, Die Sonne. Deutsch von Dr H. Schellen [1872] 554).

b) Nach späteren Untersuchungen jedoch ließ Hale seine besondere Hypothese fallen und kam zu der Ansicht, daß die niedrigere Temperatur der erwähnten Sterne die einfachste Erklärung der beobachteten Tatsachen gebe. Auf die nämliche Ursache sei auch das eigentümliche Spektrum der Sonnenflecke zurückzuführen.

Einen Hauptbeweis für diese Erklärung liefert die Identifizierung von mehreren der dunklen „Flutings" in den Spektren der Sonnenflecke sowohl als der Sterne der III. und IV. Klasse mit den Kanälen, die in den Spektren gewisser chemischer Verbindungen auftreten. Schon Secchi hatte in seiner Abhandlung „Sur l'intervention probable des gaz composés dans les caractères spectroscopiques de la lumière de certaines étoiles ou des diverses régions du soleil (*CR* 68 [1869] 1086) eine Beziehung zwischen stellaren und irdischen Spektraleigenschaften vermutet. Fowler fand, daß die Bänder in α *Herculis* und o *Ceti* von Titanoxyd herrühren. Newall und Cookson erkannten dieselbe Verbindung im Spektrum von α *Orionis*, Hale und Adams fanden sie auch im Sonnenfleckenspektrum. Im letzteren stellte Fowler noch die Anwesenheit von Magnesiumhydrid fest. Father Cortie hält auf Grund seiner spektroskopischen Untersuchungen auch das Auftreten von Wasserdampf in den Sonnenflecken für sehr wahrscheinlich.

21. Campbell hat in seiner Abhandlung über das Spektrum von o *Ceti* (*ApJ* 9 [1899] 131) den Verschiebungen der Spektrallinien, besonders um die Zeit des Maximums, seine Aufmerksamkeit gewidmet. Diese Verschiebungen rechnete er in Geschwindigkeiten nach dem Visionsradius um; er betont aber ausdrücklich, daß sie nicht als Beweis für tatsächliche Geschwindigkeitsänderungen gelten dürfen, da es sehr wohl möglich sei, sie durch die physische Beschaffenheit des Himmelskörpers (Drucksteigerung u. dgl.) zu erklären.

Das Spektrum von o *Ceti* zeigte die dunklen Linien von Secchis III. Klasse und helle Wasserstofflinien: $H\gamma$, $H\delta$, $H\zeta$, $H\eta$ usw.

a) Aus Messungen des Dunkellinienspektrums ergab sich:

Epoche 1897.86: + 62.0 km,
„ 1898.74: + 62.6 „

Die Verschiebungen der dunklen Linien schienen also konstant zu sein.

b) Die Messung der sehr hellen $H\gamma$-Linie lieferte die Werte:

Epoche 1897.92: + 54.0 km,
„ 1898.71: + 55.6 „

Da die photographischen Bilder, wie sich aus der großen Helligkeit des $H\gamma$-Bandes ergab, überexponiert waren, so wurden an drei Tagen (1898 Aug. 29 u. 30 und Sept. 4) kurze Belichtungszeiten genommen. Nun zeigte sich, daß das $H\gamma$-Band aus drei hellen Linien bestand. Die mittlere Linie war die hellste, die an der

violetten Seite ziemlich hell, die dritte relativ schwach. Campbell fand nachfolgende Verschiebungen:

$H\gamma$, Epoche 1898.63 { 1. Komponente + 35 km, 2. „ + 60 „ 3. „ + 82 „

In gleicher Weise wurde das $H\delta$-Band untersucht. Das Ergebnis war:

$H\delta$, Epoche 1898.70 { 1. Komponente + 23 km, 2. „ + 48 „ 3. „ + 80 „

Die zwei ersten Komponenten zeigen also einen Unterschied von — 12 km gegen die des $H\gamma$-Bandes.

Im November 1898 hatten die $H\gamma$- und $H\delta$-Bänder ihr Aussehen stark geändert. Sie schienen aus einfachen, nicht-monochromatischen Linien zu bestehen, mit möglicherweise einer schwachen Nebellinie gegen Rot. Sechs Platten ergaben

für $H\gamma$, Epoche 1898.88: + 44.4 km.

Von einer einzigen Platte fand sich

für $H\delta$, Epoche 1898.85: + 47 km.

Aus einer andern hellen Linie, vorausgesetzt daß sie der Eisenlinie λ 4376.107 entsprach, wurde gefunden:

Epoche 1897.87: + 44 km.

Diese Linie erleidet also dieselbe Verschiebung wie die hellen *H*-Bänder. Eine Linie, die mit der Eisenlinie λ 4308.081 übereinzustimmen schien, führte zu dem gleichen Ergebnis.

22. Schon diese ersten Resultate über das Spektrum der *Mira* gaben Anlaß zu physikalischen Hypothesen über die Lichtänderungen dieses Sterns, allerdings mit zweifelhaftem Erfolg.

a) Arrhenius geht von den Verschiebungen der hellen $H\gamma$ aus, die Campbell gemessen hatte (s. oben). Daraus, daß die Verschiebung der zweiten Komponente ungefähr das arithmetische Mittel der beiden andern ist, leitet er folgende, freilich sehr schwach begründete Hypothese zur Erklärung des Lichtwechsels von *Mira Ceti* ab: „Der Stern ist offenbar [sic!] von drei Nebelmassen umgeben, die eine konzentriert um sein Zentrum, die zwei andern bilden an den Enden zweier Büschel oder vielleicht richtiger an zwei entgegengesetzten Seiten einen Ring, ähnlich dem Ringnebel in der Leier, der sich um den Stern mit einer Geschwindigkeit von etwa 23.5 km in der Sekunde bewegt“ (Das Werden der Welten [1907] 163).

Die größere oder geringere Durchsichtigkeit dieses Ringnebels soll den Lichtwechsel erklären. Weil zwei Maxima und zwei Minima während der Umdrehung

des zweigeteilten Ringes stattfinden müssen, nimmt Arrhenius 22 Monate statt 11 als Periode an. Ein Körper mit geringer Masse, der die Sonne in 22 Monaten umkreist, hätte eine Geschwindigkeit gleich $(12/22)^{1/3}$ mal die der Erde, also $29.5/1.224 = 24.1$ km, oder sehr nahe gleich der Geschwindigkeit des vermutlichen Ringes der *Mira*. Daraus würde folgen, daß die Masse der *Mira* der Masse unserer Sonne ungefähr gleichkommt.

Die ungleichen Perioden und andere Unregelmäßigkeiten im Lichtwechsel der *Mira* will Arrhenius durch Annahme mehrerer Staubmassen erklären. Die inneren Ringe, in denen die Staubverteilung gleichmäßig und ohne Knoten ist, tragen nur dazu bei, dem Stern einen roten Farbenton zu geben, während die äußeren Ringe mit ihrer ungleichförmigen Verteilung die Haupterscheinungen des Lichtwechsels verursachen. Einer dieser Ringe, der den größten Einfluß hat, mag die Hauptperiode bedingen.

Bemerkt sei noch, daß schon J. Birmingham im Jahre 1878 eine ähnliche Hypothese aufgestellt hatte (The Variability of Stars: *Obs* 1 [1878] 17/18).

b) Einen Versuch, den Lichtwechsel von *Mira Ceti* im Zusammenhang mit diesen Linienverschiebungen durch die Klinkerfuessche Fluthypothese zu erklären, machte Guthnick in seinen „Neuen Untersuchungen" über den Veränderlichen *Mira Ceti* (*AN* 157 [1901] 1). Das Auftreten heller Linien, so meinte Guthnick damals, deute auf eine sehr starke Deformation der wohl schon ziemlich abgekühlten Atmosphäre des Sternes hin, das Verhalten der hellen und dunklen Linien auf mehrere Komponenten. Mindestens zwei Begleiter müsse man zur Erklärung der verschiedenen Erscheinungen annehmen. Einer von ihnen bewirke den Lichtwechsel überhaupt und durchlaufe seine Bahn in einer Zeit, die gleich der ganzen mittleren Periode des Lichtwechsels sei. Die Bahn dieses Begleiters sei sehr exzentrisch, so daß in der Nähe des Periastrons Deformationen der Atmosphäre und noch lange nachwirkende Gasausbrüche entständen. Nun ist der Zeitraum zwischen einem Maximum und dem darauffolgenden Minimum im Mittel 211.55 Tage, derjenige zwischen einem Minimum und dem folgenden Maximum aber nur 118.94 Tage. Daher müsse die Apsidenlinie der Bahn unter einem gewissen Winkel gegen die Absehenslinie geneigt sein, ebenso die Bahnebene. Die sehr hellen Maxima der Jahre 1660, 1779, 1839 und 1898 würden erklärt durch Annahme eines zweiten Begleiters, der sich in $59\frac{1}{2}$ Jahren in stark elliptischer Bahn um den Hauptstern bewege, und der in der Nähe seines Periastrons die Atmosphäre des Zentralsterns berühre.

Diese Erklärung ist jedoch im Lichte der späteren spektrographischen Resultate weniger wahrscheinlich geworden; die für die langperiodischen Sterne charakteristische Verschiebung der hellen Linien gegen die Absorptionslinien nach Violett scheint eher auf physikalische Ursachen als auf radiale Bahnbewegung zurückzuführen zu sein.

B. Veränderungen im Miraspektrum und Schlußfolgerungen.

23. Stebbins (The Spectrum of *o Ceti*: *ApJ* 18 [1903] 341) behandelt nacheinander das Absorptionsspektrum, die Bänder, das kontinuierliche Spektrum und die hellen Linien. Wir führen die Hauptergebnisse meist in seinen eigenen Worten an.

a) Über das Absorptionsspektrum (dark-line spectrum) berichtet Stebbins: „. . . The strong calcium lines *g*, *H* and *K* are present in the spectrum of the star, the *g* line being much more intense than in the solar spectrum. The strong iron lines of the sun are not so prominent in *o Ceti*; in fact, they do not show with low dispersion. Of the large number of lines in the star spectrum, there are very few which coincide with lines of like intensity in the solar spectrum. . . .

„There is no evidence of variable velocity in the line of sight. . . . The velocity of 66 km was derived from measures of only six lines, (by direct comparison of the star plates with a solar plate). . . . Campbell in 1898 found + 62 km.

„Summary of the number of dark lines[1] of different elements observed in the spectrum:

Element	*Ca*	*Fe*	*Cr*	*V*	*Al*	*Sr*	*Mn*	*Ti*
No. of Lines	6	11	9	11	2	1	3?	2?

There is one dark line which showed changes of which the reality is certain. This is the *g* calcium line at λ 4227.84. It broadened as the star grew faint. — The general impression formed from examining the series of plates is that many other lines also grew broader as the brightness declined, but this is not certain. . . . The *H* and *K* lines are not shown on most of the plates, and nothing can be said as to changes in their character. A few lines not visible on the early plates became prominent later."

b) Die Bänder werden in dieser Weise beschrieben: „The prominent bands in the spectrum of *Mira* have been considered by some observers as a series of dark bands, with sharp edges towards the violet, and shading off towards the red. Others think them to be bright flutings like those of the arc spectrum of carbon. For convenience, they will be considered, in this paper, as dark absorption bands. On the plates of *o Ceti* and other third-type stars . . . the bright portions of the banded spectrum are certainly brighter relative to the region above $H\gamma$, where there are no bands, than are the corresponding portions of the spectrum of a solar-type star. However, the dark portions are fainter than the same places in the solar type of spectrum. . . . Along with the work on *o Ceti* in 1902, plates were taken of *α Herculis*, *β Pegasi*, *ρ Persei*, *α Ceti* and

[1] Die Gesamtzahl der gemessenen Absorptionslinien war 134.

α Orionis. . . . In the spectrum of *Mira* there are few dark lines shown in the region of the bands, but in the others many lines were recorded. Where there are more lines the bands are less prominent, and in the case of *α Ceti* and *α Orionis*, only three bands could be measured."

Stebbins findet im Spektralgebiet λ 4300—5500 von *o Ceti* 21 Bänder, Sidgreaves fand in demselben Gebiet deren 28. Ein Versuch zur Identifikation dieser Bänder wurde nicht gemacht.

c) Über das kontinuierliche Spektrum macht Stebbins die Bemerkung: „Sidgreaves' plates showed that as the star declined in brightness, the intensity of the bright portions of the spectrum between λ 4300 and λ 5000 grew less relatively to that of the region near λ 5500. My plates show a decrease in intensity of the region from λ 4300 to λ 5000 relative to the continuous spectrum from λ 4000 to λ 4300.

„These changes in intensity have been described as changes in the continuous spectrum, but they may be simply the fading out of some bright bands."

d) Besondere Aufmerksamkeit schenkte Stebbins den hellen Linien. Er sagt darüber: „The most noticeable and interesting features in the spectrum of *o Ceti* are the bright lines. The great brilliancy of some of the hydrogen lines, when the star was near its maximum, has been recorded by several observers.

„The peculiar fact was noticed that *Hα*, *Hβ* and *Hε* were apparently missing, while others of the hydrogen series were very bright. Photographs, which showed *Hγ* and *Hδ* as intense, gave no trace of *Hβ* and *Hε*. Sidgreaves, in 1898 and 1899, found something which from its position might be the bright *Hβ*, but he did not consider it as certain. It has been seen bright on some plates at Harvard (Harvard *Annals* 28, Part I). Mr. Wright found *Hε* distinctly bright on a plate which he had taken in August 1901. . . . *Hβ* and *Hε* were recorded as bright lines on all the dense negatives taken with spectrograph I [von Stebbins]. They seem to have grown stronger relatively to the other hydrogen lines and also to the continuous spectrum as the star grew faint.

„An attempt was made to observe *Hα* visually, but without success, on the night of September 6, 1902. . . . Corresponding to the bright well-defined *Hα* of the comparison spectrum there was continuous spectrum, but no bright line in the star."

Gelegentlich des hellen Maximums von *Mira* im Dezember 1906 fand Slipher (Lowell Observatory) auch *Hα* als schwache helle Linie auf drei Spektrogrammen (*ApJ* 25 [1907] 66). Außer 10 Stellen im Spektrum, die wie helle Linien aussehen, die aber Stebbins für helle Spalten zwischen Absorptionslinien hält, gibt Slipher noch die Wellenlängen von 23 hellen Linien. Neun von diesen entsprechen der Wasserstoffreihe *Hβ* bis *Hκ*, drei andere scheinen dem Eisen, je eine dem Silicium und dem Magnesium anzugehören, die übrigen sind unbekannten Ursprungs. Campbell fand 1898, daß die hellen Linien 0.025 μμ weniger nach Rot verschoben waren als die dunklen Linien, was sich jetzt auch bestätigt.

Merkwürdigerweise fand Eberhard bei χ *Cygni* eine ähnliche Verschiebung der hellen Linien gegen die dunklen: die dunklen Linien ergaben die Radialgeschwindigkeit 0, die hellen hingegen — 20 km.

Über auffallende Veränderungen unter den hellen Linien berichtet Stebbins mit den Worten: „It should be noticed that a bright line developed on each side of each of the strong dark calcium lines, *g*, *H* and *K*. Without looking at the plates, this might seem to be due to a double reversal of the calcium lines. Their appearance is not such, however. The bright lines at λλ 4308 and 4376, marked as possibly due to iron, are of peculiar interest. . . . The appearance of each, on some of the plates, is of a bright line with an adjacent dark one on the red side. If the bright lines be due to iron, they are displaced by the same amount as the bright hydrogen lines; and if iron produces the absorption components, the displacements are equal to those of other dark lines.

„A glance at the series of plates showed that there were many changes of intensity among the bright lines, both relative to each other and to the continuous spectrum. Lines not visible on the earlier plates became more intense than the hydrogen lines which were so bright near maximum. $H\gamma$ and $H\delta$ decreased in intensity as the star grew faint . . . and disappeared at minimum. . . . The development of the line at λ 4571 was remarkable. This line, which is perhaps due to magnesium, did not appear until the star was of about magnitude 5.4, and as the star grew fainter it became the most prominent object in the spectrum."

24. Aus diesen Beobachtungen zieht Stebbins folgende Schlüsse über die physischen Ursachen der Lichtänderung in langperiodischen Sternen: „Until this star has been successfully followed through all its phases, it is obviously too soon to advance any theory to account for the observed changes in its spectrum or in its brightness.

„The apparent constancy of radial velocity is strong evidence that the variations in brightness are not due to the influence of a companion star, unless, indeed, the companion were of very small relative mass, were moving in a very eccentric orbit and approached very close to the primary. The displaced system of bright lines could not belong to such a companion, as their wave lengths are apparently constant. The large irregularities in the period of the light-curve practically preclude the question of a binary system, though perhaps not absolutely so.

„The remarkable distribution of light in the hydrogen series seems as yet impossible to explain. Miss Clerke has explained the apparent absence of $H\varepsilon$ by assuming the hydrogen to be at a lower level in the star's envelope than the calcium layer, the *H* calcium absorption destroying the $H\varepsilon$ radiations. This theory may still be true, though the existence of a faint bright $H\varepsilon$ has been proven. However, $H\beta$ and $H\alpha$ are much more reduced in intensity than is $H\varepsilon$; and with them there is no evidence of overlying absorption strata. It is usually

expected that the bright hydrogen series will diminish in intensity from red towards the violet. This appears to hold even for new stars, in which the disturbance has been very sudden, though exception should perhaps be made for $H\alpha$ when new star spectra approach the nebular form. The supposition that in *Mira* the hydrogen series may regularly decrease in brightness from violet to red is not tenable, as the diminution from $H\gamma$ to $H\beta$ is entirely too great. In as much as the bright lines are strongly shifted (to the violet with regard to the dark-line system) from their normal positions apparently by causes other than radial velocity and pressure, it seems probable that the peculiarities of the hydrogen-line intensities are due also to causes now unknown to us. The presence of the bright iron lines λ 4308 and λ 4376, the absence of others of the same element, and the diversity of structure observed by Campbell in the triple $H\gamma$ and $H\delta$ bands are perhaps due to similar unknown causes.

„The great variations of relative intensity observed in the hydrogen and other bright lines, and in the continuous spectrum, show that the star's decrease in light is produced by other causes than general absorption.

„Considering all the evidence, it seems reasonably certain that the star's variation in brightness is due to the action of internal forces."

25. Eine ausführliche Theorie zur Erklärung der Erscheinungen auf der Sonne und in den Veränderlichen Sternen hat A. Brester ausgearbeitet. In einer ersten Abhandlung (Essai d'une théorie du soleil et des étoiles variables, Delft 1889) führt Brester alle Erscheinungen, welche die Sonne und die Veränderlichen Sterne uns darbieten, auf eine einzige Ursache zurück: „la combinaison chimique intermittente à l'extérieur refroidi de ce qui était auparavant dissocié par la chaleur" (S. 48).

Die Hauptpunkte dieser Theorie waren folgende:

„1. Chaque fois que le refroidissement des couches extérieures dans les étoiles variables a atteint un certain degré, une partie des éléments jusqu'ici séparés par la chaleur y entre en combinaison et produit ainsi dans ces couches refroidies une éruption de chaleur qui en ramenant l'étoile à son plus grand éclat, rend impossible pour un certain temps une éruption de chaleur nouvelle.

„2. L'intervalle entre deux éruptions consécutives doit toujours avoir une durée plus ou moins longue, parce que les couches extérieures en devenant surdissociées ne peuvent réparer immédiatement par la combinaison de leurs éléments un commencement de refroidissement, mais ont besoin d'un refroidissement plus intense, pour pouvoir engendrer une éruption de chaleur et rétablir alors autant que possible la chaleur première.

„3. Les éruptions de chaleur ainsi produites augmentent l'éclat de l'étoile, non parce qu'elles la rendent plus chaude, mais parce qu'elles font évaporer les *nuages* qui durant le minimum nous cachent de plus en plus la photosphère invariablement brillante de l'astre."

In einer späteren Abhandlung (Essai d'une explication du mécanisme de la périodicité dans le soleil et les étoiles rouges variables: *Verhand.* der Kon. Ak. van Wetensch. te Amsterdam 1. Sectie 9 [1908] No. 6) hat Brester seine Theorie wesentlich abgeändert. Zwar erscheint ihm die vorhergehende Theorie der intermittierenden chemischen Verbindungen noch „assez plausible" (S. 26), jedoch dienen ihm diese Verbindungen jetzt nur noch dazu, einige Begleiterscheinungen des Lichtwechsels zu erklären.

a) Um die Ursachen der Periodizität zu verstehen, hat man nach Brester zwei wesentlich verschiedene Teile im Stern zu unterscheiden: die Photosphäre und das Gas, welches von der Photosphäre eingeschlossen ist. Brester selbst beschreibt dieses Gas und die Photosphäre also:

„De ce gaz nous ne savons avec certitude que bien peu. Il doit présenter cependant ces trois particularités capitales: 1° qu'il est riche en éléments divers, 2° que la température y augmente vers le centre et 3° que dans ses couches extérieures où la photosphère l'a limité par la condensation d'une vapeur, cette vapeur sera aussi toujours présente.

„La photosphère est le lieu géométrique des points où en vertu de la température diminuant du centre vers l'extérieur, la condensation des nuages photosphériques commence à être possible. . . . Dans la photosphère il y a une poussière photosphérique condensée qui, chauffée au blanc dans un gaz incandescent, lance au dehors les rayons solaires."

b) Eine Hauptrolle in der Periodizität der roten Veränderlichen Sterne spielt nach Brester ein dichter Nebel, der sich durch Abkühlung an der Außenseite der Photosphäre bildet. Durch diesen Nebel erklärt sich zunächst die rote Farbe in dieser Weise: „Ce qui rougit les étoiles rouges et les dépouille de la majeure partie de leur éclat, c'est ce qui, à un moindre degré, jaunit aussi le soleil et ses jaunes congénères, c'est une brume, qui au dehors de la photosphère trouble l'atmosphère de ces étoiles. Cette brume est d'autant plus intense que la température est moins élevée. Dans les étoiles les plus chaudes du type 1 elle n'existe même pas, dans les étoiles moins chaudes du type 2 elle n'est encore que légère, mais dans les étoiles refroidies du type 3 et surtout dans celles plus refroidies encore du type 4, cette brume est un brouillard très épais.

„Or nous savons que toute brume arrête les rayons bleus et violets, qui la traversent, et que par conséquent tout objet blanc, que nous voyons au travers d'elle, rougit et diminue d'éclat. C'est ce que nous fait voir aussi le soleil, chaque fois qu'à l'horizon ses rayons ont à traverser une couche extraordinairement puissante de brume."

c) Wenn aber die Farbe der Sterne einer Nebelhülle zuzuschreiben ist, welche die Photosphäre umschleiert und verdunkelt, dann ist die Veränderlichkeit des Lichtes leicht erklärt; man braucht nach Brester nur anzunehmen, daß diese Hülle periodisch mehr oder weniger reich ist an dunklen Wolken, die das

Licht zurückhalten. „Ce n'est par conséquent qu'un phénomène météorologique passager et insignifiant dans l'atmosphère des étoiles rouges variables, qui les fait changer souvent énormément en grandeur. La grande masse de l'étoile n'y prend pas la moindre part et sous son voile tour à tour plus opaque et plus transparent l'étoile brille invariablement comme toutes les étoiles fixes."

26. Den Verlauf der Lichtschwankung eines langperiodischen Veränderlichen schildert Brester folgendermaßen:

„. . . Commençons notre examen au moment que l'étoile variable est au maximum de son éclat. La nappe brumeuse est alors plus transparente que jamais, parce qu'alors elle est aussi riche que possible en vapeur saturée transparente et aussi pauvre que possible en nuages condensés opaques. Cette transparence exceptionnelle n'aura qu'une très courte durée. Car si la nappe brumeuse perd à sa surface extérieure plus de chaleur par le rayonnement au dehors qu'elle n'en peut recouvrer du dedans, sa vapeur saturée s'y condensera en nuages. Et comme ces nuages rendront la nappe plus opaque, nous verrons l'étoile diminuer en grandeur.

„Cette grandeur continuera à diminuer tant que le refroidissement de la surface extérieure de la nappe brumeuse continuera à y faire augmenter la condensation des nuages. Mais comme cette condensation incessante de vapeur en nuages doit causer la contraction de la nappe, les nuages, qui en forment la surface extérieure, descendront.

„Or nous savons qu'avec la profondeur la température augmente, et il est donc clair qu'en continuant leur mouvement descendant les nuages arriveront dans une couche tellement chaude qu'ils cesseront de s'y refroidir et de devenir plus opaques et commenceront, au contraire, à être réchauffés et à reprendre l'état vaporeux transparent.

„Au moment que les nuages arrivent dans cette couche la nappe brumeuse est plus opaque que jamais. Elle est alors aussi riche que possible en nuages et aussi pauvre que possible en vapeur saturée. L'étoile est alors au minimum de son éclat. Mais tout comme le maximum ce minimum n'aura qu'une courte durée.

„Car les nuages épais du minimum, sollicités par leur poids, doivent continuer leur mouvement descendant. Et comme, à partir de la couche considérée, ils ne peuvent descendre sans s'évaporer et se détruire en partie, il est évident qu'après le minimum à nappe nuageuse opaque, un nouveau maximum à nappe vaporeuse transparente va être restauré.

„Mais tandis que cette restauration du maximum progresse et que la vapeur restaurée dans la profondeur rend à la nappe brumeuse du minimum le volume plus grand et la transparence, qu'elle avait au maximum précédent, cette vapeur produira ici, tout comme nous l'avons étudié dans le soleil, une poussée de bas en haut, qui imprimera à la surface extérieure nuageuse de la nappe un mouve-

ment ascendant. Ce mouvement ascendant ne cessera qu'au moment que la vapeur restaurée dans la profondeur discontinuera d'excéder celle qui à la surface incessamment se condense. En ce moment la nappe brumeuse sera de nouveau aussi volumineuse et aussi transparente que possible et l'étoile aura atteint de nouveau le maximum de son éclat."

27. Auch auf Einzelheiten im Lichtwechsel und im Spektrum wendet Brester seine Theorie an.

a) Im Maximum ist danach die Nebelhülle durchlöchert; die Öffnungen im dunklen Schleier, durch die das volle Licht der Photosphäre strahlt, sind ungemein hell. Folglich nimmt erstens die Röte im Maximum im allgemeinen ab, zweitens ist die Intensität des Maximums bedingt durch die mehr oder weniger zufällige Bildung der Öffnungen und durch die Richtung ihrer Vertikalachsen gegen unsere Gesichtslinie. In gleicher Weise erklären sich Verzögerungen oder plötzliche Beschleunigungen der Lichtzunahme.

Nach Bresters Sonnentheorie wird die Periodizität der Sonnenflecke durch ein periodisches Steigen und Fallen der Photosphäre erklärt. Nimmt man eine solche Schwankung auch in den Mirasternen an, so wird sie mit der periodischen Schwankung der Nebelhülle interferieren. Diese Interferenz erklärt die verschiedene Tiefe des Minimums und die Ungleichheiten der Periode.

Wenn die Hülle an kondensierbarem Dampf nicht reich genug ist, um einen beträchtlichen Teil der Sternoberfläche abwechselnd dunkel oder hell erscheinen zu lassen, so können zerstreute Wolken leichte Schwankungen der Helligkeit verursachen, wie sie an den nichtperiodischen roten Sternen wahrgenommen werden.

b) Die hellen Linien im Spektrum werden durch chemisches Leuchten erklärt, wenn die freien Atome bei niedrigerer Temperatur sich teilweise verbinden. Das wird besonders im Lichtmaximum eintreten, wo die Photosphäre durch die zerrissene Nebelhülle weniger gegen die Abkühlung nach außen geschützt ist. Brester erklärt sich die Vorgänge in den hellen Strahlen wie folgt:

„C'est surtout à l'hydrogène qu'appartiennent les raies qui sont si brillantes au maximum des étoiles variables du type 3. Mais à côté de ces raies alors si fortement brillantes d'autres raies très faiblement brillantes se voient déjà aussi. Elles paraissent dues au silicium, au fer et à une substance inconnue (4007). M. Stebbins a étudié, comment entre le maximum et le minimum suivant toutes ces raies changeaient, et il a découvert ainsi que tandis que les raies de l'hydrogène, du silicium et de la substance inconnue 4007 et d'autres substances inconnues, 3939, 3968, 4216, 4234 et 4373 survenues plus tard, diminuaient et disparaissaient, quelques raies brillantes nouvelles du magnésium et du fer vinrent les remplacer (Stebbins *ApJ* XVIII, 363—377).... Au maximum il y avait 9 raies brillantes, et un mois et demi plus tard ces raies avaient bien grandement diminué en éclat, mais avaient tellement augmenté en nombre, qu'il y en avait alors 22.

De ces 22 raies brillantes il n'en restait plus que 3, dont deux appartenaient au fer et une au magnésium, lorsque six mois environ après le maximum le minimum arriva.

„Toutes ces observations intéressantes de M. Stebbins sont en accord complet avec les prévisions de ma théorie. N'est-il pas clair en effet, que si à l'instar du soleil *Mira* nous montre ses raies luminescentes dans une atmosphère stratifiée, à l'extérieur de la surface nuageuse et trouée d'une nappe vaporeuse, ces raies luminescentes changeront lorsque cette surface, en vertu de la condensation de la nappe, descendra? N'est-il pas évident de même, que lorsque cette surface sera aussi élevée et aussi trouée que possible, ce sera l'hydrogène léger, ou éventuellement aussi l'hélium léger, qui luminescera fortement, et qu'à mesure que cette surface descendra, les éléments qu'elle fera luminescer augmenteront en nombre et en poids moléculaire, jusqu'à ce que, les trous se comblant toujours davantage, cette luminescence diminuera de nouveau?

„Comme toutes ces raies brillantes se forment à l'extérieur de la nappe brumeuse, elles brillent indépendamment de l'absorption générale que cause cette nappe au minimum. Il n'est donc nullement surprenant que parmi ces raies on en trouve qui aient la particularité de devenir plus vives lorsque le minimum approche et M. Stebbins se trompe lorsqu'il voit dans cette particularité la preuve, qu'une absorption générale n'est pas la cause de la diminution de l'éclat de *Mira*.

„Il est clair d'ailleurs que si ces raies brillantes ne sont dues qu'à des luminescences passagères dans les couches extérieures les plus raréfiées de l'astre, leur formation ne joue aucun rôle important dans le changement de l'éclat. . . .

„Mais dans les couches extérieures des étoiles rouges variables des éléments qui puissent luminescer au maximum font très souvent défaut. C'est ce qu'on observe dans toutes les étoiles variables du type 4, où l'hydrogène et l'hélium sont toujours absents. Si dans ces étoiles le mécanisme de la périodicité est le même que celui qui fonctionne dans le type 3, n'est-il pas compréhensible alors que leurs maxima ne sauraient jamais produire la moindre raie brillante? Et n'est-il donc pas clair, en somme, que lorsque les maxima du type 3 nous montrent bien ces raies brillantes, ce phénomène brillant n'est après tout que tout-à-fait insignifiant?“

c) Eine weitere Bestätigung für seine Theorie findet Brester in der Tatsache, daß das Absorptionsspektrum der *Mira* im Maximum und Minimum nahezu unveränderlich blieb (vgl. oben S. 121). Wäre nämlich die Lichtschwankung auf wirkliche Änderungen im Innern des Sterns zurückzuführen, so müßte man gewaltige Umwälzungen annehmen, die auch das Spektrum stark beeinflussen würden. Ohne Zweifel ist es ein großer Vorzug dieser Theorie, daß sie die fast unglaubliche Intensitätsänderung der Strahlung, wie die langperiodischen Veränderlichen sie durchschnittlich zeigen, auf einfache Weise erklärt.

28. Zum Schluß sei bemerkt, daß Brester (S. 130 Anm. *v*) irrtümlich meint, Turner verteidige die Hypothese, „que le minimum [de *Mira*] serait dû à un développement excessif de taches". Nach Turner entspricht vielmehr, wie wir gesehen haben (oben S. 108), das Lichtminimum einem Minimum der Flecke. Diese „Flecke" sind bei ihm Stellen gesteigerter Tätigkeit, wo sich stark leuchtende „Fackeln" entwickeln. Auch von der Sonne setzt Turner voraus, daß sie zur Zeit eines Fleckenmaximums heller ist; die relative Dunkelheit der Flecke sei durch den Ausbruch hell leuchtender Fackeln in ihrer nächsten Umgebung mehr als aufgewogen. Diese Annahme machte Turner, wie wir sahen, um die Ähnlichkeit zwischen den Häufigkeitskurven der Sonnenflecke und den Lichtkurven der Veränderlichen zu begründen.

Die Brestersche Theorie über die Sonne und die Veränderlichen Sterne erklärt die Ähnlichkeit ohne solche Voraussetzung, die ja doch an sich weniger wahrscheinlich ist. In der Tat wird die Periodizität der Sonnenflecke und die des Lichtwechsels der Veränderlichen in Bresters Theorie bedingt durch das periodische Entstehen und Verschwinden von Öffnungen[1] in einer kühleren Hülle. Bei der Sonne ist diese Hülle die stark leuchtende Photosphäre mit ihren glühenden Teilchen, in der die Öffnungen eine Lichtabnahme verursachen. Bei den Sternen ist die Hülle ein Nebelschleier, der die leuchtende Photosphäre umgibt und ihren Glanz abschwächt; Öffnungen in der Nebelhülle werden daher eine Lichtzunahme bewirken. Da die Entstehungsweise der Öffnungen von Brester in beiden Fällen auf ähnliche Ursachen zurückgeführt wird, so ist es ganz erklärlich, daß ihre Häufigkeitskurven auch einen ähnlichen Verlauf nehmen. So läßt sich also die Turnersche Hypothese über die verschiedene Lage des Sternäquators gegen unsere Gesichtslinie und die dadurch bedingte Änderung der Lichtkurve unverändert auf die Brestersche Theorie übertragen.

C. Allgemeine Untersuchungen über die *Md*- und *N*-Sterne.

29. Die jüngsten Untersuchungen von P. W. Merrill über die Spektra der *Md*-Sterne (Detroit Obs. *Publ.* 2 [1916] 45; *ApJ* 53 [1921] 185) haben bestätigt, daß diese Sterne, die alle (langperiodisch oder unperiodisch) veränderlich sind, eine physisch eng zusammenhängende Gruppe bilden. Nicht nur stimmen die allgemeinen Eigenschaften ihrer Spektra überein, sondern es zeigt auch die Art und Weise, wie die Stärke einiger Linien sich periodisch ändert, eine auffällige Ähnlichkeit. So findet Merrill, daß bei allen von ihm untersuchten Sternen die hellen Linien $H\delta$, $H\gamma$, λ 4202 *Fe*, λ 4308 *Fe*, λ 4571 *Mg* und noch einige andere nach dem Lichtminimum in der genannten Reihenfolge erscheinen, und daß alle Glieder der Klasse *Md* sich im wesentlichen verhalten wie der typische Stern *o Ceti*. Auch die relative Stärke der *H*-Linien der Balmer-Reihe ist bezeichnend.

[1] entweder als wirkliche Öffnungen verstanden oder mehr allgemein im Sinne von weniger dichten Stellen: „le voile rougissant extérieur alternativement plus opaque et plus transparent, à mesure que, tout comme la photosphère du soleil, il est tour à tour plus riche et plus pauvre en nuages" (a. a. O. § 15).

Während bei Funkenentladung in einer Wasserstoffröhre und bei den *B*-Sternen die Linien in der „normalen" Reihenfolge $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$, $H\delta$ usw. an Stärke abnehmen, stehen hier $H\delta$ und eine Anzahl ultravioletter Linien an der Spitze, und $H\beta$ und $H\varepsilon$ sind ziemlich lichtschwach. Bei *o Ceti* leuchten $H\varkappa$, $H\lambda$ und $H\mu$ sehr schwach, bei den andern *Md*-Sternen hingegen hört die Reihe bei $H\iota$ plötzlich auf. Die Abweichungen der *H*-Linien von ihren normalen Intensitäten scheinen in engem Zusammenhang zu stehen mit der Stärke der Absorptionsbänder von *Ti*-Oxyd. Beim Herannahen des Lichtminimums gewinnt der weniger brechbare Teil des Spektrums die Oberhand. Um die Zeit des Lichtmaximums sind die hellen Linien in Bezug auf die dunklen Linien nach der violetten Seite verschoben, und zwar im Mittel um einen Betrag, der einem Geschwindigkeitsunterschied von 17 km im Visionsradius entspricht.

Die Beobachtungen des kontinuierlichen Spektrums und der Absorptionslinien und -bänder liefern indessen noch keine zuverlässige Grundlage zur Feststellung ihrer charakteristischen Änderungen, am allerwenigsten zu einer Theorie über die physische Beschaffenheit und die Ursachen der Veränderlichkeit dieser Sterne.

a) Versuchsweise schlägt Merrill seine „Schleiertheorie" (veil theory) gegenüber der Sonnenfleckentheorie und Campbells Geisertheorie[1] vor. Denkt man, so sagt Merrill, an die gewaltigen Ausdehnungen dieser Sterne und die großen Energiebeträge, um die es sich handelt, so bilden die starken Helligkeitsänderungen, die sich innerhalb weniger Monate abspielen, eine überraschende Erscheinung. Die spektralen Änderungen erscheinen gering im Vergleich zu der ganzen Lichtänderung. In Anbetracht dieses und anderer Gründe sollte man die Möglichkeit der Annahme erwägen, daß zur Zeit des Minimums sich ein Schirm zwischen Stern und Erde stellt, vermutlich in unmittelbarer Nähe des Sterns. Der Schirm könnte aus kondensierenden Gasen, vielleicht aus *Ca*-Dampf, bestehen, der sich ja auch in den höheren atmosphärischen Schichten der Sonne und vieler Sterne vorfindet. Dadurch ließe sich ferner erklären, daß in den *Md*-Sternen die $H\varepsilon$-Linie durch die Absorption der *Ca*-Linie *H* verdunkelt wird. Die durch Kondensation gebildete Wolke müßte die von der Photosphäre ausgestrahlte Wärme aufspeichern; die Temperatur des unmittelbar überhalb der Photosphäre befindlichen Stoffes würde dadurch zunehmen, bis die darüber schwebende dunkle Wolke wieder verdunstet und der Stern hell hervorleuchtet. Diese Vorgänge könnten periodisch wiederkehren und spektrale Änderungen zur Folge haben, besonders in der Emission der Chromosphäre. Elektrische Wirkungen, die durch Verdunstung veranlaßt werden, könnten die Emission des Wasserstoffes und anderer Gase kräftig

[1] Campbell, Stellar Motions 303. Nach seiner Annahme bildet sich im Minimum eine zähe, vielleicht sogar feste Kruste, die durch den stetig zunehmenden Druck der eingeschlossenen Gase durchbrochen wird. Die radial herausströmenden Gase sollen die relativen Verschiebungen der Emissionslinien erklären. Merrill meint, nach den Beobachtungen sei es schwierig einzusehen, wie die Geschwindigkeit dieser Gase so lange konstant bleiben könne; auch sei nicht klar, weshalb eine so große Menge Wasserstoff unter einer schweren Kruste eingeschlossen sein solle.

fördern. Wenn dies zutrifft, so müßte die Quelle der Emission sich in einer höheren Schicht befinden, was mit der Beobachtung übereinzustimmen scheint, besonders wenn man annimmt, daß die relative Verschiebung der hellen und dunklen Linien auf Druck zurückzuführen ist.

Diese Schleiertheorie deckt sich im wesentlichen mit der Theorie von Brester.

b) Aufsehen erregte die Entdeckung von Nebellinien im Spektrum von *R Aquarii*, die Merrill auf dem Mount-Wilson machte. Das erste, mit dem 100-zölligen Reflektor erhaltene Spektrogramm wies außer dem typischen *Md*-Spektrum die drei sehr hellen Hauptnebelbänder $\lambda 5007\, N_1$, $\lambda 4959\, N_2$ und $\lambda 4363$ auf; außerdem waren auch die Nebellinien $\lambda 4658$ und $\lambda 4471\, He$ schwach sichtbar. Die hellen Wasserstofflinien $H\beta$, $H\gamma$ und $H\delta$ des *Md*-Spektrums überlagerten die korrespondierenden Linien, die zum Nebelspektrum gehören. Der Stern hatte damals (16. Oktober 1919) die Größe 8.3, nahm schnell an Helligkeit zu und blieb dann ungefähr zwei Monate in der Größe 6.9, worauf eine schnelle Abnahme folgte. Spätere Beobachtungen zeigten, daß die Nebellinien sich nicht an den Helligkeitsschwankungen der *Md*-Linien beteiligten; im Lichtminimum (10ter Größe) waren sie noch ebenso hell wie im Maximum. Auch die Verschiebung dieser Linien (— 10 km) stimmt weder mit der Verschiebung der hellen *Md*-Linien (— 33 km) noch mit der der Absorptionslinien (— 19 km) überein. Abnormal verhält sich wieder die Nebellinie $\lambda 4363$ (— 25 km). Ob diese Verschiebungen auf wirkliche Radialbewegungen zurückzuführen sind, bleibt dahingestellt (P. W. Merrill, Observations of the Nebular Lines in the Spectrum of the Long-period Variable Star *R Aquarii*: *ApJ* 53 [1921] 375).

Die Vermutung, daß die Nebellinien und das *Md*-Spektrum vielleicht nicht demselben Himmelskörper angehören, wurde verstärkt, als C. O. Lampland mit dem 40-zölligen Reflektor der Lowell-Sternwarte eine schwache Nebelstruktur um *R Aquarii* entdeckte (Lowell Obs. *Circular* 1921, Dez. 7). Auf den Photogrammen fällt am meisten eine linsenförmige Figur auf, die gebildet wird durch ein Paar kreisförmiger Nebelbogen, die sich auch noch jenseits ihrer Schnittpunkte fortsetzen; der Stern nimmt darin eine zentrale, symmetrische Stelle ein. Daß zwischen Stern und Nebel ein enger, wenn auch bisher rätselhafter Zusammenhang bestehen muß, unterliegt wohl keinem Zweifel.

c) Auf eine andere merkwürdige Beobachtung macht Guthnick in seiner „Physik der Sterne“ S. 451 aufmerksam; sie betrifft das Spektrum von *o Ceti*. Zur Zeit des kleinsten Lichtes fand man auf der Mount-Wilson-Sternwarte helle Heliumlinien (die im Maximum nicht nachgewiesen sind); die Emissionslinien des Wasserstoffes waren kräftiger als sonst und stark verbreitert und im Vergleich zu den sonstigen, schmalen Emissionslinien um 100 km nach Rot verschoben. „Aus diesen spärlichen Daten“, sagt Guthnick, „scheint hervorzugehen, daß der Lichtwechsel in der Hauptsache durch die Schwankung der Helligkeit des kontinuierlichen Spektrums hervorgerufen wird, und daß die Wasserstoffemissionen im Maximum schmal und gegen Violett verschoben, im Minimum

dagegen breit und gegen Rot verschoben sind. Nimmt man dies zusammen mit der Beobachtung der Nebellinien an *R Aquarii*, so ergibt sich eine Ähnlichkeit mit den Neuen Sternen, die sicherlich nicht ohne tiefere Bedeutung sein wird."

30. Die spektralen Schwankungen der Veränderlichen der Klasse *N* hat zuerst C. D. Shane untersucht (Lick Obs. *Bull.* 329 [1920] 88). Die Spektra dieser Klasse sind an der mehr brechbaren Seite ziemlich schwach und zeichnen sich durch ein Absorptionsband von λ 4738 bis λ 4650 aus. Sie enthalten eine große Zahl von Absorptionslinien und Hunderte von hellen Linien. Diese Sterne unterscheiden sich durch ihre rote Farbe.

Die *N*-Sterne finden sich am Ende eines Astes der spektralen Hauptreihe; durch die Klasse *R* hängen sie zusammen mit der Klasse *K*. Ihre Stellung in der spektralen Reihenfolge sowie ihre rote Farbe scheinen darauf hinzudeuten, daß sie schon am Erkalten und ihrem gänzlichen Erlöschen nahe sind.

Shane findet eine auffällige Ähnlichkeit zwischen den spektralen Änderungen der *Md*- und der *N*-Sterne. Zwar gibt es einige Unterschiede. So erscheinen bei den *N*-Sternen anfangs $H\alpha$ und $H\beta$, und erst später $H\gamma$, $H\delta$ und vielleicht $H\zeta$. Auch sind die *D*-Linien des *Na* bei den *Md*-Sternen schwierig zu beobachten, da sie innerhalb eines Titanbandes fallen, wodurch sie im Lichtminimum fast ganz absorbiert werden. Bei den *N*-Sternen dagegen sind die *D*-Linien, ganz besonders im Minimum, breit, bis zu 50 oder 100 Å.E. Doch hält Shane diese Unterschiede für ziemlich unwichtig und meint, daß hier dieselben Ursachen der Veränderlichkeit vorwalten wie bei den *Md*-Sternen. Vor allen andern Erklärungen gibt er Merrills Schleiertheorie den Vorzug. Überhalb der schweren und kühlen umkehrenden Schicht, welche die Absorptionslinien verursache, finde sich der Stoff, der die hellen Linien erzeuge, und das Ganze sei umgeben von einer Atmosphäre, die wenigstens teilweise aus Kohlendampf bestehe. Die äußeren Schichten dieser Atmosphäre zögen sich zu Wolken zusammen, deren selektive Absorption in den kürzeren Wellenlängen die bezeichnende rote Farbe des Sterns erkläre. Bei fortgeschrittener Verdichtung der äußeren Atmosphäre durch Wärmeverlust könne die Absorption bis zur völligen Erlöschung des Sternes zunehmen.

31. In den *Publications ASP* 33 (1921) 206 bespricht Merrill eine Gruppe von langperiodischen Veränderlichen, deren Spektra weder zur Stufe *M* noch zur Stufe *N* gehören, und die als „peculiar" bezeichnet werden. Unter diesen Sternen befinden sich beispielsweise *R Cygni* und *R Andromedae*. Weil aber ihre Lichtkurven denen der *M*- und *N*-Sterne ganz ähnlich sind, so schließt Merrill, „that the general cause of the light variations is essentially the same in both cases, with the possibility that the differences in spectrum are due to differences in certain conditions which are not of great importance in controlling the amount of light radiated, or perhaps to differences in chemical composition".

Dritter Abschnitt.

Die Blinksterne.

Einleitende Erklärungen.

Unter dem Namen Blinksterne werden die Sterne der Typen *δ Cephei*, *ζ Geminorum* und *RR Lyrae* (Antalgoltypus, auch Kumulustypus genannt) zusammengefaßt. Eine vortreffliche Übersicht der Eigentümlichkeiten der Blinksterne findet sich in Guthnicks „Physik der Sterne“ („Kultur der Gegenwart“ III. Bd, Nr 3, Astronomie) S. 452 ff. Hier mag es genügen, zur Einleitung einige allgemeine Merkmale des Lichtwechsels anzuführen und daran sogleich eine Tabelle anzuschließen, welche die Übersicht dieses dritten Abschnitts erleichtern wird.

1. Der Umfang des Lichtwechsels übersteigt selten eine Größenklasse. Die Lichtkurven der *δ Cephei*- und *RR Lyrae*-Arten sind meistens sehr unsymmetrisch, mit steilem Anstieg zum Maximum und langsamerem Abfall zum Minimum, die der *ζ Geminorum*-Sterne mehr symmetrisch. Die Grenzen zwischen den drei Typen lassen sich nicht scharf ziehen. Die Lichtkurven des *RR Lyrae*-Typus sind schnell und ziemlich stark veränderlich, die übrigen nur langsam und wenig. Die Periodenlänge, die in der Regel sehr konstant ist, liegt bei den *RR Lyrae*-Sternen unter einem Tag, mit ausgesprochener Häufung um den Wert $0^d.5$, bei den zwei andern Typen zwischen einem Tag und ein bis zwei Monaten, mit Häufung um den Wert $5^d.5$.

Der erste Blinkstern, in dessen Spektrum periodische Verschiebungen der Linien entdeckt wurden, war *δ Cephei* (Belopolsky, 1894); die Verschiebungen wurden, wie selbstverständlich, nach dem Dopplerschen Prinzip gedeutet, und daraus konnte die spektroskopische Bahn der allein sichtbaren hellen Komponente berechnet werden. Seitdem sind noch etwa siebzehn andere Sterne dieser Klasse hinzugekommen, für die wir alle bekannten Eigenschaften tabellarisch zusammenstellen.

2. Die folgende Übersichtstabelle entnehmen wir einer Arbeit Hellerichs in Nr 5149 der *AN* (1922), mit Ausnahme der Spalten 3, 4, 6, 7 und 10, die wir in der Hauptsache aus dem vorhin genannten Werke von Guthnick übernahmen. In dieser Tabelle sind die Sterne nach wachsender Periodenlänge P geordnet. K bedeutet die einfache Amplitude der Geschwindigkeitskurve, $a_1 \sin i$ die projizierte halbe Bahnachse der sichtbaren Komponente (m_1), ω die Länge des Periastrons vom aufsteigenden Knoten an, und $f(m_1, m_2)$ die Massenfunktion $m_2^3 \sin^3 i / (m_1 + m_2)^2$. Ferner bedeuten $M - m$ die Zeitdifferenz zwischen Lichtmaximum und -minimum, ΔM und Δm die Differenzen zwischen den Zeiten der Knotendurchgänge und der Lichtmaxima und -minima, v_M und v_m die den Lichtmaxima und -minima entsprechenden wahren Anomalien, l_M und l_m die dazugehörenden, um ω vermehrten mittleren Anomalien ($l = M + \omega$).

Die Elemente der Blinksterne.

Nr	Stern	Max.	Min.	P	K (km)	$a_1 \sin i$ (10^a km)	e	ω	$f(m_1, m_2)$ ($10-4\odot$)	$M-m$	ΔM	Δm	v_M	v_m	l_M	l_m
1	12 *Lacertae*	$5^m.2$	$5^m.1$ [1]	$0^d.19$	16 9	0.045	0.00	—	1	$0^d.09$	$+0^d.027$	$+0^d.02$	—	—	$+131^0$	$+37^0$
2	β *Cephei*	3 .3	3 .35	0 .19	15.8	0.045	0.04	$2^0.6$	0.8	0 .09	+0 .036	+0 .03	—	—	+112	+57
3	*RR Lyrae*	7 .2	8 .1	0 .57	22.2	0.17	0.26	110 .8	5.7	0 .12	+0 .06	−0 .02	$+15^0$	-96^0	+119	+43
4	*SZ Tauri*	7 .2	7 .7	3 .1	10.6	0.46	0.24	76 .7	4	1 .58	+0 .32	+0 .78	+62	−154	+117	−62
5	*RT Aurigae*	4 .9	5 .9	3 .7	17.3	0.83	0.37	95 .0	18	1 .00	+0 .15	+0. 14	+63	−111	+125	+28
6	*SV Cygni*	6 .5	7 .2	3 .8	25	1.35	0.31	108 .0	58	1 .30	+0 .07	+0 .15	+64	−120	+144	+22
7	α *Ursae min.*	2 .1	2 .3	4 .0	3.0	0.16	0.13	80 .0	0.1	1 .80	+0 .18	+0 .32	+84	−109	+149	−14
8	*T Vulpeculae*	5 .5	6 .5	4 .4	17.6	0 97	0.44	102 .6	18	1 .07	+0 .06	+0 .07	+70	−110	+131	+44
9	δ *Cephei*	3 .7	4 .6	5 .4	19.7	1.27	0.48	85 .4	28	1 .43	+0 .04	+0 .36	+91	−115	+123	+27
10	*Y Sagittarii*	5 .8	6 .6	5 .8	19.0	1.48	0.20	37 .3	39	1 .50	+0 .77	−0 .17	+102	−22	+117	+23
11	*X Sagittarii*	4 .4	5 .0	7 .0	15.8	1.31	0.40	93 .7	18	2 .30	−0 .05	+0 .48	+90	−119	+139	+21
12	η *Aquilae*	3 .7	4 .5	7 .2	20.6	1.77	0.47	65 .6	43	2 .38	+0 .03	+0 .75	+113	−117	+123	+4
13	*W Sagittarii*	4 .6	5 .4	7 .6	19.5	1.93	0.36	43 .2	55	2 .50	+0 .51	+0 .43	+119	−77	+121	+3
14	*S Sagittae*	5 .4	6 .1	8 .4	19	2.00	0.60	75 .5	45	2 .43	−0 .28	+0 .90	+119	−129	+122	+18
15	ζ *Geminorum*	3 .7	4 .3	10 .2	13.2	1.80	0.20	338 .3	23	5 .15	+0 .78	+0 .36	+183	+2	+163	−20
16	*X Cygni*	6 .3	7 .2	16 .4	28	6.1	0.25	101 .1	340	4 .6	+1 .45	+1 .30	+34	−127	+121	0
17	*Y Ophiuchi*	6 .2	7 .0	17 .1	8.5	2.00	0.16	224 .8	8	6 00	+2 .64	−1 .13	−107	+154	+136	+10
18	*l Carinae*	3 .6	5 .0	35 .5	18.9	8.59	0 36	99 .5	210	13 .0	+3 .23	+6 .33	+22	−149	+109	−22

[1] Nach brieflicher Mitteilung von Herrn Prof. Guthnick schwankt der Umfang des Lichtwechsels zwischen $0^m.04$ und $0^m.14$.

Achtes Kapitel.

Die älteren Erklärungsversuche.

A. Unhaltbare Theorien.

Die ältesten Theorien erklärten die Lichtschwankungen, wie es damals am nächsten lag, durch Verfinsterung und Achsendrehung. Beide Theorien hat Goodricke als mögliche Erklärungen der *Algol*-Erscheinungen angeführt (s. Bd I, S. 50). Die Achsendrehung findet sich sogar schon bei Newton erwähnt; in seinen *Princ. math.* (ed. 3, 1726, lib. 3, p. 526) sagt er von den periodischen Veränderlichen: „Videntur . . . revolvendo partem lucidam et partem obscuram per vices ostendere."

Heute, wo die verschiedenen Klassen von Veränderlichen Sternen getrennt behandelt werden, kann natürlich keine Rede mehr davon sein, für alle Klassen eine gemeinsame Theorie aufzustellen, und gerade bei den Blinksternen zeigt es sich, daß jene beiden ältesten Erklärungsversuche ausscheiden.

3. Wir beginnen mit den verschiedenen Ansichten über die Brauchbarkeit der Verfinsterungstheorie.

Schon bald nachdem Belopolsky die ersten Elemente von δ *Cephei* veröffentlicht hatte, bemerkte Roberts, daß Verfinsterung bei Blinksternen nicht in Betracht komme; das Minimum (in absolutem Wert) der Radialgeschwindigkeit fällt nämlich ungefähr eine Fünftelperiode vor das Lichtminimum (A. W. Roberts, Close Binary Systems and their Relation to Short-period Variations: *ApJ* 2 [1895] 283).

Tikhoff verglich die von Belopolsky spektrographisch gefundenen Geschwindigkeitskurven von δ *Cephei* und η *Aquilae* mit den visuellen Lichtkurven dieser Sterne und fand einen Unterschied von 26 bzw. 46 Stunden zwischen den beiden Epochen. Dieser Zeitunterschied, meinte er damals, lasse sich durch die Annahme erklären, daß die ultravioletten (photographischen) Strahlen wegen der Dispersion im kosmischen Raum 26 bzw. 46 Stunden weniger brauchen, um zu uns zu kommen, als die visuellen. Später jedoch hat er seine Meinung selbst als unhaltbar aufgegeben.

Nordmann hingegen glaubte die Verfinsterungshypothese durch eine andere Erklärung für diese Sterne retten zu können. Er schreibt im *Bulletin Astr.* 26 (1909) 7: „Les différences trouvées entre les points tropiques des courbes de lumière et de vitesse radiale sont . . . simplement attribuables . . . à ce fait que le périgée de l'étoile variable ne se trouve pas sur le rayon vecteur mené de la terre; c'est un effet naturel de l'excentricité de l'orbite de ces systèmes binaires et qui sert couramment à en calculer les éléments." In der Fußnote wird dann auf Andrés „Astronomie stellaire" II 284 verwiesen.

Daß man bei Erklärung des genannten Zeitunterschiedes auch mit der von Nordmann erwähnten Ursache rechnen muß, ist allerdings richtig; die Lage des

Periastrons gegen die Gesichtslinie genügt aber jedenfalls nicht zur Deutung der bei δ *Cephei* und η *Aquilae* gefundenen Phasenunterschiede. André führt als Elemente von δ *Cephei* und η *Aquilae* die von Belopolsky aufgestellten an:

δ *Cephei*: $e = 0.46$, $\lambda = 272^0.3$, $T = +1^d.09$, $P = 5^d\,9^h$ (*AN* Nr 3257);
η *Aquilae*: $e = 0.163$, $\lambda = 90^0$, $T = +2^d.0$, $P = 7^d\,4^h$ (*ApJ* 6 [1897] 393).

Hier bedeutet λ die Bahnlänge des Periastrons vom aufsteigenden Knoten an, T die Epoche des Periastrondurchgangs vom Lichtminimum an gerechnet. Die große Bahnachse liegt also für beide Sterne fast genau in der Projektion der Sehlinie auf die Bahnebene, und das Minimum der Radialgeschwindigkeit fällt somit ebenso genau mit der Konjunktion der beiden Komponenten zusammen. Eine Erklärung des Lichtwechsels durch die Verfinsterungshypothese bleibt nach wie vor ganz unwahrscheinlich. Vielleicht liegt bei Nordmann eine Verwechslung vor, da man bei den Verfinsterungs-Veränderlichen die Länge des Periastrons öfters von der Konjunktion aus rechnet (vgl. André a. a. O. S. 254, Nr 425). Aber auch wenn die große Bahnachse mit der Knotenlinie zusammenfiele, würde die Zeitdifferenz keinen so hohen Betrag erreichen, wie die Beobachtungen fordern. Die Radialgeschwindigkeit der Bahnbewegung ist Null in dem Punkt, wo die Bedingung erfüllt ist:

$$e\cos\lambda + \cos(\lambda + v) = 0.$$

Darin bezeichnet v die wahre Anomalie und λ die Bahnlänge des Periastrons vom aufsteigenden Knoten an gerechnet. Wenn $\lambda = 0$ oder 180^0 ist, so wird

$$\cos v = -e.$$

Setzt man $e = 0.5$, so ist $v = 120^0$ oder 240^0, und die gesuchte Zeitdifferenz zwischen Konjunktion und Epoche der Radialgeschwindigkeit Null ist $\pm 0.070\,P$, während die bei δ *Cephei* und η *Aquilae* beobachteten Differenzen $0.20\,P$ bzw. $0.27\,P$ betragen.

Zu bemerken ist aber, daß, wenn die Neigung ε der Bahn zur Sehlinie nicht verschwindend gering ist, die Konjunktion nicht mit dem Zeitpunkt der geringsten scheinbaren Entfernung ρ zwischen den Mittelpunkten der beiden Komponenten zusammenfällt. Wäre z. B. $\varepsilon = 30^0$, so würde in dem betrachteten hypothetischen Falle ($e = 0.5$, $\lambda = 0^0$ oder 180^0) das Maximum der Verfinsterung $\mp 0.014\,P$ nach der Konjunktion fallen; mithin würde das Zeitintervall zwischen Lichtminimum und Radialgeschwindigkeit Null $\pm 0.084\,P$ betragen.

4. Daß die Verfinsterungstheorie bei den Blinksternen versagt, läßt sich überzeugend auf mathematischem Wege dartun.

Wenn die Apsidenlinie keine unveränderliche Lage hat, sondern in der Bahnebene umläuft, so werden die drei Punkte in der Bahn, wo die Konjunktion stattfindet, wo die scheinbare Entfernung ρ ein Minimum und wo die Radialgeschwindigkeit Null ist, periodisch schwanken.

Es seien

v_2 die wahre Anomalie des Konjunktionspunktes,
v_3 „ „ „ im Punkte „ρ = Minimum“,
v_1 „ „ „ im Punkte „Radialgeschwindigkeit = 0“

und M_2, M_3, M_1 die entsprechenden mittleren Anomalien. Dann werden wir zunächst zwei Fragen allgemein zu lösen haben:

(1) Für welchen Wert von v_2 ist der absolute Betrag von $v_3 - v_2$ bzw. $v_2 - v_1$ ein Maximum?[1]

(2) Für welchen Wert von v_2 ist der absolute Betrag von $M_3 - M_2$ bzw. $M_2 - M_1$ ein Maximum?

a) Die erste Frage läßt sich leicht allgemein lösen. Es ist

$$e \cos \lambda + \cos (\lambda + v_1) = 0,$$

oder, da $\lambda = 90^0 - v_2$,

$$e \sin v_2 + \sin (v_2 - v_1) = 0; \tag{1}$$

daher ist offenbar:

$$\text{Maximum } |v_2 - v_1| = arc \sin e \qquad \left(\text{für } v_2 = \frac{\pi}{2}\right).$$

Ferner haben wir:

$$\rho^2 = r^2 \sin^2 (v_2 - v_3) + r^2 \cos^2 (v_2 - v_3) \sin^2 \varepsilon.$$

Um das Minimum von ρ bei gegebenem v_2 zu bestimmen, differenziere man das zweite Glied nach v_3 und setze den Differentialquotienten gleich Null:

$$\begin{aligned} &- (1 + e \cos v_3) \sin (v_2 - v_3) \cos (v_2 - v_3) \cos^2 \varepsilon + \\ &+ e \sin v_3 \{1 - \cos^2 (v_2 - v_3) \cos^2 \varepsilon\} = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Ersetzt man v_3 durch $v_2 - (v_2 - v_3)$, so folgt aus der Bedingung

$$\frac{d (v_2 - v_3)}{d v_2} = 0$$

die Gleichung:

$$\sin v_3 \sin (v_2 - v_3) \cos (v_2 - v_3) \cos^2 \varepsilon + \cos v_3 \{1 - \cos^2 (v_2 - v_3) \cos^2 \varepsilon\} = 0. \tag{3}$$

Aus (2) und (3) ergibt sich:

$$\cos v_3 = - e;$$

$$\cos (2 v_2 - v_3) = - e \frac{1 + \sin^2 \varepsilon}{1 - \sin^2 \varepsilon}, \tag{4}$$

woraus man leicht $v_2 - v_3$ findet; der gesuchte Maximalwert ist nämlich der, welcher für $\varepsilon = 0$ selbst gleich Null wird.

[1] Entsprechend der Natur der Aufgabe wird immer vorausgesetzt, daß $|v_2 - v_3|$ und $|v_1 - v_2|$ kleiner als 90° sind.

b) Nun gehen wir zur zweiten Frage über und besprechen zunächst das Maximum von $M_2 - M_1$. Es ist wie oben in a):

$$e \sin v_2 + \sin (v_2 - v_1) = 0. \tag{1}$$

Da

$$M_2 - M_1 = c \int r^2 dv \qquad \text{(Grenzen: } v_1 \text{ bis } v_2\text{)},$$

so ergibt sich als erste Bedingung:

$$\delta \int r^2 dv = 0 \qquad \text{(Grenzen: } v_1 \text{ bis } v_2\text{)}$$

und folglich:

$$r_2^2 dv_2 - r_1^2 dv_1 = 0, \qquad r_1^2 d(v_2 - v_1) + (r_2^2 - r_1^2) dv_2 = 0.$$

Nach (1) hat man ferner:

$$\cos (v_2 - v_1) d(v_2 - v_1) + e \cos v_2 dv_2 = 0,$$

und aus den zwei letzten Gleichungen die zweite Bedingung:

$$\begin{vmatrix} r_1^2 & r_2^2 - r_1^2 \\ \cos (v_2 - v_1) & e \cos v_2 \end{vmatrix} = 0. \tag{5}$$

Wenn e gegeben ist, kann man aus (1) und (5) die Größen v_1 und v_2 finden, und aus diesen M_1 und M_2. Da aber die direkte Lösung schwierig ist, gebrauchen wir eine andere Methode, um die Übersicht über die Maximalwerte von $M_2 - M_1$ zu gewinnen. Dazu leiten wir aus den beiden Gleichungen (1) und (5) die folgende ab:

$$\begin{aligned}(1 + e \cos v_2)^2 - (1 + e \cos v_2) \cos^3 (v_2 - v_1) + \\ + \{1 - \cos (v_2 - v_1)\} \cos^3 (v_2 - v_1) = 0.\end{aligned} \tag{6}$$

Von einem bestimmten Wert von $v_2 - v_1$ ausgehend, berechnen wir aus (1) und (6) die zugehörigen Werte von $1 + e \cos v_2$ und $e \sin v_2$. Die Gleichung (6) liefert zwei Werte für $1 + e \cos v_2$, die zusammenfallen, wenn

$$\cos^3 (v_2 - v_1) - 4 \{1 - \cos (v_2 - v_1)\} = 0.$$

Dann ist

$$v_2 - v_1 = \pm 32^\circ 2'.2, \qquad e = 0.875, \qquad v_2 = \mp 142^\circ 40'.$$

Dies ist auch der größte Wert, den $v_2 - v_1$ erreicht unter der Bedingung, daß $M_2 - M_1$ ein Maximum darstellt. Solange $v_2 - v_1$ kleiner ist als dieser Grenzwert, gibt es zwei Werte von e, von denen der eine kleiner, der andere größer ist als 0.875. Die Werte größer als 0.875, die für unsern Zweck keine Bedeutung haben, lassen wir außer Betracht.

Nachstehende Tabelle zeigt das Ergebnis der Rechnung. Die letzte Spalte enthält die Maximalwerte der Zeitdifferenzen zwischen „ϱ = Minimum“ und „Radialgeschwindigkeit = Null“.

$v_2 - v_1$	e	v_2	$M_2 - M_1$	$\tau_2 - \tau_1$
$\pm$ 5°	0.088	$\mp$ 99° 57′	$\pm$ 5° 7′	$\pm$ 0.014 P
10	184	109 7	11 6	031
15	292	117 25	18 55	053
20	415	124 34	30 1	083
23 3′.6	500	128 27	39 24	109
25	559	130 51	47 3	131
30	735	137 10	77 50	216
32	860	141 59	111 4	309
32° 2′.2	875	142 40	115 44	321

Solange $e < 0.5$, erreicht $\tau_2 - \tau_1$ höchstens ein Zehntel der Periodenlänge. Aus den gefundenen Zahlen läßt sich leicht durch graphische Interpolation der Maximalwert von $\tau_2 - \tau_1$ für eine beliebige Exzentrizität bestimmen.

c) Zur Erledigung der zweiten Frage ist nun noch das Maximum von $M_2 - M_3$ zu ermitteln. Nach (2) S. 139 wird die zum Minimum von ρ gehörige Anomalie v_3 bestimmt durch

$$(2) \qquad \begin{aligned} &-(1 + e\cos v_3)\sin(v_2 - v_3)\cos(v_2 - v_3)\cos^2\varepsilon + \\ &+ e\sin v_3\{1 - \cos^2(v_2 - v_3)\cos^2\varepsilon\} = 0. \end{aligned}$$

Setzt man der Kürze halber

$$v_2 - v_3 = \alpha, \qquad \sin\alpha\operatorname{cotg}\varepsilon = \operatorname{tg}\varphi, \qquad \operatorname{tg}\alpha\operatorname{cosec}^2\varphi = A,$$

so folgt aus (2) die Differentialbedingung:

$$(7) \qquad (e\sin v_3 + Ae\cos v_3)\,dv_3 + e\sin v_3\sec^2\varphi\,(\sec^2\alpha - 2\sin^2\varphi)\,d\alpha = 0.$$

Diese liefert in Verbindung mit

$$(8) \qquad (r_2^2 - r_3^2)\,dv_3 + r_2^2\,d\alpha = 0$$

eine zweite Gleichung zur Bestimmung von v_2 und v_3, und daraus das Maximum von $\tau_2 - \tau_3$, wenn e und ε gegeben sind.

Auch hier soll zur Lösung der indirekte Weg befolgt werden. Aus (2) und der Resultante von (7) und (8) leiten wir eine Gleichung zweiten Grades in $(1 + e\cos v_3)$ ab, deren Koeffizienten die Exzentrizität nicht mehr enthalten. Diese Gleichung gestaltet sich aber hier nicht so einfach wie im vorhergehenden Fall. Setzt man nämlich

$$z = (1 + e\cos v_3)\cos\alpha$$

und führt noch die Hilfswinkel ψ und χ ein:

$$\operatorname{tg}\psi = \operatorname{tg}\alpha\cos\varphi, \qquad \cos\chi = \cos\alpha\cos\varphi,$$

so nimmt die gesuchte Gleichung die Form an:

$$\begin{aligned} z^2(\sec^2\psi - \cos 2\chi\cos^2\varphi) - z(\operatorname{tg}^2\psi\sec^2\varphi\cos\alpha + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha\cos 2\chi) - \\ 4\sin^4\tfrac{1}{2}\alpha\cos 2\chi\sec^2\varphi = 0. \end{aligned}$$

Aus dieser Gleichung findet man $1 + e\cos v_3$ als Funktion von $v_2 - v_3$, und aus (2) $e\sin v_3$. Im folgenden sind für einige Werte von $v_2 - v_3$ und ε die zugehörigen Werte von e und v_2 abgeleitet; die Rechnung wurde auf die Fälle beschränkt, wo $v_2 - v_3 \geq 2^0$, $\varepsilon \leq 30^0$ und e nicht erheblich größer ist als 0.5.

$v_2 - v_3$	ε	15°	20°	25°	30°
$\pm 2^0$	v_2	$\pm 147^0\,25'$	$\pm 130^0\,8'$	$\pm 117^0\,24'$	$\pm 110^0\,11'$
	e	0.497	0.275	0.164	0.106
	$M_2 - M_3$	$\pm 3^0\,49'$	$\pm 2^0\,39'$	$\pm 2^0\,14'$	$\pm 2^0\,7'$
	$\tau_2 - \tau_3$	$\pm 0.011\,P$	$\pm 0.007\,P$	$\pm 0.006\,P$	$\pm 0.006\,P$
$\pm 4^0$	v_2		$\pm 148^0\,9'$	$\pm 135^0\,31'$	$\pm 125^0\,11'$
	e		0.508	0.327	0.214
	$M_2 - M_3$		$\pm 7^0\,47'$	$\pm 5^0\,38'$	$\pm 4^0\,48'$
	$\tau_2 - \tau_3$		$\pm 0.022\,P$	$\pm 0.016\,P$	$\pm 0.013\,P$
$\pm 6^0$	v_2			$\pm 146^0\,3'$	$\pm 135^0\,37'$
	e			0.459	0.314
	$M_2 - M_3$			$\pm 10^0\,29'$	$\pm 8^0\,17'$
	$\tau_2 - \tau_3$			$\pm 0.029\,P$	$\pm 0.023\,P$
$\pm 8^0$	v_2			$\pm 152^0\,40'$	$\pm 143^0\,14'$
	e			0.553	0.398
	$M_2 - M_3$			$\pm 16^0\,37'$	$\pm 12^0\,39'$
	$\tau_2 - \tau_3$			$\pm 0.046\,P$	$\pm 0.035\,P$
$\pm 10^0$	v_2				$\pm 148^0\,15'$
	e				0.463
	$M_2 - M_3$				$\pm 17^0\,32'$
	$\tau_2 - \tau_3$				$\pm 0.049\,P$

d) Nachdem die beiden S. 139 gestellten Fragen allgemein gelöst sind, kommen wir jetzt zu der Hauptfrage:

(3) Für welchen Wert von v_2 ist der absolute Betrag von $v_1 - v_3$ bzw. $M_1 - M_3$ ein Maximum?

Diese Frage direkt zu lösen, wäre eine sehr verwickelte Aufgabe. Wir bemerken aber Folgendes:

Aus der Gleichung (1) geht hervor, daß $v_1 - v_2$ immer das Vorzeichen von $\sin v_2$, und aus (2), daß $v_2 - v_3$ immer das Vorzeichen von $\sin v_3$ hat. Da aber nach (2) die Differenz $v_2 - v_3$ nur dann gleich Null wird, wenn $v_3 (= v_2) = 0$ oder 180^0 ist, so müssen v_2 und v_3 beide entweder kleiner oder größer als 180^0 sein. Daher haben $\sin v_2$ und $\sin v_3$ das gleiche Vorzeichen, ebenso $v_1 - v_2$ und $v_2 - v_3$; mit andern Worten: die Punkte P_1 und P_3 liegen stets auf verschiedenen Seiten von P_2. Wenn also $v_1 - v_2$ und $M_1 - M_2$ einerseits, $v_2 - v_3$ und $M_2 - M_3$ anderseits ihre Maxima bei derselben Lage der Bahnachse erreichten, so wären die Maxima von $v_1 - v_3$ und $M_1 - M_3$ einfach die Summen der Maxima von $v_1 - v_2$ und $v_2 - v_3$, bzw. von $M_1 - M_2$ und $M_2 - M_3$. Dies trifft aber nicht zu. Folglich

müssen die gesuchten Maxima kleiner sein als diese Summen. Beschränkt man die Rechnung auf die Fälle, wo $\varepsilon \leqq 30^0$ und $e \leqq 0.5$ ist, so wird aus den berechneten Tabellen ersichtlich, daß der größte Wert von $M_1 - M_3$ im günstigsten Fall $0.16\,P$ nicht überschreiten kann. Eine Zeitdifferenz von $0.20\,P$ und mehr zwischen Lichtminimum und Radialgeschwindigkeit Null ist in der Verfinsterungshypothese unerklärlich.

e) Wenn man die dritte und die höheren Potenzen von e vernachlässigt, so kann man setzen:

$$\begin{aligned}
\text{statt (1):}\quad & v_1 - v_2 = e \sin v_2 = -e \sin \omega = -y, \\
\text{statt (2):}\quad & v_2 - v_3 = -y \operatorname{tg}^2 \varepsilon\,(1 - x \sec^2 \varepsilon), \qquad (e \cos \omega = x) \\
\text{mithin:}\quad & v_1 - v_3 = -y \sec^2 \varepsilon\,(1 - x \operatorname{tg}^2 \varepsilon); \\
\text{und da:}\quad & v_1 - v_3 = (M_1 - M_3)\,(1 + 2x + \cdots), \\
\text{so wird:}\quad & M_1 - M_3 = -y \sec^2 \varepsilon \{1 - x(1 + \sec^2 \varepsilon)\} + \cdots
\end{aligned}$$

Um das Maximum von $M_1 - M_3$ zu finden, differenziere man nach ω. Die Bedingung ist diese:

$$2x^2(1 + \sec^2 \varepsilon) - x - e^2(1 + \sec^2 \varepsilon) = 0. \tag{9}$$

Die negative Wurzel ist die gesuchte; ist x bekannt, so findet man y (einen positiven und einen negativen Wert) und $M_1 - M_3$.

Mit Hilfe der Gleichung (9) läßt sich auch für größere Werte von e ein guter Näherungswert des gesuchten Maximums bestimmen; man findet:

$$\begin{aligned}
&\text{für } e = 0.5 \text{ und } \varepsilon = 0^0: \quad M_1 - M_3 < 0.103\,P, \\
&\text{für } e = 0.5 \text{ und } \varepsilon = 30^0: \quad M_1 - M_3 < 0.146\,P.
\end{aligned}$$

5. Was die Achsendrehung betrifft, so hat H. N. Russell in der 16. Versammlung der *Amer. Ass. A. S.* (1913) die Unmöglichkeit bewiesen, durch die Fleckentheorie den Lichtwechsel der δ *Cephei*-Sterne physikalisch zu erklären. Er hat die Lichtkurven von fünf Sternen dieses Typus in periodische Reihen von der Form entwickelt:

$$L = A_0 + A_1 \cos(\theta + \alpha_1) + A_2 \cos(2\theta + \alpha_2) + \cdots \qquad \left(\theta = \frac{2\pi}{P} t\right).$$

Nun kann man allerdings geometrisch jeden willkürlichen Lichtwechsel darstellen, wenn man eine sich drehende, bis auf einen schmalen Rand dunkle Kugel annimmt und diesen Rand um die unsichtbare Kalotte des von uns abgewandten Poles herum zieht. Setzt man aber voraus — was vom physikalischen Standpunkt gerechtfertigt ist —, daß zwischen den uns zu- und von uns abgewandten Halbkugeln kein wesentlicher Unterschied besteht, so kann man beweisen, daß jedes Glied $A_n \cos(n\theta + \alpha_n)$ einen gewissen Betrag $R_n A_n$ konstanten Lichtes darstellt. Ist aber $\Sigma R_n A_n > A_0$, so kann der beobachtete Lichtwechsel nicht durch einförmige Umdrehung eines konvexen Körpers erklärt werden, der mit Flecken von unveränderlicher Lage und Helligkeit behaftet ist, die gleichmäßig über die

beiden Halbkugeln verteilt sind. Das trifft nun bei den fünf untersuchten δ *Cephei*-Sternen zu. Das gleiche gilt überhaupt für jeden Stern dieses Typus, dessen Helligkeitszunahme weniger als eine Viertelperiode dauert. Nur ein Lichtwechsel wie der bei den ζ *Geminorum*-Sternen könnte durch die Umdrehung einer fleckigen Kugel hervorgerufen werden.

B. Die allgemeine Fluthypothese.

Der Einfluß der Gezeiten auf die Strahlungsenergie spielt in den meisten Hypothesen zur Lösung des Blinksternproblems, von denen in diesem Abschnitt die Rede ist, eine mehr oder weniger wichtige Rolle. An erster Stelle möge deshalb die allgemeine Fluthypothese erwähnt werden, wie sie W. Klinkerfues in den Göttinger *Nachrichten* 1865, S. 1 ff ausführlich behandelt hat. Klinkerfues stellte seinen Erklärungsversuch für alle Veränderlichen ohne Ausnahme, selbst für die Neuen Sterne auf; die Hypothese ist aber tatsächlich nur auf kurzperiodische Sterne angewandt worden, die für Doppelsysteme gehalten werden konnten.

6. Da der Gedankengang von Klinkerfues im einzelnen vielleicht weniger bekannt ist, führen wir ihn mit dessen eigenen Worten an.

Klinkerfues bespricht zuerst kurz die verschiedenen ihm bekannten Hypothesen zur Erklärung des Lichtwechsels: die Sonnenfleckenhypothese, die Schlackenhypothese, die Nutationshypothese bei stark abgeplatteten Körpern, die Satellitenhypothese. Dann weist er auf gewisse Eigentümlichkeiten im Lichtwechsel einiger Veränderlichen hin, die in keiner dieser Hypothesen für sich genommen eine genügende Erklärung finden, so z. B. das raschere Aufsteigen der Helligkeit, die rote Farbe vieler Veränderlichen in der Nähe des Minimums, überhaupt das sozusagen charakteristische Vorherrschen der roten Farbe. Hierauf entwickelt er seine Hypothese folgenderweise:

„Der in Rede stehende Lichtwechsel erklärt sich bis in die letzterwähnten Einzelheiten, wenn man annimmt:

„1) daß die Fixsterne Gasatmosphären haben, wie bei unserer Sonne aus physikalischen Gründen und gewissen Beobachtungen außer Zweifel steht, und daß diese Atmosphären einen Teil des vom Sterne uns zugesandten Lichtes absorbieren;

„2) daß die Veränderlichen äußerst enge Doppel- oder mehrfache Sterne sind, worin der gegenseitige Abstand der Komponenten bis zur Größe von einigen wenigen Durchmessern der Körper heruntersinken kann.

„Was 1) betrifft, so wird die Existenz verschieden absorbierender Atmosphären durch die Untersuchung der Spektra der Sterne · · · wohl zur Genüge dargetan. Außerdem muß man nach dem jetzigen Stande der Wärmelehre annehmen, daß der Sonnenkörper die außerordentlich hohe Temperatur, welche derselbe zu haben scheint, auch wirklich besitzt, demnach ein unverhältnismäßig großer Teil seiner Masse in gasförmigen Aggregatzustand übergeführt ist. Gleiches wird bei

den Sternen der Fall sein. Daß die Absorption auch die Farbe ändern kann, ist bekannt; wir sehen z. B. durch die Absorption unserer Atmosphäre die auf- und untergehende Sonnenscheibe rot oder gelbrot, weil alle andre Farben in diesem Falle absorbiert werden. Rot ist überhaupt diejenige, welche am häufigsten bei starken Absorptionen erscheint.

„In Betreff der Annahme 2) würden wir solche Systeme zwar für ungewöhnlich erklären müssen, wie es die zu erklärende Erscheinung selbst ja ist, keineswegs aber ihr Vorkommen für unwahrscheinlich, und am allerwenigsten für unmöglich. Daß die engsten Doppelsterne, welche mit den mächtigsten Fernrohren als solche erkannt wurden, doch bei weitem nicht die engsten sind, welche überhaupt vorkommen, kann man mit großer Zuversicht behaupten. Zudem, wenn wir sehen, daß bei den Doppelsternen alle möglichen Exzentrizitäten von der Kreisbahn bis zur Parabel vertreten sind, welchen Grund hätte man, das Vorkommen aller möglichen Perihel-Abstände und Distanzen zu leugnen? . . . Freilich würde ein solches System nicht immer in dem gewöhnlichen Sinne des Wortes stabil sein; doch darauf kommt offenbar wenig an. Die notwendige Folge einer Annäherung zweier solcher Massen, wie die Sonne, bis auf eine Million Meilen (welches indessen noch keineswegs als die geringste mögliche Entfernung angesehen werden darf) würde eine durch die gegenseitige Attraktion bedingte Gestaltsveränderung oder Ebbe und Flut ihrer Gasatmosphären sein, welche die durch den Mond bei uns hervorgebrachten Erscheinungen derselben Art an Größe mehrere hunderttausendmal übertreffen. Nach bekannten Prinzipien kann man sich davon leicht überzeugen. Die leuchtende Schicht oder sogenannte Photosphäre, welche den festen Sonnenkörper umgibt, kann an diesen Veränderungen ihrer weit geringeren Tiefe wegen nur unerheblichen Anteil nehmen, während dagegen der Durchmesser der Gasatmosphären in einer bestimmten Richtung, z. B. in der Richtung nach der Erde, um tausend und mehr Meilen sich ändern kann. Je nachdem Flut oder Ebbe in dieser Richtung statt hätte, würde die durch die Atmosphäre bewirkte Lichtabsorption gesteigert oder verringert sein, und es würde demnach die Flut einem Minimum, die Ebbe einem Maximum entsprechen. Die Größe des Lichtwechsels wird dabei wesentlich bedingt sein von der absorbierenden Kraft, welche bei den Atmosphären verschiedener Sterne sehr verschieden sein wird. Dem Stern von 1572 würde man, wenn man denselben, wie neuerdings Argelanders Untersuchungen ziemlich wahrscheinlich machen[1], als einen Veränderlichen mit der Periode von etwa 313 Jahren betrachten will, eine stark absorbierende Atmosphäre zuschreiben müssen. Dann kann man sich den Vorgang dabei wie folgt denken. Die Absorption verhindert, daß, trotz der starken Lichtproduktion der Photosphäre, der Stern für uns für

[1] Diese Behauptung ist unrichtig; Argelanders Untersuchungen über Tychos Nova (*AN* 62 [1864] 273) beschränken sich ausschließlich auf die Position der Nova. Die in Humboldts *Kosmos* III (1850) 228 mitgeteilten Vermutungen sind wissenschaftlich wertlos.

gewöhnlich, d. h. während des bei weitem größten Teiles seiner Periode, gesehen wird. Ein zweiter, für gewöhnlich oder vielleicht auch immer unsichtbarer Körper umkreist den ersteren in einer sehr exzentrischen Bahn von 313 Jahren Umlaufszeit und bewirkt bei seinem Periheliumdurchgange für die Dauer einiger Monate eine so gelegene Ebbe der Gasatmosphäre, daß die Absorption in der uns treffenden Richtung beinahe wegfällt. So wie der Körper sich von seinem Perihel entfernt, stellt sich allmählich der gewöhnliche Zustand wieder her. . . .

„Wie schon angeführt, haben die Doppelsternbahnen keine Tendenz zur Kreisform, wie unsere Planeten- und Satelliten-Bahnen; dies wird auch von der engsten Klasse, welche die der Veränderlichen konstituieren würde, gelten. Es erklärt dieser Umstand, und wenn man bedenkt, daß die fluterzeugende Kraft mit dem Kubus der Entfernung abnimmt, warum nicht während jeder Periode zwei Maxima und zwei Minima bemerkt werden. Das zweite Maximum und Minimum kann nur bei einer nahe kreisförmigen Bahn zustande kommen. In der 13tägigen Periode von β *Lyrae* kommt diese Duplizität wirklich vor, und bei einigen andern Veränderlichen tritt wenigstens eine Tendenz zu solchem Verhalten hervor.

„Die in Rede stehende Hypothese erklärt nicht nur das Vorherrschen der roten Farbe, sondern auch den Umstand, daß die Lichtzunahme durchschnittlich rascher vor sich geht als die Abnahme. Die Gasatmosphäre kann nämlich offenbar die ihr durch die Attraktion aufgenötigte Gestaltsveränderung nicht eingehen, ohne den Widerstand ihrer ruhenden Teile zu überwinden. Es wird deshalb auch hier, in Analogie mit der irdischen Ebbe und Flut, d. h. wie bei der letzteren eine Stauung stattfinden, wonach die Flutwelle von der symmetrischen Gestalt sich weit entfernen kann. Dieselbe wird in der Regel in der der Umlaufsbewegung entgegengesetzten Richtung rascher in Ebbe übergehen, wonach sich die obige Erscheinung erklärt.

„In einem System von mehr als zwei großen Massen gestalten sich unter den obigen Annahmen die Erscheinungen so kompliziert, wie sie bei manchen Veränderlichen, z. B. schon bei *Mira Ceti*, noch besser bei *Variabilis Scuti*, oder bei η *Argus* beobachtet werden. Die Minima der gegenseitigen räumlichen Abstände und die Perioden ihrer Wiederkehr sind dann starken Veränderungen unterworfen. Maxima und Minima des Lichts können unter solchen Umständen eine Zeit lang unmerklich werden, so daß es scheinen kann, der Stern habe aufgehört, veränderlich zu sein. Von *Variabilis* oder *R Coronae* hat man dies wirklich geglaubt, bis er in neuerer Zeit wiederum starke Veränderungen zeigte."

C. Erklärungen durch Wärmestrahlung.

7. Roberts versuchte, nachdem er die Unhaltbarkeit der Verfinsterungstheorie bei Blinksternen erkannt hatte, den Lichtwechsel von δ *Cephei* in folgender Weise zu erklären (*ApJ* 2 [1895] 283):

a) Da die Exzentrizität der Bahn nach Belopolskys ersten Spektrogrammen $\frac{1}{2}$ ist, so muß die Wärme, die dem Satelliten im Periastron mitgeteilt wird, neunmal so groß sein als im Apastron. Die Folge ist, daß beim Übergang vom Apastron zum Periastron eine starke Erhitzung stattfindet. Die größte Erhitzung wird aber erst einige Zeit nach dem Periastrondurchgang erreicht, da die Hitze zunimmt, bis die ausgestrahlte Wärme größer ist als die empfangene. Ebenso tritt das Minimum erst nach dem Apastrondurchgang ein. Darauf nimmt die Hitze schnell zu, da der Satellit sich dem Periastron mit größerer Geschwindigkeit nähert. Die durch die wechselnden Entfernungen verursachten Wärmeschwankungen beschränken sich nicht auf den weniger hellen Begleiter, vielmehr werden Wirkung und Gegenwirkung sich auslösen, Flutströmungen im Verein mit mechanischen und chemischen Kräften werden sich bei jedem Periastrondurchgang bemerkbar machen.

b) Diese Hypothese erklärt nach Roberts die Hauptzüge der Lichtänderung bei den kurzperiodischen Veränderlichen, nämlich erstens den steilen Aufstieg zum Maximum, zweitens die stetige Lichtschwankung und drittens die engen Grenzen der Veränderlichkeit. Eine volle Erklärung biete sie aber nicht, weil eben eine Schwankung von 1.5 bis 2.0 Sterngrößen die Voraussetzung erfordere, daß die Nähe der beiden Sterne im Periastron Flutstörungen und infolgedessen Temperaturerhöhung verursache. Nehme man nämlich an, die Größe des Hauptsterns im δ *Cephei*-System sei $5^{M}.0$, die des Begleiters 7^{M} bis 8^{M}, so sei das vereinigte Licht $4^{M}.9$. Werde also der Satellit im Periastron bis zur Größenklasse 5^{M} erhitzt, so habe man aus beiden zusammen einen Stern gleich $4^{M}.2$, d. h. einen Zuwachs von 0.7 Größenklassen. Es bleibe dann noch ein unerklärter Rest von $0^{M}.5$. Obschon man annehmen könne, daß dieser Rest einer gleichzeitigen Änderung im Lichte des Hauptsterns entspreche, so scheine es doch besser, man gebe zu, daß hier die Theorie nicht ausreiche.

Roberts bemerkt noch, daß man vielleicht das sekundäre Minimum, welches Schur im absteigenden Ast der Lichtkurve von η *Aquilae* fand, durch eine zwischen Periastron- und Apastrondurchgang eintretende Verfinsterung erklären könne. Als „crucial test“ seiner Theorie führt er an: „If the increased light of δ *Cephei* be due to an increase of temperature, consequent on the proximity of the two stars, it is evident that after the companion star passes periastron, and moves rapidly into quadrature, the displacement of *both stars* should be visible in some of the more powerful spectroscopes.“

S. Eddie verwirft die Erklärung von Roberts, weil Belopolsky von einem Doppelspektrum nichts wahrgenommen habe; er will die Ursache des Lichtwechsels einzig den „Flutstörungen“ auf dem hellen Begleiter zuschreiben. Aus seiner Abhandlung „The Short-period Variable δ *Cephei*“ (*ApJ* 3 [1896] 227) teilen wir nur die folgenden zwei Stellen mit: „Might not tidal disturbances and *bodily* tides in the bright member excited upon its closer approach to the ruling dark body at

and near periastron, explain the star's rapid rise in brilliancy, and its periodic variability?" ... „This tidal disturbance would not attain its maximum effect until some time after the luminous member had made its nearest approach to the disturbing body."

Eddie hat seine Annahme, daß das Aufleuchten des Sterns von Erhitzung durch starke Flutreibungen herkomme, nicht mathematisch auf ihre Stichhaltigkeit geprüft; das geschah erst sechs Jahre später durch Bruno Meyermann und jüngst, unabhängig von diesem, durch Pannekoek.

9. Meyermann äußert sich über Eddies Erklärungsversuch in seiner *Dissertation* (Göttingen 1902) S. 43 also: „Es mag auf den ersten Blick erscheinen, als müsse eine Flutreibung, welche so außerordentliche Erhitzungen hervorruft, die Bewegungsverhältnisse des ganzen Systems sehr bald merklich ändern. Es läßt sich jedoch zeigen, daß bei gewissen plausibeln Annahmen der Entfernung, Masse, Dichte und Rotationsgeschwindigkeit des Sternes die Änderung der Umlaufsgeschwindigkeit eine unter der Schwelle der Beobachtungen liegende Grenze nicht überschreitet, der Annahme von Eddie in dieser Hinsicht also nichts im Wege steht." Zweck der hier folgenden Untersuchung ist, diese Behauptung Meyermanns auf ihre Stichhaltigkeit zu prüfen.

Nehmen wir an, es seien zwei Massen, m_1 und m_2, gegeben, deren Umdrehungsgeschwindigkeiten n_1 und n_2, und deren Trägheitsmomente c_1 und c_2 sind. Die Umlaufsgeschwindigkeit sei ω, die Entfernung der beiden Mittelpunkte gleich a. Dann ist die Gesamtenergie des Systems = Energie der Rotation + Energie des Umlaufs + potentielle Energie:

$$(1) \qquad E = \tfrac{1}{2}(c_1 n_1^2 + c_2 n_2^2) + \tfrac{1}{2}\omega^2 a^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} - \frac{k^2 m_1 m_2}{a},$$

oder wenn die Substitution gemacht wird:

$$(2) \qquad \omega^2 a^2 = \frac{k^2 (m_1 + m_2)}{a},$$

$$(3) \qquad E = \tfrac{1}{2}\left\{(c_1 n_1^2 + c_2 n_2^2) - \frac{k^2 m_1 m_2}{a}\right\}.$$

Nun folgt aus (2):

$$(4) \qquad da = -\frac{2a}{3\omega} d\omega, \quad \text{und somit} \quad d(\omega a) = \frac{a\, d\omega}{3}.$$

Differenziert man (3), so erhält man unter Berücksichtigung von (4):

$$\Delta E = c_1 n_1 \Delta n_1 + c_2 n_2 \Delta n_2 - \frac{k^2 m_1 m_2}{3 a \omega} \Delta\omega$$

oder:

$$(5) \qquad \Delta E = c_1 n_1 \Delta n_1 + c_2 n_2 \Delta n_2 - \tfrac{1}{3} k^{\frac{4}{3}} m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-\frac{1}{3}} \omega^{-\frac{1}{3}} \Delta\omega.$$

Außer k und ω sind alle in (5) vorkommenden Größen unbekannt; man muß sich daher mit mehr oder weniger wahrscheinlichen Annahmen behelfen.

a) Meyermann setzt $\Delta n_2 = 0$, weil der spektroskopisch unsichtbare Begleiter von δ *Cephei* keinen Beitrag zur Steigerung der Helligkeit liefere. Als unabhängige Variationen bleiben dann noch $\Delta\omega$ und Δn_1 übrig[1].

b) Um irgend eine Vorstellung von dem Energieverlust zu bekommen, den der Stern in einem Umlauf mehr erleidet, als wenn er im Minimumlicht bleiben würde, kann man die Energieausstrahlung der Sonne zum Vergleich heranziehen, vorausgesetzt daß für Stern und Sonne gleiche Verhältnisse bezüglich der Ausstrahlung bestehen.

Es sei I die Gesamtenergie, die der Stern in der Zeiteinheit ausstrahlt, g seine Helligkeit zur Zeit t, $I_\odot$ und $g_\odot$ die gleichbedeutenden Größen für die Sonne, von der Erde aus gesehen, p die Parallaxe des Sterns in Sekunden; dann hat man:

$$I \cdot p^2 \cdot \sin^2 1'' = I_\odot \cdot 2.514^{g_\odot - g}$$

und folglich die Gesamtenergie, die in einer Periode P ausgestrahlt wird:

$$\int I dt = \frac{I_\odot}{p^2 \sin^2 1''} \int 2.512^{g_\odot - g} dt \qquad \text{(Grenzen: } t \text{ bis } t + P\text{)}.$$

Wäre der Stern in der Minimalhelligkeit $I_m (g_m)$ geblieben, so wäre die Ausstrahlung nur:

$$I_m P = \frac{I_\odot}{p^2 \sin^2 1''} \cdot 2.512^{g_\odot - g_m} P. \tag{6}$$

Der Unterschied zwischen beiden Ausdrücken stellt die infolge der Helligkeitszunahme vergrößerte Energieausstrahlung dar.

c) Nimmt man noch an, daß gleiche Flächenelemente der Sonne und des Sternes im kleinsten Licht und in derselben Entfernung gleich hell erscheinen, so erhält man auch den Radius des Sterns aus der Formel:

$$I_m : I_\odot = r^2 : r^2_\odot = \frac{1}{p^2 \sin^2 1''} \cdot 2.512^{g_\odot - g_m}. \tag{7}$$

Unter der Annahme $p = 0''.1$ findet Meyermann[2]:

$$\Delta E = 11 \times 10^{32} \text{ Joule (C.G.S.)}, \qquad r = 3.6\, r_\odot.$$

---

[1] Meyermann drückt, mit Hilfe der konstanten Bewegungsgröße h des Systems, Δn_1 in $\Delta\omega$ aus, läßt aber in dem Ausdruck

$$h = c_1 n_1 + c_2 n_2 + \omega a^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}$$

den Faktor $(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}$, der als neue veränderliche Größe die Exzentrizität enthält, versehentlich fort. Sein endgültiger Ausdruck für ΔE und die darauf gegründeten Schlüsse sind dadurch hinfällig.

[2] Meyermann hat $\Delta E = 11 \times 10^{32}$ Watt. Gemeint ist wohl Joule ($= 10^7$ Erg). — Die Sonne strahlt in der Sekunde [26.032] Grammkalorien aus (die Klammer deutet den Logarithmus der betreffenden Zahl an). Unter der Annahme $r = 3.6\, r_\odot$ findet man für die Ausstrahlung des Sterns, wenn er im Minimumlichte bleiben würde, in einer Periode: $[26.032] \times 41\,860\,000 \times 3.6^2 \times T \times 86\,400 = [40.447]$. Die Amplitude der Lichtänderung ist nach Meyermann $0^m.57$. Wenn der Stern im größten Lichte konstant bliebe, so wäre die Ausstrahlung $2.512^{0.57} \times [40.447] = [40.675]$. Der Unterschied dieser beiden Zahlen: 19.3×10^{39} wird in roher Annäherung gleich $2\Delta E$ sein, was mit der von Meyermann gefundenen Zahl stimmt. — Setzt man in (7) mit Meyermann $r = 3.6\, r_\odot$, $g_\odot = -25^m$, $p = 0''.1$, so findet man $g_m = 3.79$. Nach Meyermanns Angabe (a. a. O. 38) ist das Minimum aber $4^m.2$, und dementsprechend wäre $r = 3.0 \cdot r_\odot$.

d) Um für die Umdrehungsgeschwindigkeit n_1 einen annehmbaren Wert zu erhalten, setzt Meyermann den größten Wert ein, für den bei homogener Massenverteilung noch ein Rotationsellipsoid möglich ist, nämlich:

$$n_1 = k\sqrt{2\pi\sigma \cdot 0.2247} \qquad (\sigma = \text{Dichte des Sterns}),$$

oder wenn die Substitution gemacht wird:

$$\sigma = \frac{3m_1}{4\pi r^3}, \qquad n_1 = k\sqrt{\frac{3 \times 0.2247 \times m_1}{2r^3}}.$$

Nimmt man als Zeiteinheit den mittleren Sonnentag, als Längeneinheit die Entfernung Sonne—Erde, als Masseneinheit die Sonnenmasse, und setzt man weiter $r = 3.6\, r_\odot$, so ist $\log k = 8.2356$, $r = 3.6 \times 0.00465$ und folglich

$$n_1 = [0.6623]\, m_1^{\frac{1}{3}}.$$

In denselben Einheiten ausgedrückt, wird

$$\Delta E = [0.2679 - 10] \qquad (\text{Dimension } L^2 T^{-2} M),$$

und das Trägheitsmoment nach der Formel für eine homogene Kugel:

$$c_1 = \tfrac{2}{5} m_1 r^2 = [0.0095 - 4]\, m_1.$$

e) Substituiert man diese Größen in (5), so findet man:

$$(8) \qquad -[0.2679 - 10] = [0.6719 - 4]\, m_1^{\frac{2}{3}} \Delta n_1 - [0.6246 - 3]\, m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-\frac{1}{3}} \Delta\omega.$$

Die Frage ist, ob diese Gleichung durch annehmbare Werte von m_1, m_2, Δn_1 und $\Delta\omega$ befriedigt werden kann.

Zunächst sei bemerkt, daß $\Delta\omega$ jedenfalls so gering ist, daß eine Änderung der Periode von δ *Cephei* nicht mit Sicherheit festgestellt werden konnte. Da $n > \omega$ vorausgesetzt ist, nehmen wir an, daß ω zu- und n abnimmt; das System strebe dem Rotationsgleichgewicht zu ($n = \omega$). Daher sei $\Delta\omega = 5 \times 10^{-9}$, was einer jährlichen Abnahme der Periode um $0^s.135$ entspricht.

Nun sei a_1 die große Halbachse der Bahn, die der spektroskopisch sichtbare Begleiter m_1 um den Schwerpunkt des Systems beschreibt. Belopolsky fand:

$$a_1 \sin i = 1\,300\,000 \text{ km} = 0.0087 \text{ A.E.}$$

Setzen wir $i = 60^0$, dann wird $a_1 = 0.01$ A.E. Substituiert man diesen Wert von a in die Gleichung[1]

$$(9) \qquad \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{\omega^2 a_1^3}{k^2}$$

und berechnet hieraus verschiedene Wertsysteme für m_1 und m_2, so findet man aus (8) die korrespondierenden Werte von Δn_1. Als Ergebnis dieser Rechnung erhalten wir:

[1] Diese Formel steht richtig bei Meyermann S. 43; bei Anwendung der Formel $\sin^3 i = (a \sin i)^3 \omega^2 / (m_1 + m_2) k^2$ auf S. 40 hat er jedoch versehentlich für $a \sin i$ den von Belopolsky für $a_1 \sin i$ gefundenen Wert gebraucht.

$m_1 + m_2 =$	1	2	10	20	30	40
$m_1 =$	0.83	1.73	9 2	18.8	28.4	38.1
$m_2 =$	0.17	0.27	0.8	1.2	1.6	1.9
$10^9 . \Delta n_1 =$	— 513	— 166	— 8.8	— 0.2	+ 1.8	+ 2.5

$$\Delta\omega = 5 \times 10^{-9}.$$

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß die Gleichung (8) unter den gemachten Voraussetzungen durch annehmbare Werte von m_1, m_2, Δn_1 und $\Delta\omega$ befriedigt werden kann, wenn die Gesamtmasse des Systems 10 bis 20 Sonnenmassen beträgt. Δn_1 ist dann negativ und von derselben Größenordnung wie $\Delta\omega$. Die Eddiesche Hypothese, mit der angenommenen Parallaxe $p = 0''.1$, wäre also bei δ *Cephei* mit den Beobachtungen verträglich.

f) Spätere Untersuchungen lassen jedoch keinen Zweifel darüber, daß die mittlere Parallaxe der Blinksterne vielmal kleiner ist als die angenommene. „Aus den beobachteten Eigenbewegungen", schreibt Nijland in der Jubiläumsnummer 28 der *AN*, „hat sich mit großer Wahrscheinlichkeit ein mittlerer Abstand von 290 parsec ergeben; es folgt hieraus für die typische Cepheide die absolute Größe $-2^m.3$, die Leuchtkraft 650 ($\odot = 1$)."[1] Da das Spektrum dieser Sterne dem Sonnenspektrum ähnlich ist, setzt Nijland $r_1 = r_\odot \sqrt{650} = 25.5\, r_\odot$. Ferner nimmt er für die „mittlere Cepheide" $a_1 \sin i = 1.533 \times 10^6$ km an, woraus bei einer Periode von $6^d.6$ der Wert 0.0033 $\odot$ für die Massenfunktion $m_2^3 \sin^3 i / (m_1 + m_2)^2$ folgt. Nijland untersucht nur den Fall $i = 60^0$ und leitet dann für acht verschiedene Werte der Dichte $\rho_1 (= \rho_2)$ die Elemente des hypothetischen Doppelsystems ab. Aus diesen acht Fällen wählen wir mit Pannekoek (*AN* Nr 5145 [1922]) die zwei folgenden aus ($\odot = 1$ für ρ und m; a und r in Millionen km):

	ρ_1	m_1	m_2	a	r_1	r_2
I	0.003	50	2.4	39	17.7	6.4
II	0.001	17	1.2	27	17.7	7.3

und untersuchen wieder, ob die Gleichung (5) auf annehmbare Weise gelöst werden kann.

g) Pannekoek nimmt nach Nijland an, daß die Strahlung vom Maximum bis Minimum bis zu einem Viertel abnimmt, was auf einen Größenunterschied von $1^m.5$ herauskommt. Dann schätzt er den dadurch bedingten jährlichen Verlust an mechanischer Energie (ΔE) auf 19×10^{43} Erg, geht aber dabei aus von der Emdenschen Zahl 2.48×10^{41} Erg (Gaskugeln S. 383) für die jährlich von der Sonne ausgestrahlte Energiemenge, die einer Solarkonstante von 4 Grammkalorien min. cent.[2] entspricht. Da die letztere Zahl ungefähr zweimal zu hoch ist, setzen wir $\Delta E = 10^{44}$ Erg (jährlich). Dieser Wert stimmt mit dem von Meyer-

[1] Diese Werte setzen voraus, daß die scheinbare Größe des Blinksterns zu $5^m.0$, die absolute Größe der Sonne zu $4^m.7$ angenommen wird.

mann berechneten, wenn man berücksichtigt, daß Meyermann die Leuchtkraft 50mal und die Lichtabnahme 2.4mal geringer veranschlägt als Pannekoek.

h) Der Berechnung der Trägheitsmomente c_1 und c_2 legen wir die Zahlen zugrunde, die Eddington mit Hilfe der Emdenschen Rechnung für die Dichte in einem typischen Riesenstern abgeleitet hat.

Eddington betrachtet einen Stern, für welchen $m = 1.5\,\odot$, $\rho = 0.002\,g/cm^{-3}$, $r = 7 \times 10^{11}\,cm$ ist. In seiner Tabelle ist der Abstand r vom Zentrum in Emdens Einheit $1/6.9011$ des Radius gegeben; m_r ist die Masse in einer Kugel vom Radius r. Wir entnehmen der Tabelle folgende Zahlen:

r	0	.1	2	3	4	5	6	6.9
m_r/m	0	0.125	0.518	0.821	0.952	0.992	1.000	1.000

Berechnet man hieraus annäherungsweise das Trägheitsmoment c eines Sternes mit Masse $= 1$ und $r = 6.9$ unter der Voraussetzung, daß die Dichte innerhalb der einzelnen Kugelschalen konstant ist, so erhält man die Formel:

$$c = \tfrac{2}{5} \Sigma \frac{m_{r_n} - m_{r_{n-1}}}{m} \cdot \frac{r_n^5 - r_{n-1}^5}{r_n^3 - r_{n-1}^3}$$

und findet

$$c = 3.157.$$

Nach der Formel $c = \frac{2}{5} m r^2$ für eine homogene Kugel wäre

$$c = \tfrac{2}{5} \cdot 6.9^2 = 19.099.$$

Das Trägheitsmoment des typischen Riesensterns nach Eddington ist also sechsmal kleiner als für eine homogene Kugel.

Die Konstanten des typischen Riesensterns sind nicht sehr verschieden von den Konstanten des Begleiters m_2 (nach Nijland). Wie sich aber die Verteilung der Dichte in dem Hauptstern mit Masse $17\,\odot$ oder $50\,\odot$ gestaltet, liegt wohl noch ganz im dunklen. Berechnen wir somit die Trägheitsmomente c_1 nach der Formel $c = \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} m r_1^2$, so sind diese Werte höchstens der Größenordnung nach genau.

i) Pannekoek meint, in dem betrachteten System müsse man die Achsendrehung gleichperiodisch mit dem Umlauf annehmen. Dadurch wird aber einfach $n_1 = n_2 = \omega$, $\Delta n_1 = \Delta n_2 = \Delta\omega$, und die Gleichung (5) S. 148 lautet dann[1]:

$$\Delta E = \{c_1 + c_2 - \tfrac{1}{3} k^{\frac{4}{3}} m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-\frac{1}{3}} \omega^{-\frac{4}{3}}\} \omega \Delta\omega.$$

Setzen wir die berechneten Größen, ausgedrückt in den Einheiten von S. 150 (d), in diese Gleichung ein, so erhalten wir:

[1] Infolge eines ähnlichen Versehens wie Meyermann (oben S. 149 A. 1) findet Pannekoek einen $^3/_2$mal zu großen Ausdruck für ΔE. Auch die von ihm angenommene Periode 5.10^5 sec ($= 5^d.8$ statt $6^d.6$) stimmt nicht mit dem dritten Keplerschen Gesetz.

$$\text{(I)} \quad -1.684 \cdot 10^{-6} = (0.0472 - 0.0507) \cdot 0.9517 \cdot \Delta\omega,$$
$$\text{(II)} \quad -1.684 \cdot 10^{-6} = (0.0161 - 0.0123) \cdot 0.9517 \cdot \Delta\omega;$$
$$\text{(I)} \quad \Delta\omega = +5.055 \cdot 10^{-4},$$
$$\text{(II)} \quad \Delta\omega = -4.656 \cdot 10^{-4}.$$

Im Falle (I) nimmt ω zu, die Periode verringert sich jährlich um 303 sec; im Falle (II) nimmt ω ab, die Periode vergrößert sich jährlich um 279 sec.

Solche Änderungen der Periode sind natürlich durch die Beobachtungen völlig ausgeschlossen.

k) Die gemachten Voraussetzungen enthalten freilich noch viel Willkürliches. Denn erstens scheint es uns unwahrscheinlich, daß der Begleitstern, der nach Ludendorff und Plummer nur ungefähr $\frac{1}{10}$ der Masse des Hauptsternes hat, die gleiche geringe Dichte haben soll wie der Hauptstern, und folglich einen nur zwei- bis dreimal kleineren Durchmesser als dieser. Die Tatsache, daß das Spektrum des Begleiters sich nie zeigt, läßt die Annahme zu, daß der Begleiter verhältnismäßig klein und dunkel und schon stark verdichtet ist. Zweitens ist es wohl nicht so selbstverständlich, daß in einem solchen System die Achsendrehung mit dem Umlauf gleichperiodisch sein muß. So meint Plummer (*MN* 80 [1920] 518), „that these systems are not in rotational equilibrium as a whole, and differ in nature and origin from those spectroscopic binaries which in suitable geometrical circumstances appear as eclipsing binaries". Auch deutet die große Bahnexzentrizität auf ein grundverschiedenes Verhalten hin.

Trotzdem halten wir es mit Pannekoek für sehr wahrscheinlich, daß die für den Lichtwechsel geforderte zusätzliche Strahlungsenergie nicht aus rein mechanischer Quelle hergeleitet werden kann; vielmehr sollte man annehmen, daß sie aus dem fast unerschöpflichen Energievorrat im Sterninnern stammt, und daß durch Einwirkung des Begleitsterns in der Nähe des Periastrons periodische Lichtausbrüche hervorgerufen werden. Dadurch ist nun allerdings die Eddiesche Hypothese abgetan, aber noch nicht entschieden ist die Frage nach der Doppelsternnatur der Blinksterne.

Neuntes Kapitel.

Die Grundlagen der neueren Theorien.

Beobachtungstatsachen und Hypothesen gehen meistens Hand in Hand, indem die Hypothesen zu neuen Beobachtungen anregen und umgekehrt neue Beobachtungsergebnisse zu veränderten Theorien führen. Auf diese Weise haben sich allmählich auch die Tatsachen über die Blinksterne angesammelt.

A. Lichtkurve und Geschwindigkeitskurve.

10. Campbell, der 1901 die spektroskopische Bahn von ζ *Geminorum* bestimmte, spricht sich noch zugunsten der Fluthypothese aus, hebt aber zugleich den

Unterschied zwischen den beiden Typen δ *Cephei* und ζ *Geminorum* stark hervor. Er sagt:

„Granting that the variation in brightness is due to the influence of the companion, the most satisfactory explanation available seems to be that it arises from tidal disturbances in the bright star's atmosphere, produced by the gravitational attraction of the dark component" (*ApJ* 13 [1901] 90).

Hier tritt nun aber eine Schwierigkeit auf: „. . . Attention should be called to the fact that the minimum brightness occurs 1.3 days after periastron passage, and maximum occurs 6.3 days after periastron. It may be urged that, if the disturbance is of tidal origin, the maximum brightness should occur soon after periastron, and perhaps this is true. But is it not also possible that the maximum tidal forces may lead to a strong expansion of the gases of the atmosphere and to a reduction of brightness? The question must be left in an unsatisfactory state; and a consideration of the phenomena of two other variable stars of the same class, δ *Cephei* and η *Aquilae*, affords little assistance. In the case of each of these stars the brightness rapidly increases at the time of periastron passage and reaches a maximum very soon thereafter. This is perhaps what would be expected in the case of tidal disturbances, but it is just the opposite of the effect observed in ζ *Geminorum*.

„However, the orbits of δ *Cephei* and η *Aquilae* are very eccentric, whereas that of ζ *Geminorum* is much less so. The eccentricities in the three cases are 0.46, 0.47 and 0.22, respectively, and their periods are 5.7 and 10 days. The first two are subjected to vastly more rapid changes of tidal forces than the last; and that fact may account for very divergent effects. It is of interest to note that the brightness of δ *Cephei* and η *Aquilae* varies 1.2 magnitude in five and seven days, respectively, whereas that of ζ *Geminorum* varies only 0.8 magnitude in ten days."

11. Ein wichtiger Fortschritt in der Kenntnis der Blinksterne war die Arbeit von Albrecht im Lick Obs. *Bulletin* Nr 118. Aus einer Übersicht der spektroskopischen Ergebnisse von zehn Sternen dieses Typus schließt Albrecht:

1. „For several variables of the δ *Cephei* or η *Aquilae* type it was found that the point of maximum energy in the spectrum is shifted toward the violet as light-maximum is approached and back again towards the red as the brightness diminishes.

2. „A comparison of the light- and velocity-curves of the ten variables of this class for which both curves are available showed a much closer relation to exist between the light- and velocity-variations than has heretofore been supposed to be the case. In every observed case, light-maximum and greatest velocity of approach occur within one fifteenth of the period of each other. Likewise minimum brightness and greatest velocity of recession occur at the same time. That is, the two curves have a very close correspondence in phase, in addition to correspondence of shape and period. If the velocity-curves were plotted with

negative values above and positive below, the brightness- and velocity-curves for any star, if constructed on the proper scale, would be almost identical. [Vgl. Fig. 12: Geschwindigkeits- und Lichtkurven von *W Sagittarii*, nach Harvard Coll. Obs. 46, P. II.]

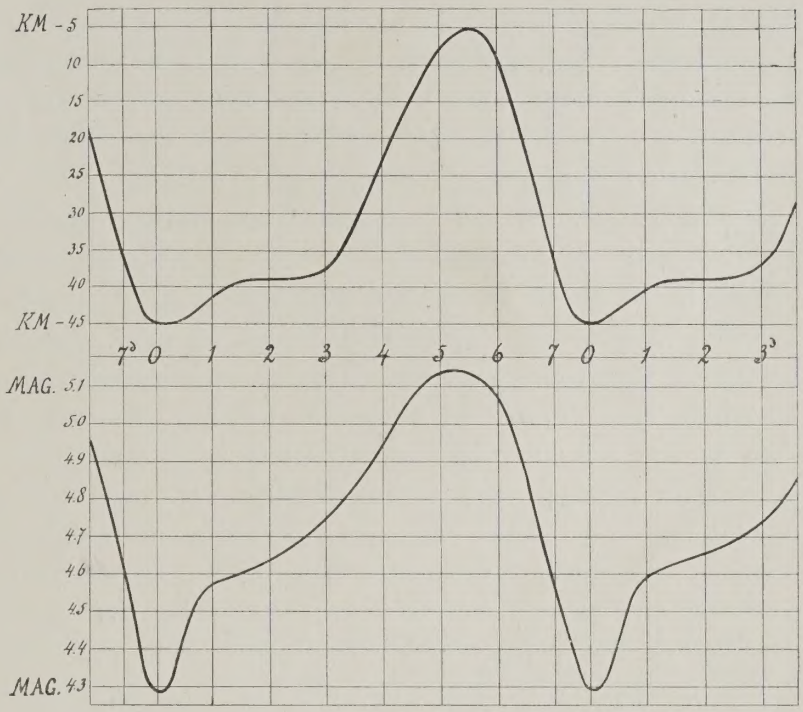

Fig. 12.

„. . . This establishes the fact that in the variable stars of the δ *Cephei* type the light- and velocity-variations are very intimately connected; that both are due to the same causes; and that if the velocity-variation is dependent upon the direction of the observer, so also must the observed light-variations be dependent upon the same factor."

12. In Anbetracht der Tatsache, daß größtes und kleinstes Licht nicht mit der Lage des Periastrons, sondern mit der Bewegungsrichtung gegen die Erde im Zusammenhang steht, glaubte man die Fluterscheinungen als Hauptursache des Lichtwechsels beseitigen zu müssen. So hat schon Ralph H. Curtiss, um den Lichtwechsel von *W Sagittarii* zu erklären, im Lick Obs. *Bull.* 62 (1904) eine andere Hypothese vorgeschlagen; er schreibt:

„It is easy to construct a plausible explanation for the light- and velocity-curves of *W Sagittarii* on the assumption that the system is pervaded by a resisting medium which enhances the brightness of that side of the star which faces the direction of motion."

13. Nachdem Albrecht gezeigt hatte, daß bei allen zehn bis dahin spektroskopisch untersuchten Sternen des δ *Cephei*-Typus der erwähnte Zusammenhang zwischen Radialgeschwindigkeit und Lichtschwankung bestätigt wird, hat F. H. Loud (*ApJ* 26 [1907] 369) den von Curtiss ausgesprochenen Gedanken weiter entwickelt. Er versucht die Beobachtungsergebnisse bis ins einzelne wie folgt zu erklären:

„One of the most noteworthy phenomena which characterize these variables as a class, is the rapid rise of the light-curve before maximum, followed by a

decline which occupies, on the average, double the time of increase, and often much more. A few instances in which this peculiarity was deemed to be replaced by symmetry have been erected on that ground by some authorities into a separate species, having ζ *Geminorum* for a type. But it is doubtful whether a satisfactory instance of actual symmetry exists. . . .

„The best-known and most representative stars of the class under discussion are then stars of advanced development, and at the same time binaries of short period, in which as a rule one component only of the pair is luminous, for the spectral lines undergo no periodic duplication. According to the hypothesis to be tested, this component owes its light to the resistance of a diffused medium, to which the other must be assumed to be relatively at rest. The visible star then is the satellite; and at so short a distance from the primary, the tides necessarily induced tend to impose upon it a rotation of equal rate with its revolution. The orbital movement, however, in parting with the energy which becomes the source of the star's visibility, is continually drawn into narrower compass, and thus accelerated in speed. The tidal action tends to restore the equality of the periods, with the result that the rotation is always a little slower than the revolution. The effect of this lag is that the area on the satellite, heated to brilliant incandescendence, is of an unsymmetrical form. The point of greatest heating since it occupies the momentary center of the advancing front, moves in consequence slowly around the equator, always entering upon regions comparatively cool, and drawing behind it regions glowing from their recent exposure to heat. Thus as the revolution brings these regions successively into the line of sight, there appears first, to our view, a sudden rise of brightness, then after the maximum, a long and gradual decline. The degree of cohesion in the surface implied in this account, might well be too great for a star of Sirian tenuity, but not for the class of bodies actually concerned; especially if it be considered that both primary and satellite are presumed to have advanced far in condensation, with accompanying loss of light, the latter body being probably as dark as the former, save for the surface action of the resistance.

„Exceptional cases of the disappearance or reversal of the usual asymmetry would occur if the rate of rotation should be equal to that of revolution, or more rapid.

„It seems quite in accordance with the hypothesis under consideration that the maxima, depending as above upon the visibility of a highly heated region, should show a special accentuation of the light of short wave-light; and both Albrecht and Wilkens find this to be distinctly the case. . . ."

14. Im Lick Obs. *Bulletin* Nr 151 hat Duncan die Loudsche Erklärungsweise kritisch untersucht und sie als wenig wahrscheinlich verworfen.

a) Die größte Schwierigkeit erblickt Duncan in der Unsichtbarkeit des begleitenden Sterns; er sagt: „Since these stars move at fairly high speed in

small orbits, the invisible companion must be a body of considerable mass as compared with the star that we see. Why then, if the impact of meteoric bodies is sufficient to produce a larger percentage of the radiation of one component, does it not make the other also visible? . . ."

b) Eine zweite Schwierigkeit, welche Duncan hervorhebt, ist die merkliche Abnahme der Umlaufszeit, die der Widerstand des Mediums zur Folge haben sollte. Duncan hat auch versucht, diese Abnahme rechnerisch nachzuweisen; doch weichen die von ihm gemachten Annahmen wohl zu stark von der Wirklichkeit ab, als daß man seiner Rechnung großen Wert beimessen könnte. Nach Duncan wäre unter anderem die in der Zeit t entwickelte Hitze (in großen Kalorien) an der Stirnseite:

$$\varphi_a = \frac{\mu (v+V)^2}{8338}$$

und an der Rückseite:

$$\varphi_f = \frac{\mu (v-V)^2}{8338},$$

wobei v definiert ist als „the striking velocity of the particles, due to the star's attraction", während V die (nahezu) konstante Geschwindigkeit des Sterns in seiner Bahn bedeutet, beide ausgedrückt in Metermaß. „The resultant of the two velocities V and v on the advancing side would then be $v + V$ and on the following side $v - V$." Dies wird aber wohl nur da der Fall sein, wo v und V dieselbe oder die entgegengesetzte Richtung haben. Ferner sei μ „the total number of kilograms of meteoric matter which strikes the star in the time t". Dagegen ist einzuwenden, daß μ für Stirn- und Rückseite irrtümlich gleich groß genommen, und zweitens, daß $\mu = \rho S V t$ gesetzt wird, wo ρ die Dichte des Mediums bedeutet und S „the area of maximum section made by a plane perpendicular to the direction of motion". Hier ist keine Rücksicht genommen auf die Vergrößerung, welche die mit dem leuchtenden Körper zusammenstoßenden Massen infolge der Anziehung erfahren (vgl. oben S. 23). — Übrigens sei bemerkt, daß unsere Betrachtungen in Nr 9 (S. 148 ff) auch auf den Loudschen Erklärungsversuch anwendbar sind.

15. Dem Loudschen Versuch stellt nun Duncan seine eigene Hypothese gegenüber. Wir geben sie ausführlich mit seinen Worten wieder (die folgende Figur [Fig. 13, S. 158] legt den Gedankengang klar). Duncan schreibt (a. a. O.):

„The star's light variation may be explained by assuming an absorbing atmosphere whose depth on the side toward the observer is, within appropriate limits, inversely proportional to the component of the velocity in that direction.

„The principal requirements of the case may be met if we suppose a very rare envelope of nebulous matter to surround the darker star of the pair and that the atmosphere of the brighter component is brushed backward by the friction of this medium so that its depth on the advancing side is less than that on the following [Fig. 13, S. 158]. It seems to me to be possible that the Sun's

corona is an envelope like this and that coronae of equal or perhaps greater density may surround all stars of the solar and more advanced types. The orbits of Cepheid stars are probably all very much smaller than the orbit of *Mercury* ($a \sin i$ averages about 1 500 000 km, while *Mercury's* mean distance is 58 000 000 km) and it may be that at a distance from the Sun itself equal to the mean distance between the average Cepheid pair the corona would be dense enough to produce the observed effects. If we suppose the absorbing atmosphere of the lucid star to be of low specific gravity, then the envelope of the darker component need not be dense enough to produce by its friction a perceptible shortening of the period."

Nach dieser Hypothese wäre also die absorbierende Atmosphäre an der Stirnseite am dünnsten; das Lichtmaximum fällt somit in die Zeit der geringsten, das Lichtminimum in die Zeit der größten positiven Geschwindigkeit. „The synchronism should be exact if there are no disturbing influences and if the orbit is circular or the resistance varies exactly as the inverse first power of the velocity; for then the depth of the star's atmosphere, measured in any direction, should be inversely proportional to the resolved part of the velocity in that direction. If, however, the resistance varies inversely as the velocity raised to any higher power than the first, and if the orbit be eccentric, then exact synchronism will not hold. . . .

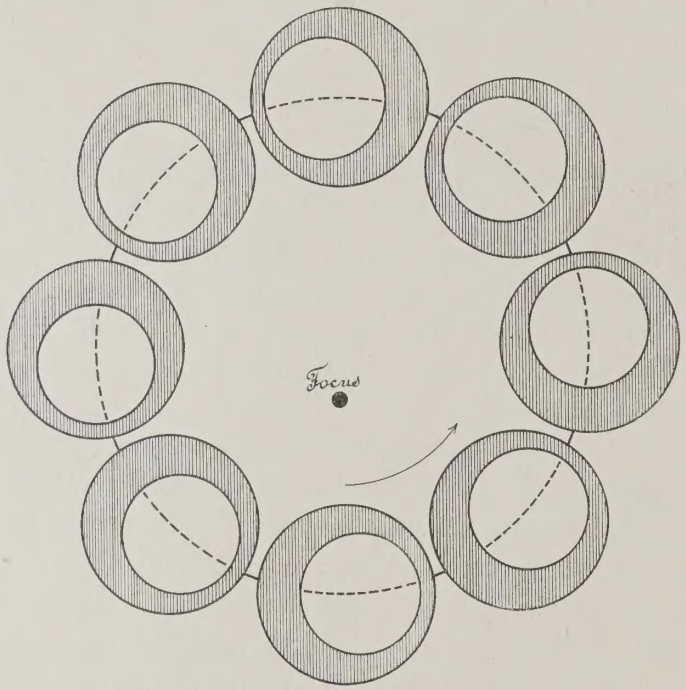

Fig. 13.

„The range of light variation will depend on two factors: the specific absorbing power of the bright star's atmosphere, and the ratio of depth of that atmosphere on the front and the rear sides of the star; and the latter in turn will depend also on two factors: the relative densities of the atmosphere and the nebulous envelope through which it is dragged, and the speed of the star. To produce a variation of 0.8 magnitude — i. e. in order that the light at maximum shall be double that at minimum, it is of course necessary that the atmosphere on the following side absorb at least half the light emanating from that side of the star, and even with that degree of absorbing power the front side of the star must be laid wholly bare. If, however, the atmosphere on the following side absorb three-fourths of the incident light, it need be only twice as deep

as that on the preceding side in order to produce the above variation. The atmosphere of the Sun, according to Langley, absorbs from one-half to four-fifths of the light passing normally through it, the absorption being greatest in the blue end of the spectrum.

„Dr. Albrecht's discovery that the maximum intensity of the spectrum of a Cepheid variable, is shifted toward the violet as the star approaches maximum and redwards again as minimum approaches, is in agreement with the hypothesis of absorption. Hale and Adams find a more distinct example of the same phenomenon in their comparison of the spectra of the center and limb of the Sun, in that it was necessary to expose eight to ten times as long at the limb as at the center for the violet, but only four or five times as long at the limb as at the center for the red. . . ."

B. Sekundäre Wellen in der Geschwindigkeitskurve.

16. Eine weitere wichtige Grundlage für die Erklärung des Blinksternproblems bilden die sekundären Wellen, die in den Kurven der Radialgeschwindigkeiten auftreten. Wenigstens werden solche Wellen bei ζ *Geminorum*, *W Sagittarii*, *Y Ophiuchi* und δ *Cephei* erwähnt.

a) In der Geschwindigkeitskurve von ζ *Geminorum* (Periode $10^d.15$) fand Campbell eine sekundäre Welle mit einer dreimal kürzeren Periode, als die der Hauptkurve ist. Er schreibt darüber im *ApJ* 13 (1901) 94:

„It would be possible to explain fairly well the observed irregularities in the velocity by assuming that ζ *Geminorum* is a triple system; that the bright component and a dark companion are revolving around their center of gravity in a period of 3.385 days, with a velocity double amplitude of about 4.5 km for the bright component; and that these two bodies are revolving around a third component in a period of 10.154 days. It is questionable, however, whether such a system would be a stable one. If the short period is exactly commensurate with the longer one, as it appears on the average to be, it would seem that the stability of the system would be open to question, especially since the amplitudes 4.5 and 26.4 km are not very unequal."

Sekundäre Flutwirkungen hält Campbell für wahrscheinlicher, so wie er auch die Hauptperiode durch die Hauptflut erklärt hatte. Er sagt (a. a. O.): „By way of explanation of the deviations of the observed velocity curve from the elliptic curve, I think the probability is very strong that they are minor tidal effects. . . . If tidal disturbances, with a double period of ten days, are sufficient to account for the light of ζ *Geminorum*, I think it is not impossible that the irregularities in its apparent velocity arise from modifications in the tides caused by the rotation of the star. These modifications might affect the apparent velocities in the line of sight in either or both of two ways, viz.:

„A. By producing an actual movement of considerable velocity within the atmosphere; and

„B. By producing considerable variations of pressure within the absorbing layer, and consequent displacement of the spectral lines."

b) Ähnlich fand Curtiss bei *W Sagittarii* (Periode $7^d.59$) eine sekundäre Welle von halber Periode und einer Doppelamplitude von 9.7 km. Im Lick Obs. *Bull.* Nr 62 (1904) schreibt er:

„The secundary curve . . . possesses many features that point to its origin in the rotation of the brighter star. The varying velocity could be ascribable to a difference in brightness between two hemispheres of the star. Let us assume that the ratio of brightness of the two hemispheres is roughly one to two and take the amplitude of the secondary curve as 5 km per second; then on the basis of the rotation interpretation for the secondary curve of *W Sagittarii*, the radius of this body would appear to be about that of the Sun, if the inclination of the equatorial plane to the line of sight be about 90^0. . . ."

c) Auch bei *Y Ophiuchi* vermutete Albrecht eine sekundäre Welle mit einer Periode gleich der halben Hauptperiode und einer Doppelamplitude von 2.5 km. Die Unregelmäßigkeit in der Kurve ist jedoch so gering, daß die Welle nicht als verbürgt gelten kann (vgl. Lick Obs. *Bull.* Nr 118 [1907]).

d) Endlich meinte Belopolsky aus dem Gesamtmaterial seiner spektrographischen Beobachtungen von δ *Cephei* (1894—1908) eine langperiodische sekundäre Welle gefunden zu haben (Pulkowo-*Mitteil.* 3 [1909] Nr 28). Die Periode soll 6.36 Jahre und die Amplitude 6.40 km betragen. Die Welle, glaubt er, sei dadurch verursacht, daß das Doppelsystem δ *Cephei* als Ganzes sich um einen mit einer dritten dunklen Masse M gemeinschaftlichen Schwerpunkt bewege. Unter der Annahme, daß die Bahnebenen mit dem Visionsradius zusammenfallen, findet er die halbe große Achse des Hauptkörpers $A = 204\,400\,000$ km und die Summe der Massen[1]:

$$M + m_1 + m_2 = 0.063 \text{ bis } 0.065,$$
$$m_1 + m_2 = 0.004 \text{ bis } 0.029,$$
$$M = 0.03 \text{ bis } 0.06.$$

[1] Wie Belopolsky zu diesen Grenzwerten gelangt, ist rätselhaft. Bedeutet m_1 wieder die Masse des leuchtenden Körpers, Ω die Winkelgeschwindigkeit des Systems $(m_1 + m_2)$ als Ganzes betrachtet, ω die Winkelgeschwindigkeit von m_1 im System $(m_1 + m_2)$, so hat man, wenn die Keplerschen Gesetze annähernd gültig sind:

$$\frac{M^3}{(M + m_1 + m_2)^2} = \frac{\Omega^2 A^3}{k^2}, \qquad \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{\omega^2 a_1^3}{k^2}.$$

Mit den Werten $A = 204.4 \times 10^6$ km, $a_1 = 1.37 \times 10^6$ km (nach Belopolsky) findet man hieraus:

$$m_1 + m_2 = -M + 3.977\, M^{3/2}, \qquad m_2 = 0.1527\, (m_1 + m_2)^{2/3}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt, daß M jedenfalls größer ist als 0.063 Sonnenmassen.

Es ist leicht, aus diesen Gleichungen für einen bestimmten Wert von M die zugehörigen Werte von m_1 und m_2 zu finden. Es ergibt sich nämlich:

M	0.1	0.1003	0.3	0.5	1.0	usw.
m_1	0.0125	0.0142	0.277	0.763	2.661	
m_2	0.0133	0.0142	0.076	0.143	0.316	

17. Gegenüber diesen Erklärungsversuchen muß jedoch bemerkt werden, daß das Vorhandensein der sekundären Wellen bei den drei ersten der genannten Sterne nach Zurhellen als nicht sicher zu betrachten ist. Hat man nämlich mit genäherten Elementen die Geschwindigkeitskurve berechnet, und will man die Abweichungen durch Variation der Elemente ausgleichen, so entsprechen die Differentialausdrücke mehreren Wellen, von denen die wesentlichsten die Perioden U und $\frac{1}{2}U$ haben. Zurhellen zeigt, daß die sekundäre Welle von *Y Ophiuchi*, sofern sie überhaupt nachweisbar ist, durch eine Variation von e restlos beseitigt werden kann. Die verbesserten Elemente nehmen dann die Werte an:

$$\gamma = -5.08; \qquad e = 0.136; \qquad K = 7.81 \text{ km};$$
$$T = 3^{\text{d}}.15 \text{ (nach dem Lichtmax.)}; \qquad \omega = 219^{\circ}\,19'.$$

Bei *W Sagittarii* liege die Sache nicht so einfach, meint Zurhellen; doch ist er überzeugt, daß die gleichzeitige Veränderung von e, ω, T und K die sekundäre Welle mindestens bis auf einen kleinen, im Bereich des Zufalls liegenden Rest beseitigen werde. Als einziger Fall, in dem eine sekundäre Welle verbürgt zu sein scheine, bleibe demnach ζ *Geminorum* übrig; trotzdem sei ein gewisses Mißtrauen in das Vorhandensein der $\frac{1}{3}U$-Welle so lange berechtigt, als die besten Werte der Elemente nicht durch eine richtige Ausgleichung ermittelt sind. Es sei nicht ohne weiteres die Möglichkeit von der Hand zu weisen, daß die Übereinanderlagerung der verschiedenen, durch die Fehler der vorläufigen Elemente bedingten Wellen zufällig das Bild einer Kurve von $\frac{1}{3}U$ ergeben habe (*AN* Nr 4244 [1908]).

18. Roberts weist darauf hin, daß Unregelmäßigkeiten in den Radialgeschwindigkeiten auftreten können, wenn die Größe der spektroskopisch sichtbaren Komponente mit der Ausdehnung der Bahn vergleichbar ist. In diesem Fall wird man es mit der Geschwindigkeitskurve von stark verlängerten ellipsoidalen Massen zu tun haben, deren Umdrehungszeit gleich ist der Umlaufszeit. Ist die Bahn stark exzentrisch, so hat man eine rhythmische Zu- und Abnahme der Flut, welche die beobachtete Radialgeschwindigkeit beeinflußt. Aber auch bei einer Kreisbahn müssen infolge der ellipsoidalen Gestalt der rotierenden Körper Unregelmäßigkeiten auftreten. Ist nämlich der spektrographisch sichtbare Körper eine Kugel, so wird die Mitte der verbreiterten Spektrallinie der Bewegung des Mittelpunktes entsprechen, während das bei einem Ellipsoid im allgemeinen nicht genau zutrifft. Roberts macht die Annahme, daß sich in diesem Fall die gemessene Geschwindigkeit auf den Punkt der Oberfläche bezieht, der dem Beobachter am nächsten ist (vgl. *MN* 66 [1906] 329).

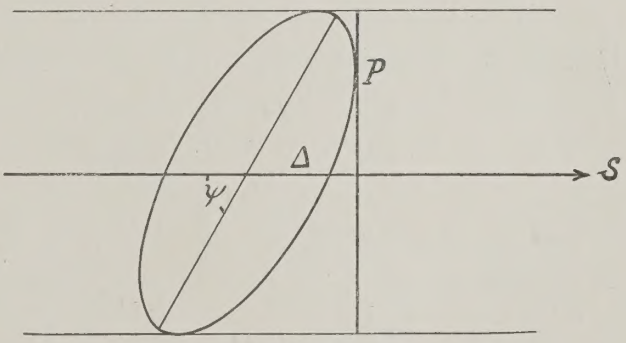

Fig. 14.

Fig. 14 (S. 161) stellt jenen Meridiandurchschnitt des bewegten Körpers dar, der die Gesichtslinie enthält. Darin bezeichnet ψ den Winkel der großen Achse des Körpers mit der Gesichtslinie, Δ die Entfernung des Mittelpunktes von der Berührungsebene, die senkrecht zur Gesichtslinie steht, ε die Exzentrizität des Meridianschnittes. Nach der Annahme von Roberts ist P der Punkt, dessen Radialgeschwindigkeit wir beobachten. Durch periodische Änderung der Entfernung Δ bei der Bahnbewegung wird dann eine sekundäre Welle erzeugt, deren Gesetz sich in die Formeln kleiden läßt:

$$\Delta^2 = 1 - \varepsilon^2 \sin^2 \psi; \qquad \cos^2 \psi = \cos^2 nt \sin^2 i;$$

$$\frac{d\Delta}{dt} = -\frac{\varepsilon^2}{2} \sin^2 i \cdot \frac{n \sin 2nt}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 + \varepsilon^2 \cos^2 nt \sin^2 i}}.$$

Die letzte dieser Gleichungen drückt eine veränderliche Bewegung in der Gesichtslinie aus, deren Periode gleich $\frac{1}{2}U$ ist.

Auf das gelegentliche Vorkommen von Änderungen unregelmäßiger Art bei den Geschwindigkeitskurven macht Ludendorff in *AN* 203 (1916) 367 aufmerksam.

C. Die Massen der kurzperiodischen Veränderlichen.

19. Da nur einer der beiden Begleiter eines Blinksternsystems spektroskopisch sichtbar ist, beschränkt sich unsere Kenntnis der Masse auf den Wert der sog. Massenfunktion:

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} \sin^3 i = \frac{\omega^2 (a_1 \sin i)^3}{k^2}.$$

Darin sind die Massen m_1 und m_2 der beiden Begleiter in Einheiten der Sonnenmasse ausgedrückt, und der Winkel i bedeutet die Neigung der Bahnebene gegen die Berührungsebene der Himmelskugel.

a) Die nachstehende Tabelle von elf δ *Cephei*-Sternen ist den *Publications* of the Allegheny Observatory 1 (1910) entnommen; sie enthält für jeden Veränderlichen den Wert der Massenfunktion[1]:

RT Aurigae	0.0018	*SU Cygni*	0.0068
ζ Geminorum	22	*η Aquilae*	45
X Sagittarii	18	*S Sagittae*	45
Y Ophiuchi	11	*T Vulpeculae*	18
W Sagittarii	50	*δ Cephei*	36
Y Sagittarii	40		

b) Schlesinger und Baker machen besonders darauf aufmerksam, daß die Grenzen (0.0011 bis 0.0068), innerhalb welcher die Massenfunktion sich bewegt, auffallend eng sind[2], wenn man erwägt, daß die Funktion sich mit der Neigung i,

[1] Diese Werte sind von denen der Übersichtstabelle S. 136 nicht wesentlich verschieden.

[2] Wie aus der Übersichtstabelle S. 136 ersichtlich, gelten diese Grenzen nur für die „normalen" Blinksterne mit Perioden zwischen $3^d.5$ und $10^d.5$. Der Stern *α Ursae min.* mit seiner ungewöhnlich kleinen Amplitude gehört dazu nicht.

mit der Masse des schwächeren Begleiters und mit dem Massenverhältnis jedes Paares ändert. Der Mittelwert ist 0.0034, und wenn man annimmt, daß die Pole der Bahnebenen gleichmäßig über die Himmelsphäre verteilt sind, ist der Mittelwert von $\sin^3 i$ gleich

$$\int \sin^4 i \, di : \int \sin i \, di = \frac{3\pi}{16} \qquad \text{(Grenzen: 0 bis } \tfrac{1}{2}\pi\text{)}$$

oder ungefähr 0.59. Der Mittelwert von $m_2^3/(m_1+m_2)^2$ wäre also 0.006. Dies bedeutet, daß entweder die Massen dieser Sterne gering sind, oder daß die Masse der schwächeren Komponente viel geringer ist als die der helleren. Im letzteren Fall muß man, wie sich in der folgenden Nummer zeigen wird, annehmen, daß m_1 fünfmal größer sein muß als m_2, soll die mittlere Masse des helleren Sterns jener der Sonne gleichkommen.

20. H. Ludendorff findet in seiner Abhandlung „Zur Statistik der spektroskopischen Doppelsterne“ (*AN* 184 [1910] Nr 4415/16) für die Doppelsysteme, die nicht zugleich Veränderliche der δ *Cephei*-Klasse sind, als Mittelwert:

$$\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2} \sin^3 i = 0.17\,\odot.$$

Da es nicht wahrscheinlich ist, daß für diese Veränderlichen die Neigung i der Bahn klein ist, so schließt Ludendorff hieraus, daß $m_2^3/(m_1+m_2)^2$ bei den δ *Cephei*-Sternen tatsächlich einen viel kleineren Wert hat als durchschnittlich bei den übrigen spektroskopischen Doppelsternen.

a) Als annehmbaren Durchschnittswert führt Ludendorff $i = 60^0$ ein und erhält so für die δ *Cephei*-Sterne als Normalwert des Quotienten:

$$\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2} = 0.005\,\odot.$$

Setzt man $\alpha = m_2/m_1 \geq 1$, so wird die Gesamtmasse des Systems:

für $\alpha = 1$	$m_1 + m_2 = 0.04\,\odot$
2	02
3	01

Man käme also auf diese Weise zu sehr kleinen Werten der Gesamtmasse. Hingegen erhält man für $\alpha < 1$:

$\alpha = 0.1$	$m_1 = 6.1\,\odot$
0.2	0.9
0.3	0.3

Damit die hellere Komponente Sonnenmasse habe, muß demnach (unter der Annahme $i = 60^0$) die schwächere ungefähr den fünften Teil der Masse der helleren haben.

b) Das Mittel der Minimalhelligkeiten der elf Veränderlichen ist etwa $5^m.7$; nimmt man als durchschnittliche Parallaxe $\pi = 0''.01$ an, was wohl sicher zu groß ist, so würde daraus folgen, daß die absolute Helligkeit im Minimum rund 50mal größer ist als die der Sonne (Größe gleich $-26^m.6$).

Um diese große absolute Helligkeit zu erklären, könnte man annehmen, daß die Masse der Sterne im Verhältnis zur Sonnenmasse groß ist, und folglich daß die Masse des dunkleren Begleiters viel kleiner ist als die des helleren, vielleicht nur ein Zehntel von dieser[1]. Will man hingegen für die Blinksterne nicht große Massen voraussetzen, so muß man annehmen, daß sie im Verhältnis zu ihrer Masse bedeutend mehr Licht ausstrahlen als die Sonne, obwohl ihre Spektren dem der Sonne ähnlich sind. Die Blinksterne sind somit Riesensterne.

c) Ludendorff bemerkt noch, der Umstand, daß der dunklere Begleiter im Verhältnis zum helleren nur geringe Masse besitzt, spreche stark gegen die Theorien von Loud und Duncan. Beide setzen voraus, daß der hellere Begleiter sich in der Atmosphäre des dunkleren bewege. An dieser Hypothese festzuhalten dürfte schwer sein, wenn der dunklere Stern nur ein Fünftel der Masse des helleren hat.

D. Die Bahnelemente.

21. Mit der Berechnung der Bahnelemente hat sich nach Ludendorff besonders Luizet vielfach beschäftigt. In seiner Monographie „Les Céphéides" setzt er sich das Ziel: „obtenir les éléments orbitaux de ces systèmes doubles sans le secours des mesures des vitesses radiales, et à l'aide des seules courbes d'éclat" (vgl. *CR* 152 [1911] 70—72).

Zu diesem Zweck geht Luizet von den Hypothesen Duncans und Louds aus. Er stützt sich dabei erstens auf die beobachtete Tatsache, daß die Epochen des Maximums und Minimums der Helligkeit mit denen der radialen Geschwindigkeit zusammenfallen, und zweitens auf das Theorem, daß die Radialgeschwindigkeit in den Knotenpunkten ihren größten (positiven oder negativen) Wert erreicht.

Dieses Theorem wird von Le Vavasseur in folgender einfacher Weise bewiesen: Wählt man als x-Achse die Gesichtslinie, so hat man die Bewegungsgleichung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = C\frac{x}{r^3}.$$

Der Quotient dx/dt erreicht ein Maximum, wenn $d^2x/dt^2 = 0$, das heißt, wenn $x = 0$ ist, also in der Knotenlinie.

Weiter nimmt Luizet an, daß infolge der Flutwirkung der leuchtende Stern dem Massenmittelpunkt immer genau denselben Meridian zuwendet. In einer elliptischen Bahn wird die Senkrechte zu dieser Meridianebene nur im Periastron

[1] Aus ähnlichen Gründen kommt auch H. C. Plummer zu demselben Massenverhältnis (*MN* 80 [1920] 502).

und Apastron mit der Bewegungsrichtung des Sterns zusammenfallen; die Grenzlinie der Stirnseite, die durch das widerstehende Mittel erhitzt wird, pendelt also um jenen Meridian hin und her. Luizet setzt nun voraus, daß sich im Laufe der Zeit die Lichtintensität symmetrisch um den Pol dieses Meridians verteilt hat, so daß die Meridianlinie den Stern in eine Halbkugel von größter und eine von kleinster Helligkeit zerlegt. So erklärt es sich, daß die Helligkeit des Sterns am größten oder am kleinsten ist, wenn seine Geschwindigkeit in der Gesichtslinie ihren größten negativen bzw. positiven Wert erreicht, d. h. in den Knotenpunkten. Dies leuchtet unmittelbar ein, wenn die Neigung der Bahn zur Projektionsebene 90^0 ist. Für einen andern Wert von i wird die Lichtschwankung im Verhältnis zu $\sin i$ geringer. Im übrigen bleiben die obigen Betrachtungen gültig. Von Verfinsterungen zeigt sich bei den untersuchten Sternen keine Spur; der zweite Körper ist verhältnismäßig dunkel.

a) Nach diesen Voraussetzungen ist die scheinbare Helligkeit eine lineare Funktion des Cosinus der Länge in der Bahn, von einem der Knotenpunkte aus gerechnet; sie kann deshalb dargestellt werden durch die Formel:

$$I = S + S' + (S - S') \cos (\lambda + V),$$

worin $2S$ und $2S'$ die größte und die kleinste Helligkeit, λ die Länge des Periastrons vom Knoten des Maximumlichtes aus, V die wahre Anomalie bedeuten.

$$\begin{array}{l} \text{Im Periastron ist } I_p = S + S' + (S - S') \cos \lambda, \\ \text{„ Apastron „ } I_a = S + S' - (S - S') \cos \lambda, \\ \hline \text{folglich } I_p + I_a = 2S + 2S'. \end{array}$$

Um diese beiden Epochen zu finden, suche man in der Lichtkurve jene zwei Punkte auf, deren Phasenunterschied eine halbe Periode beträgt und deren Helligkeiten zusammengenommen der Summe der größten und kleinsten Helligkeit gleich sind.

b) Wir kommen nun zur Bestimmung der Bahnexzentrizität.

Es seien nt_1, u_1, V_1, nt_2, u_2, V_2 die mittlere, die exzentrische und die wahre Anomalie des leuchtenden Körpers im größten bzw. im kleinsten Lichte; nt_1 und nt_2 sind bekannt, $V_2 - V_1$ ist gleich π. Aus den bekannten Gleichungen

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} u_1 = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} V_1 \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}, \qquad \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} u_2 = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} V_2 \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

ergibt sich, da $\operatorname{tg} \frac{1}{2} V_1 \operatorname{tg} \frac{1}{2} V_2 = -1$ ist:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} u_1 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} u_2 = -\frac{1-e}{1+e},$$

oder

$$(1) \qquad e = \frac{\cos \frac{1}{2} (u_2 - u_1)}{\cos \frac{1}{2} (u_2 + u_1)}.$$

Wird dieser Wert in die bekannte Keplersche Gleichung

$$u_2 - e \sin u_2 = n t_2, \qquad u_1 - e \sin u_1 = n t_1$$

eingesetzt, so erhalten wir:

(2) durch Subtraktion: $(u_2 - u_1) - \sin(u_2 - u_1) = n t_2 - n t_1$,

(3) durch Addition[1]: $(u_2 + u_1) - 2 \cos^2 \frac{1}{2}(u_2 - u_1) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(u_2 + u_1) = n t_2 + n t_1$.

Aus (2) findet man $u_2 - u_1$, dann aus (3) $u_2 + u_1$, und aus (1) das gesuchte e. Ist e bekannt, so berechnet man V_1 aus

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} V_1 = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} u_1 \sqrt{\frac{1+e}{1-e}},$$

und daraus schließlich: $\lambda = 2\pi - V_1$.

22. Luizet hat diese Methode auf die δ *Cephei*-Sterne mit regelmäßig verlaufenden Lichtkurven angewandt, d. h. mit Lichtkurven, die weder Stillstandspunkte noch sekundäre Maxima aufweisen. Seine Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle niedergelegt. Darin bedeutet T die Zeit des Periastrondurchgangs des hellen Begleiters, vom Helligkeitsmaximum an gerechnet; ferner sind e_s und T_s die von Luizet zur Vergleichung herangezogenen spektroskopischen Elemente.

Stern	P	e	T	e_s	T_s	λ
ζ Geminorum	$10^d.15$	0.138	$9^d.85$	0.22	$6^d.4$	345^0
S Antliae	0 .324	0.300	0 .198	—	—	210
W Ursae mai.	0 .1668	0.286	0 .076	—	—	171
RY Cassiopeiae	12 .13	0.321	11 .92	—	—	347
RV Ursae mai.	0 .468	0.537	0 .463	—	—	345
Y Sagittarii	5 .773	0.392	5 .50	0.16	4 .5	320
SU Cygni	3 .846	0 395	3 .71	0.21	2 .5	329
XX Cygni	0 .1349	0.456	0 .1295	—	—	319
T Vulpeculae	4 .436	0.428	4 .24	0.43	3 .8	318
δ *Cephei* (Argelander)	5 .366	0.387	4 .96			300
„ (Stebbins)	„	0.400	5 .07	0.46	4 .8	312
„ (Luizet)	„	0.462	5 .12			312
RR Geminorum	0 .397	0.619	0 .387	—	—	315
UY Cygni	0 .561	0.500	0 .541	—	—	318
RR Leonis[2]	0 .452	0.670	0. 444	—	—	322

Luizet macht zu seiner Tabelle die Bemerkung: „On voit que ces deux systèmes d'éléments sont comparables; et . . . il semble qu'on [en] puisse conclure que les éléments, calculés d'après ma méthode, des Céphéides échappant par leur peu de lumière à l'analyse spectrale, doivent être acceptés avec quelque confiance“ (Luizet a. a. O. 143).

[1] Vom Verfasser hinzugefügt.

[2] *CR* 155, S. 1588.

Höchst auffallend sind die Werte von λ; mit Ausnahme von *S Antliae* und *W Ursae mai.* sind alle großen Achsen der Bahnen gegen die Knotenlinie und folglich auch gegen die Gesichtslinie fast gleich gerichtet. „Il faut donc admettre que ces grands axes ont une tendance, dont la cause nous est inconnue, à prendre une orientation plutôt qu'une autre dans l'espace" (a. a. O. 146)[1].

23. Die Berechnung der Bahnelemente hat den Zweck, zwischen diesen Elementen und den Beobachtungstatsachen empirische Gesetze zu suchen, die als Grundlagen zu stichhaltigen Theorien dienen können. Einige Gesetze dieser Art sind bereits entdeckt worden.

a) Unter den charakteristischen Eigenschaften der Blinksterne ist die Abhängigkeit der Periodenlänge von der absoluten Helligkeit eine der merkwürdigsten. Sie wurde zuerst von Miss Leavitt bei den Veränderlichen der kleinen Magellanischen Wolke gefunden, dann von Miss Cannon für die Kumulusveränderlichen bestätigt und endlich von Shapley als allgemein gültig erklärt, auch für die δ *Cephei*-Sterne außer den Sternhaufen. Die folgende Tabelle zeigt nach Shapley (*ApJ* 44, S. 274) die Beziehung zwischen dem Logarithmus der Periode P in Tagen und der absoluten Größe M; die letzte Zeile enthält den mittleren Spektraltypus.

log P	M	log P	M	log P	M	log P	M
+ 2.1	— 7.1	+ 1.2	— 3.87	+ 0.4	— 1.37	— 0.2	— 0.38
+ 2.0	— 6.74	+ 0.8	— 2.43	+ 0.2	— 0.99	— 0.4	— 0.33
+ 1.6	— 5.31	+ 0.6	— 1.81	0.0	— 0.64	— 0.6	— 0.34
G 2—3		*G* 0		*F* 4		*A* 7	

Zwischen den Grenzen $+2.1 > \log P > +0.8$ ist die Beziehung linear; für Perioden, die kürzer als ein Tag sind, ist M nahezu konstant. Je länger die Periode, um so fortgeschrittener ist der mittlere Spektraltypus.

b) Andere merkwürdige Beziehungen, einerseits zwischen den Amplituden der Helligkeit (A) und der Radialgeschwindigkeit ($2K$), anderseits zwischen den Bahnelementen der δ *Cephei*-Sterne, hat Ludendorff aufgedeckt, nämlich:

(1) $$2K = 47.3A \quad (AN\ 193\ [1912]\ 301),$$

(2) $$e\cos\omega = k_1 + k_2(1-e^2)^{\frac{3}{2}}K^3P \quad (AN\ 203\ [1917]\ 361).$$

Wegen der Beziehung $m_2^3\sin^3 i/(m_1+m_2)^2 = [3.01642 - 10](1-e^2)^{\frac{3}{2}}K^3P$ kann man für (2) auch schreiben:

$$e\cos\omega = k_1 + k_2'\frac{m_2^3\sin^3 i}{(m_1+m_2)^2}.$$

[1] Luizet hat versehentlich die Werte von $a\sin i$, die aus den absoluten Verschiebungen der Spektrallinien des einzigen sichtbaren Körpers abgeleitet sind, so benutzt, als ob sie aus den relativen Verschiebungen der Spektrallinien beider Körper berechnet wären. Seine Betrachtungen über die Massen und die relativen Entfernungen der beiden Komponenten sind daher wertlos.

Bei den δ *Cephei*-Sternen ist

$$k_1 = -0.218, \quad k_2 = +0.00963 \quad \text{(Anzahl der Sterne: 10)};$$

bei den ζ *Geminorum*-Sternen ist

$$k_1 = +0.024, \quad k_2 = +0.0073 \quad \text{(Anzahl der Sterne: 3)}.$$

Die erstere Beziehung beschränkt sich jedoch auf die Sterne, die den Spektralklassen F und G angehören.

Diese Gesetze veranlaßten Ludendorff zu der Bemerkung: „Freilich kann man sich aus verschiedenen Gründen des Eindruckes kaum erwehren, daß die in den Spektren der δ *Cephei*-Sterne beobachteten periodischen Linienverschiebungen nicht durch Radialbewegungen der Sterne, sondern durch irgendwelche andere Ursachen hervorgerufen werden."

Mögliche Ursachen eines kurzperiodischen Lichtwechsels mit Linienverschiebungen sind stehende Schwingungen oder Pulsationen, wie sie zuerst von Emden in seinem Werke „Gaskugeln" (1907) eingehend untersucht wurden. Die Anwendung dieser Ursachen auf die Lösung des Blinksternproblems bildet den Gegenstand des folgenden Kapitels.

Zehntes Kapitel.

Die Schwingungstheorie.

Schwingungen als Ursache von Lichtschwankungen wurden zuerst von Moulton in Betracht gezogen. Bevor wir aber seine Untersuchungen darlegen, müssen wir auf die früheren Forschungen über schwingende Kugeln zurückgreifen, die ihm als Grundlage dienten.

A. Die Schwingungsdauer kugelförmiger Massen.

24. Die physikalische Aufgabe über schwingende Kugeln läßt sich nach Emden („Gaskugeln" S. 448) in die Worte kleiden: „Erleidet eine Gaskugel eine kleine Deformation, so werden nach Aufhören des Zwanges die Teilchen derselben in ihre Gleichgewichtslage zurückgehen, getrieben durch gegenseitige Anziehung nach dem Newtonschen Gravitationsgesetze. Sie erlangen auf diese Weise Geschwindigkeit, die sie über die Gleichgewichtslage hinausführt, und die Kugel gerät in Schwingungen. Es handelt sich darum, deren Schwingungsdauer festzustellen."

a) Wird vorausgesetzt, daß im Ruhezustand die Dichte der Gaskugel eine Funktion des Abstandes vom Mittelpunkt ist, so verwandelt sich die Oberfläche der Kugel, deren Halbmesser $r = a$ sei, bei Eintritt der Schwingung in die Sphäroidfläche:

$$r = a\,(1 + p_0 Y_0 + p_1 Y_1 + p_2 Y_2 + \cdots + p_m Y_m),$$

worin Y_m eine Kugelfunktion von der Ordnung m bedeutet, während die p_m sich periodisch ändern. Die Schwingungszeiten hängen von verschiedenen Einflüssen ab, wie Elastizität, Verteilung von Dichte, Druck und Temperatur im Innern der Masse usw. Zur Lösung der Frage der Schwingungsdauer muß man notwendig vereinfachende Bedingungen aufstellen.

b) Für Kugeln aus inkompressibler Flüssigkeit hat das Schwingungsproblem zuerst Lord Kelvin behandelt (*Phil. Trans.* 153 [1863] 612). Er zeigte, daß die Dauer für die Schwingungen $m$ter Ordnung das Gesetz befolgt:

$$\tau_m = 2\pi \sqrt{\frac{2m+1}{2m(m-1)} \cdot \frac{a}{g}}, \tag{1}$$

worin g die Beschleunigung der Schwerkraft an der Oberfläche bezeichnet.

Der erste Wert von m, der physikalische Bedeutung hat, ist $m = 2$; für eine Kugel von der Größe und mittleren Dichte der Sonne wird

$$\tau_2 = 2\pi \sqrt{\frac{5}{4} \cdot \frac{a}{g}} = 3^{\mathrm{h}}\ 8^{\mathrm{m}}.$$

c) Lamb hat die Schwingungen eines zähflüssigen Sphäroids untersucht und gezeigt, daß die Zeit, die der Ausschlag einer periodischen Schwingung braucht, um bis $1/e = 0.37\cdots$ ihres ursprünglichen Wertes abzunehmen, dargestellt wird durch die Formel (*Proc.* London Math. Soc. 13 [1881] 61):

$$\tau = \frac{1}{(m-1)(2m+1)} \cdot a^2 \cdot \frac{\sigma}{\mu}. \tag{2}$$

Hierin bedeutet σ die Dichte und μ den Koeffizienten der Zähigkeit.

Wasser von mäßiger Temperatur hat den Koeffizienten $\mu/\sigma = 0.014$; folglich findet man für eine Wasserkugel von der Masse und Größe der Sonne als Dauer einer Schwingung zweiter Ordnung: $\tau_2 = 22 \times 10^{14}$ Jahre.

25. Selbstverständlich dürfen diese Ergebnisse über inkompressible oder zähflüssige Kugeln nicht unmittelbar auf Sterne angewandt werden, die sich großenteils in gasförmigem Zustand befinden.

a) Die einfachsten Schwingungen kompressibler Kugeln hat Ritter in Wiedemanns *Annalen* 8 (1879) § 25 untersucht. Ritter beschränkte sich auf die Gestaltveränderung, die der Kugelfunktion nullter Ordnung (Y_0) entspricht. Bei den Schwingungen dieser niedrigsten Ordnung verschieben sich die Gasteilchen längs des Radius, die Dichte bleibt in konzentrischen Schichten gleichförmig, und die schwingende Masse behält die Kugelgestalt bei.

Ritter löste die Aufgabe für unendlich kleine Schwingungen unter den Annahmen, 1. daß die Kugel von konstanter Dichte sei, 2. daß die Dichte während der Schwingungen konstant bleibe, 3. daß die Teilchen während ihrer Bewegung der Pogsonschen Gleichung $pv^k = \text{konst.}$ folgen, worin k das Verhältnis c_p/c_v der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen bedeutet.

Die Dauer dieser Schwingungen hat den Wert:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{1}{3k-4} \cdot \frac{a}{g}} = 11897 \sqrt{\frac{1}{3k-4} \cdot \frac{1}{\sigma}} \text{ sek.} \tag{3}$$

Bei einer Gaskugel konstanter Dichte von der Masse und Größe der Sonne wird die Schwingungsdauer für einatomige Gase ($k = \frac{5}{3}$) gleich $\tau = 2^h\,48^m\,53^s$, für zweiatomige Gase ($k = \frac{7}{5}$) gleich $\tau = 6^h\,17^m\,38^s$; für dreiatomige Gase ($k = \frac{4}{3}$) wird sie unendlich.

b) Die Schwingungen höherer Ordnung als der nullten bei kompressiblen Kugeln hat Ritter nicht untersucht. Eine Abweichung erster Ordnung von der Kugelgestalt nach einer Kugelfunktion Y_1 gibt eine gleiche Kugelfläche um einen Mittelpunkt, der von dem Mittelpunkt der gegebenen Oberfläche unendlich kleinen Abstand hat; sie kann hier und im folgenden außer Betracht bleiben. Die Hauptschwingung ist somit die der zweiten Ordnung ($m = 2$).

26. Schwingungen höherer Ordnung, die in kompressiblen Kugeln vollkommener Gase auftreten, hat Emden in vereinfachter Form untersucht. Zunächst nimmt auch er die Gaskugel „polytrop" an, d. h. verschiebt man ein Gasteilchen längs des Radius, so erfährt es eine solche Zustandsänderung, daß $pv^k = \text{konst.}$ bleibt, wo k der obengenannte Koeffizient ist. Setzt man $k = 1 + 1/n$, so ist n die Klasse der polytropen Kurve $pv^k = \text{konst.}$ in der pv-Ebene. Da die Kugel einen endlichen Radius hat, so ist $n < 5$.

Weiter setzt Emden voraus, daß die Schwingungen sehr klein sind, so daß die Kugelfläche in eine ihr naheliegende Sphäroidfläche übergeht. Die veränderte Oberflächenschicht bestehe aus Massen von außerordentlicher Verdünnung, deren Anziehungskraft gegenüber jener der übrigen Massen vernachlässigt werden könne. Ferner sollen die Teilchen während ihrer Bewegung Veränderungen gemäß derselben Polytrope erleiden, nach der die Kugel aufgebaut ist. Schließlich nimmt Emden noch an, daß die geringe Gestaltveränderung einer jeden Kugelschicht deren Anziehungskraft auf einen äußeren Punkt nicht beeinflußt.

a) Unter diesen Voraussetzungen findet Emden für die Dauer τ einer Schwingung $m$ter Ordnung den Ausdruck:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{a}{mg}} = 11897 \sqrt{\frac{1}{m \cdot \sigma_0}}, \tag{4}$$

worin σ_0 die mittlere Dichte der Gaskugel bedeutet.

Die Schwingungsdauer ist also unabhängig von k und a, einzig und allein bestimmt durch die mittlere Dichte σ_0; sie steht im umgekehrten Verhältnis zur Quadratwurzel aus der Ordnungszahl m der höheren Schwingungen.

b) Die Dauer der Hauptschwingung einer Gaskugel ($m = 2$) von der mittleren Dichte der Sonne beträgt:

$$\tau = 1^h\,59^m\,26^s.$$

Vereinfacht sich diese Schwingung derart, daß eine Symmetrieachse vorhanden ist, so nimmt die Kugel abwechselnd die Gestalt einer Zitrone oder einer Orange an, wobei die Parallelkreise mit einer Polardistanz von $54^0\,44'$ Knotenlinien bilden. Die Teilchen legen Bahnen zurück, deren Gleichung durch $xy^2 = \text{konst.}$ gegeben ist, wo x die auf der Symmetrieachse gemessene Entfernung vom Kugelmittelpunkt, y den Abstand von der Achse mißt.

B. Die Wärmestrahlung kugelförmiger Gase.

27. Die soeben für die Schwingungsdauer abgeleiteten Werte beruhen zwar auf einfachen Voraussetzungen, die von der Wirklichkeit weit abweichen, doch geben sie immerhin eine Vorstellung von der Größenordnung dieser Dauer. Eine nicht weniger wichtige Frage ist jetzt die, welches der Einfluß der Schwingungen auf die Temperatur und die Ausstrahlung einer glühenden, kugelförmigen Gasmasse sein wird.

Diese Frage hat Moulton im *ApJ* 29 (1909) 257 behandelt und auf die Sonne angewandt. Zur Vereinfachung setzt er voraus, daß die Masse der Sonne homogen und ihre Umdrehungsachse immer eine Symmetrieachse sei. Dann wird die Entfernung des Mittelpunktes von der Oberfläche ausgedrückt durch die Reihe

$$r = a\,[1 + p_0 + p_2 P_2(\varphi) + p_3 P_3(\varphi) + \cdots], \tag{5}$$

worin das Glied erster Ordnung gemäß der in Nr 25 gemachten Bemerkung weggelassen ist. φ bedeutet die Poldistanz und P_n den Legendreschen Koeffizienten $n$ter Ordnung, während die p_n sich periodisch ändern. Weiter setzt Moulton voraus, daß die Sonne sich selbst überlassen sei und mithin das Rotationsmoment unverändert bleibe.

Nun sei H die in der Zeiteinheit ausgestrahlte Energie, T die absolute Temperatur und s die spezifische Wärme der Sonne; ferner sollen T und s in der Sonne überall dieselben Werte haben und außerdem s von der Zeit unabhängig sein.

a) Die ganze Energie der Sonne setzt sich zusammen aus der Rotationsenergie E, der potentiellen Energie W, der Wärmeenergie msT und der kinetischen Energie K der schwingenden Massen. Nach dem Prinzip der Erhaltung der Energie hat man:

$$\frac{d}{dt}(E - W + msT + K) + H = 0. \tag{6}$$

Die Umdrehungsenergie E kann wegen der langsamen Achsendrehung der Sonne vernachlässigt werden.

Für das Selbstpotential W findet Moulton mit Hilfe von (5) den Wert:

$$W = \frac{3}{5} k^2 \frac{m^2}{a}\left(1 - p_0 - \frac{2}{5} p_2^2 - \frac{17}{49} p_3^2 \cdots\right). \tag{7}$$

b) Bei Anwendung dieser Theorie auf die kurzperiodischen Schwingungen der Sonne ist eine weitere Vereinfachung erlaubt. Da nämlich die Temperatur

der Sonne durch die Ausstrahlung jährlich höchstens um einige Grade sinkt, kann man für den Zeitraum von wenigen Tagen den Einfluß von H auf T vernachlässigen. So ergibt sich schließlich für die kurzperiodischen Schwingungen:

$$msT - W + K = \text{konst.}, \tag{8}$$

oder wenn T_0, W_0, K_0 für die Zeit $t = t_0$ gelten:

$$T - T_0 = \frac{1}{ms}\Big\{(W - W_0) - (K - K_0)\Big\}. \tag{9}$$

Substituiert man den Wert von W, so folgt:

$$T = T_0 + \frac{3}{5}\frac{k^2 m}{sa}\Big\{-[p_0(t) - p_0(t_0)] - \frac{2}{5}[p_2^2(t) - p_2^2(t_0)] - \\ - \frac{17}{49}[p_3^2(t) - p_3^2(t_0)] + \cdots\Big\} - \frac{1}{ms}[K(t) - K(t_0)]. \tag{10}$$

28. Um annähernd eine Vorstellung von der Schwankung der Ausstrahlung H zu gewinnen, nimmt Moulton das Stefansche Strahlungsgesetz an:

$$H = cST^4, \tag{11}$$

worin c eine Konstante und S die Gesamtoberfläche ist.

Für S findet man annähernd[1]:

$$S = 4\pi a^2(1 + 2p_0 + \tfrac{4}{5}p_2^2 + p_3^2 + \cdots). \tag{12}$$

Da die Schwankung von S im allgemeinen gering sein wird, kann man H einfach der vierten Potenz von T proportional setzen.

a) In der Anwendung auf die Sonne setzt Moulton $s = 1$. Drückt man die absolute Temperatur T in Zentigraden aus, so wird in der Formel für T der Koeffizient:

$$\frac{3}{5}\frac{k^2 m}{sa} = 27 \times 10^6.$$

Für das Glied nullter Ordnung (p_0) ist der Sonnenradius als Einheit genommen. Wäre nur dieses eine Glied vorhanden, so würde die Sonne sich periodisch kugelförmig ausdehnen und zusammenziehen; im Maximum und im Minimum des Radius wäre dann $K = 0$. Eine derartige Schwingung von $0''.1$ in der scheinbaren Größe der Sonne würde einer Schwankung von p_0 zwischen den Grenzen $-1/38400$ und $+1/38400$ und somit einer Temperaturänderung von 1400^0 C entsprechen.

Um den Einfluß des Gliedes zweiter Ordnung abzuschätzen, setzen wir die übrigen Glieder gleich Null, so daß wir erhalten:

$$r = a\{1 + p_2 P_2(\varphi)\} = a\{1 + \tfrac{1}{2}p_2(3\cos^2\varphi - 1)\}. \tag{13}$$

[1] Moulton (a. a. O. S. 270, Formel 33) schreibt versehentlich $S = 4\pi a^2(1 - 2p_0 + \cdots)$, wie auch in der vorhergehenden Formel (32) irrtümlich steht: $a^2/(1 + p_0)^2$ statt $a^2(1 + p_0)^2$. In seiner endgültigen Formel für H (Formel 39) ist das Vorzeichen wieder richtig.

Für ein positives p_2 ist der Körper verlängert, für ein negatives ist er abgeplattet. Der Polhalbmesser ist $c = a(1 + p_2)$, der Äquatorhalbmesser $\mathfrak{a} = a(1 - \frac{1}{2}p_2)$, die Abplattung

$$\frac{\mathfrak{a} - c}{\mathfrak{a}} = -\frac{3}{2}p_2.$$

Da p_2 in der zweiten Potenz auftritt, ist der Einfluß auf T viel geringer als der eines gleichwertigen p_0. Wenn z. B. p_2 im scheinbaren Polardurchmesser der Sonne eine Schwingung von $2''.0$ verursacht, so beträgt die Änderung von T weniger als 3^0 C.

Setzt man für $\pm p_2$ einen Maximalwert, gleich $\frac{1}{10}$, und vernachlässigt man die kinetische Energie, so findet man eine Temperaturschwankung von 2200^0 C; die größte Abplattung wäre $\frac{1}{47}$. Die Temperatur ist am niedrigsten, wenn der Körper am meisten verlängert oder abgeplattet ist, und in beiden Fällen gleich. Da aber in dem Augenblick t_0, wo $p_2 = 0$ und der Körper kugelförmig ist, ein Teil der Energie kinetisch ist, so wird die gesamte Temperaturschwankung $T_0 - T$ um $K(t_0)/ms$ verringert.

b) Um sich eine Vorstellung von der höchsten Grenze dieser kinetischen Energie zu bilden, denkt Moulton sich die Sache so: „Since kinetic energy is proportional to the product of the first power of the mass and second power of the velocity, we shall obtain the largest possible kinetic energy by supposing the change of form and dimensions has been accomplished by the motion of the smallest possible amount of matter. We shall satisfy this condition if we suppose the equatorial bulge is transferred to the poles. We shall have a distance of motion greater than the greatest possible, if we suppose each particle slides along the surface from the equator entirely to the pole. In the case of the sun the distance is 108×10^7 meters. Suppose that the whole period of oscillation is 3 hours, and consequently that the motion in one direction would be made in 90 minutes. Suppose that it is uniform. Then the velocity is 2×10^5 meters per second. Since a mass falling 425 meters under the acceleration of the earth's gravity has a velocity of 91 meters per second, the velocity in a mass of specific heat unity is equivalent to a temperature of one degree. A velocity of 2×10^5 meters per second is equivalent to a temperature of $(2 \times 10^5 / 91)^2 = 48 \times 10^5$ degrees. But equation

$$(14) \qquad v = \tfrac{4}{3}\pi a^3 (1 + \tfrac{3}{5}p_2^2 + \tfrac{2}{3}\tfrac{2}{5}p_2^3 + \cdots) \qquad (v = \text{volume})$$

shows that the mass moved is only 125×10^{-6} of the whole sun. Consequently the motion is equivalent to a temperature of 600 degrees for the whole sun. This is to be subtracted from the 2200 degrees of variation computed above, leaving a temperature change of 1600 degrees. While these results can lay no claim to numerical precision, they are probably correct as to order of magnitude, and if so are sufficient for present purposes.“ [1]

[1] In der Moultonschen Gleichung für das Volumen haben wir nur die Glieder, die von p_2 abhängen, beibehalten.

c) Zur Berechnung der Strahlungsänderung muß die Temperatur T_0 gegeben sein. Moulton setzt sie gleich 6000°. Zuerst sei nur das Glied p_0 vorhanden, und zwar sei $p_0(t_0) = 0$. Nimmt man eine Schwingung von 0″.1 im scheinbaren Durchmesser an, so wechselt die Temperatur zwischen den Grenzen $6000^0 \pm 700^0$. Die kleine Änderung von S darf vernachlässigt werden; darum folgt:

$$H_{max} : H_{min} = 6700^4 : 5300^4 = 2.56.$$

Die Helligkeit der Sonne würde also um etwa eine Sterngröße schwanken.

Setzt man jetzt $p_0 = 0$ und $p_2 = \frac{1}{T^2}$, so wird, da die Temperatur zwischen den Grenzen 6000° und 7600° eingeschlossen ist:

$$H_{max} : H_{min} = 7600^4 : 6000^4 = 2.57,$$

die Helligkeitsschwankung ist wieder etwas mehr als eine Sterngröße.

29. Moulton behandelt dann die Frage, ob derartige Schwingungen nicht wenigstens teilweise die Lichtschwankungen der kurzperiodischen Veränderlichen erklären könnten. Daß solche Schwingungen bisweilen auftreten, sei nicht unwahrscheinlich.

a) Fällt das Entstehen eines Doppelsterns, so führt Moulton aus, mit gewaltigen Änderungen in Gestalt und Ausdehnung zusammen, so werden Schwingungen entstehen. Auch wenn zwei Sterne sich in engen exzentrischen Bahnen umeinander bewegen, werden die gegenseitigen Flutstörungen Schwingungen verursachen.

Gerät nun ein Algolstern in Schwingung, so werden die dadurch hervorgerufenen Lichtschwankungen sich über die Verfinsterungskurve lagern. Im allgemeinen werden die Perioden beider Lichtschwankungen nicht übereinstimmen, und die Maxima und Minima der daraus folgenden Lichtkurve werden sich periodisch ändern.

Bei einem einzelnen Stern, der beträchtliche Schwingungen zweiter Ordnung erleidet, wird die Helligkeit sich stetig ändern. Die Maxima, zu deren Zeit der Stern kugelförmig ist, sind alle gleich; die beiden Minima, wo er am meisten abgeplattet oder verlängert ist, werden einigermaßen verschieden sein, da sie von der Form des Sterns und der Orientierung gegen die Erde abhängen. Schwingungen höherer Ordnung könnten noch sekundäre Maxima und Minima verursachen. Die Spektrallinien würden sich infolge des wechselnden Druckes periodisch ändern und verschieben.

b) Die Temperaturschwankung ist nach (10) dem Quotienten m/a, d. h. dem Produkt aus der Dichte und der zweiten Potenz des Halbmessers proportional. Die Kelvinsche Gleichung, (1), setzt uns in den Stand, die Größenordnung der Dichte bei einer Schwingung von gegebener Dauer abzuschätzen. Für eine Schwingung zweiter Ordnung, deren Dauer fünf Tage beträgt, findet man $\sigma = 10^{-3}$ C.G.S. Das ist allerdings wenig, aber die Dichte wäre nicht ganz dreimal so groß, wollte man die Lichtänderung durch Verfinsterungen zweier Sterne erklären, die

sich in Berührung miteinander umkreisen. Dieses Verhältnis der Dichten ist nach beiden Voraussetzungen für alle Schwingungszeiten dasselbe.

Ergäbe sich für die Dichte ein verdächtig geringer Wert, so hätte die Verfinsterungstheorie nach Moulton einen kleinen Vorzug vor der Schwingungshypothese; doch erscheint ihm im Hinblick auf die meisten übrigen Umstände, wie die Erklärung der Unregelmäßigkeiten in manchen Lichtkurven, der sekundären Maxima, der veränderlichen Maxima und Minima und der Lichtperioden, vielleicht auch in spektroskopischer Hinsicht, die Schwingungstheorie annehmbarer.

Die beobachteten Lichtschwankungen können nach der entwickelten Theorie durch sehr mäßige Schwingungen erzeugt werden; denn „if we are entitled to any conclusion at all in the matter, it is that oscillations are probably sensible factors in the light-variations in close binaries, and that they may possibly be the sole cause of variation in some stars“ (a. a. O. 278).

Die Untersuchungen Moultons sind ganz allgemein gehalten; sie lassen die Erklärung der periodischen Linienverschiebung bei den δ *Cephei*-Sternen außer Betracht. Sehr bedenklich für die entwickelte Theorie scheint uns die bequemlichkeitshalber gemachte Annahme, daß die Temperatur und die Dichte im ganzen Sterninnern dieselben Werte haben sollen.

C. Die Blinksterne als einfache Himmelskörper.

Die Frage, ob die Blinksterne Doppelsternsysteme oder einfache Körper sind oder nicht, ist in den letzten Jahren von verschiedenen Seiten erörtert worden.

30. In Nr 92 der „Contributions from the Mount Wilson Solar Observatory“ sucht Harlow Shapley zu beweisen, daß die Blinksterne, mit Einschluß der Sternhaufenveränderlichen, keine Doppelsysteme seien, daß vielmehr ihr Lichtwechsel als Schwingungen einfacher Himmelskörper zu erklären sei.

a) Vorerst stellt Shapley fest, daß die δ *Cephei*-Sterne und die Sternhaufenveränderlichen wesentlich zur selben Klasse gehören. Das folge aus nachstehenden Tatsachen:

1. Bei dem Haufenveränderlichen *RR Lyrae* ($P = 13^h.6$) fand Kiess eine Linienverschiebung, die in allen Einzelheiten mit der der δ *Cephei*-Klasse übereinstimmt.

2. Vom photometrischen Standpunkte aus finden Graff und Bottlinger keinen wesentlichen Unterschied zwischen den Lichtkurven der beiden Gruppen. Wenige oder keine Sternhaufenveränderlichen haben streng genommen konstantes Licht in der Minimumphase.

Zu diesem Schluß kommt auch H. C. Plummer in *MN* 73 (1913) 657.

Die Figur 15 (S. 176) zeigt die typischen Lichtkurven von vier Veränderlichen in *Messier 72* (nach Harlow Shapley und Mary Ritchie, Colors and Magnitudes in Stellar Clusters: *ApJ* 52 [1920] 244).

3. Russells periodische Zerlegung der mittleren Lichtkurven setzt eine ähnliche Erklärung für beide Gruppen voraus.

4. Shapley findet eine Beziehung zwischen den Perioden und Spektraltypen, die von der längsten Periode der δ *Cephei*-Sterne bis zur kürzesten der Sternhaufenveränderlichen gültig ist.

5. Die Verschiebung der stärksten Intensität im Spektrum nach Violett, die bei wachsender Helligkeit eintritt, ist beiden Gruppen gemein.

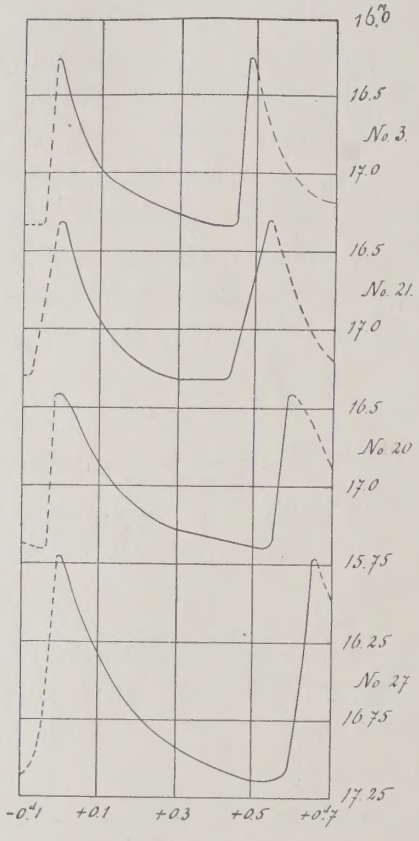

Fig. 15.

b) Nachdem Shapley so die Zusammengehörigkeit der beiden Gruppen von Blinksternen festgestellt hat, sucht er mit fünf Gründen darzutun, daß diese Veränderlichen keine Doppelsysteme seien.

1. Die photometrische Periode, sagt er, weist bei vielen Blinksternen unregelmäßige Schwankungen auf.

2. Die Gestalt der photometrischen Lichtkurve zeigt Unregelmäßigkeiten in aufeinander folgenden Perioden.

3. Die Amplitude des Lichtwechsels ist größer im photographischen als im visuellen Teil des Spektrums, und die maximale Helligkeit im Spektrum verschiebt sich beim Herannahen des größten Lichtes nach Violett. Diese zwei Tatsachen deuten auf eine periodische Änderung des Spektraltypus hin. Bisweilen zeigen mehrere Linien unregelmäßige Verschiebungen, die mit der Phase des Lichtwechsels nicht zusammenhängen.

4. Alle vorhandenen Doppelsternhypothesen seien zur Erklärung des Lichtwechsels ungenügend.

5. Die δ *Cephei*-Sterne haben nach Russell und Hertzsprung eine mittlere absolute Größe von — 2.4 bis — 2.3, sie sind also 700mal heller als die Sonne. Nimmt man an (was zulässig ist), daß sie gleiche Oberflächenhelligkeit besitzen wie die Sonne, so ist ihr Rauminhalt im Mittel 15 000- bis 20 000 mal größer als der Inhalt der Sonne. Bei Annahme eines Doppelsystems müßten diese Riesensterne sich in Bahnen bewegen, deren Achsen kleiner wären als ein Zehntel der Durchmesser der Sterne selbst. Sollten die Bahnachsen vielmal größer sein, so müßten die Neigungen der Bahnebenen zur Gesichtslinie sehr groß sein, was im allgemeinen nicht vorausgesetzt werden darf.

Auf diese Gründe hin erklärt Shapley die Doppelsternhypothese für unhaltbar. Nun hat Russell außerdem gezeigt, daß die Lichtänderung sich nicht durch Achsendrehung eines mit Flecken behafteten Sterns deuten lasse; die Lichtschwankung müsse tief gehen, sie könne sich nicht bloß auf der Oberfläche abspielen. Somit

bleibe als meistversprechende Annahme die übrig, die Erscheinungen in den Blinksternen durch periodische Schwingungen einfacher Himmelskörper zu erklären.

31. Wie sich die Vorgänge in den Blinksternen aus der Schwingungstheorie ergeben, soll nun im einzelnen gezeigt werden.

a) Anfänglich wird, infolge irgend einer Störung, eine große Anzahl Schwingungen von verschiedener Dauer entstehen. Bei einer ideellen homogenen Flüssigkeitsmasse (Kelvin) und einer polytropen Gaskugel (Emden) ist die Schwingungsdauer nur abhängig von der mittleren Dichte und von der Ordnung des periodischen Gliedes, das die Schwingung bestimmt. Die bedeutendste Schwingung ist die, welche dem periodischen Glied zweiter Ordnung entspricht. Ihre Dauer ist die längste, ihr Ausschlag der größte; sie kann fast unbestimmt fortdauern, während die Schwingungen höherer Ordnung bald durch Reibung ein Ende nehmen.

Führt man die Lichtänderung auf diese Hauptschwingung einer polytropen Gaskugel zurück, so läßt sich daraus die Dichte jedes Veränderlichen berechnen. Werden die Sterne nach ihrem Spektraltypus geordnet, so ergibt sich, wenn die Dichte der Sonne als Einheit genommen wird, folgende Übersichtstabelle (vgl. Formel 4 S. 170):

Spektral-Typus	Anzahl der Sterne	Mittlere Periode	Mittlere Dichte	Spektral-Typus	Anzahl der Sterne	Mittlere Periode	Mittlere Dichte
M	3	33	0.000006	*F*	31	6	0.000200
K	9	18	0.000020	*A*	9	0.4	0.04 · · ·
G	31	11	0.000056	*B*	1	0.19	0.2 · · · ·

Die geringe Dichte des roten Typus wird weniger befremden, wenn man bedenkt, daß die δ *Cephei*-Sterne Riesensterne sind, deren Dichte von der Ordnung 6×10^{-5} sein muß, sollen die Massen mit der Sonnenmasse vergleichbar sein. In der Tat gibt es mehrere langperiodische Verfinsterungssterne vom Typus *G* und *K*, deren Dichten von der Ordnung 10^{-4} bis 10^{-6} sind.

b) Die δ *Cephei*-Sterne sind zweifellos ungeheuer groß. Wenn auch die beobachteten Linienverschiebungen einzig auf Bewegungen in der Gesichtslinie und nicht auch auf Druckverschiebungen zurückzuführen sind, so entspricht dennoch der Ausschlag der Schwingung nur einem kleinen Teil der mittleren Durchmesser dieser Veränderlichen. In der zentralen Masse des Sterns wäre die Dauer der Schwingungen vollkommen regelmäßig, was an der Oberfläche nicht der Fall zu sein braucht.

c) Vermutlich wird, infolge der inneren Schwingungen, die Photosphäre des Sterns durch den Andrang der heißeren Gase aus dem Innern periodisch durchbrochen. Die größte Helligkeit und die größte nach außen gerichtete Radialgeschwindigkeit würden näherungsweise zusammenfallen, natürlich unabhängig

vom Ort des Beobachters. Die periodischen Schwingungen lassen sich als elliptische Bewegungen auffassen. Dabei können sekundäre Schwingungsformen sowohl das Licht als die Geschwindigkeit beeinflussen.

32. Diese Vorgänge sollen nun durch Anwendung auf einen bekannten Blinkstern erläutert werden. In *MN* 75 (1915) 566 versuchten Martin und Plummer die periodischen Verschiebungen der Spektrallinien von *RR Lyrae* durch radiale Schwingungen zu erklären. Eine spektroskopische Bahn dieses Veränderlichen hatte schon vorher Kiess abgeleitet.

a) Die radiale Geschwindigkeit konnte in folgender Form dargestellt werden:

$$-V = 69 + 21 \sin(\theta + 44^0) + 7 \sin(2\theta + 69^0) + 2 \sin(3\theta + 126^0) \ldots$$

Integriert man vom Mittelpunkt des Sternes aus, so wird die Entfernung eines Massenteilchens vom Mittelpunkt:

$$D = -\int (V + 69)\, dt = -\left\{21 \cos(\theta + 44^0) + 4 \cos(2\theta + 69^0) + 1 \cos(3\theta + 126^0)\right\} \frac{P}{2\pi},$$

worin P die Lichtperiode in Zeitsekunden bedeutet. Da nun $P = 0^d.566863$ ist, so folgt:

$$D = 1000\{163 \sin(\theta + 314^0) + 29 \sin(2\theta + 339^0) + 6 \sin(3\theta + 36^0)\} \text{ km}.$$

b) Aus der Vergleichung der Licht- und Geschwindigkeitskurven stellen sich Martin und Plummer den Verlauf der Lichtschwankung in dieser Weise vor:

Im Lichtmaximum ist die absorbierende Schicht in der Ausdehnung begriffen; ungefähr 100 Minuten früher erreichte sie ihre tiefste Lage. Aus der Untersuchung des Spektrums ergibt sich, daß dann die Absorption stark abgenommen hat, und das ist die Hauptursache für das Entstehen des hellsten Lichtes. Die absorbierende Schicht liegt jetzt ungefähr 120000 km unter ihrer mittleren Lage. Dann dauert die Ausdehnung noch ungefähr fünf Stunden fort, bis die Schicht eine Höhenlage von 140000 km über dem Mittel erreicht. Inzwischen nimmt die Absorption wieder zu, die visuelle Helligkeit nimmt stetig ab. Durch irgend welche Ursache wird der Stern zugleich mehr blau, und die Abnahme an aktinischem Licht wird zeitweilig aufgehoben oder sogar umgekehrt. In den folgenden sieben Stunden, d. i. ungefähr in der halben Periode, schrumpft der Stern allmählich zusammen. Erst wird er röter und nur wenig dunkler; aber bevor das Minimum erreicht ist, ändert sich die Farbe nach Blau zu, und die Abnahme der photographischen Größe hört eben auf. Dann tritt das kleinste Licht ein, noch bevor die umgebende Schicht bis zur tiefsten Lage hinabgesunken ist, ungefähr 200000 km unter den Mittelwert. Hierauf fängt die Ausdehnung wieder an, und nicht lange nachher erreicht der Stern von neuem sein größtes Licht.

D. Voraussetzungen und Rechnungen.

33. In *MN* 79 (1918) 2 und (1919) 177 entwickelt A. S. Eddington die mathematische Schwingungstheorie für gasförmige Himmelskörper in Verbindung

mit dem Problem der δ *Cephei*-Sterne. Zur Grundlegung seiner Theorie macht er eine Reihe von Annahmen.

a) Eddington setzt voraus, daß der Stern sich kugelförmig ausdehnt und zusammenzieht. Während einer Schwingung, sagt er, wird der Rauminhalt des Sterns nicht selten beinahe verdoppelt; die dadurch verursachten Temperaturänderungen im Innern müssen gewaltig sein. Können solche freie Schwingungen lange anhalten? und wird die Energie nicht durch Wärmeausstrahlung auf einmal zerstreut werden?

Zu dieser Frage bemerkt Eddington, daß wegen der hohen Undurchstrahlbarkeit im Innern des Sterns die Schwingungen in der Nähe des Mittelpunktes nahezu adiabatisch sein müssen. Bei der hohen Temperatur sei nämlich die Strahlung im Innern mehr den *X*-Strahlen als dem gewöhnlichen Lichte gleich, sie werde deshalb viel stärker absorbiert. So bleibe die Energie größtenteils im Innern bewahrt. Eddington nimmt also adiabatische Schwingungen an, doch zieht er dabei neben der Schwere auch den Strahlungsdruck mit in Rechnung.

Die gewöhnliche hydrodynamische Gleichung führt dann zu einer Differentialgleichung zweiter Ordnung für die oszillierende Bewegung eines Teilchens, wobei das Quadrat der Schwingungsamplitude vernachlässigt ist. Die Konstanten in den Koeffizienten der Differentialgleichung, die von der anfänglichen Verteilung von Druck, Temperatur und Dichte abhängig sind, berechnet Eddington aus seiner eigenen „Theory of radiative Equilibrium", mit Zugrundelegung von Emdens Theorie der Gaskugeln. Eine wichtige Rolle spielt dabei natürlich das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v, dessen Wert aber innerhalb weiter Grenzen unsicher ist.

Die Bahnelemente der Blinksterne, berechnet nach der Doppelsternhypothese, entnimmt Eddington Ludendorffs jährlicher Übersicht der spektroskopischen Bahnen in der *VJS*, die Amplitude des Lichtwechsels einer Abhandlung Ludendorffs in den *AN* Nr 4625. Den mittleren Spektraltypus liefert Shapley im *ApJ* 44, S. 274, die absolute Größe wird mittels Shapleys Kurve (*ApJ* 48, S. 114) aus den Perioden abgeleitet.

b) Dies sind die Grundlagen der Theorie. Sie erlauben sofort mehrere Schlußfolgerungen.

Aus dem Spektraltypus erhält man die effektive Temperatur und aus dieser die Strahlung für die Flächeneinheit. Die absolute Sterngröße gibt die Gesamtstrahlung. Durch Division erhält man den Inhalt der Oberfläche und hieraus den Halbmesser R.

Der Ausschlag der Schwingung, δR, ist das Element $a \sin i$ der hypothetischen Bahn. Richtiger wäre, wie Plummer bemerkt, $a \sin i \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}$, denn die Amplitude entspricht der Hälfte der Entfernung zwischen zwei auf der Gesichtslinie senkrechten Tangenten an die Bahn.

Weil die Strahlungsenergie sich im Verhältnis von T^4 ändert, so wird eine der vierten Wurzel der Helligkeit proportionale Temperatur T_e angenommen und aus der Amplitude des Lichtwechsels die Größe $\delta T_e : T_e$ berechnet.

Die Exzentrizität der Bahn, e, ist in der Schwingungstheorie ein Maß für die Abweichung von einer einfachen periodischen Schwingung.

Die Masse berechnet Eddington als Funktion der absoluten Sterngröße nach den Formeln seiner „Theory of radiative Equilibrium“ und gleicherweise das Verhältnis $(1 - \beta)$ des Strahlungsdruckes zur Schwere. Aus Masse und Halbmesser ergibt sich sogleich die mittlere Dichte. Nach der Theorie ist die zentrale Dichte 54mal so groß als die mittlere Dichte und die zentrale Temperatur der Größe $M\beta : R$ proportional.

Durch die Unsicherheit des Wertes von c_p/c_v bleibt in der berechneten Schwingungsperiode zwar ein Spielraum von etwa 100%, aber die Schwingungsperiode stimmt doch der Größenordnung nach mit der Periode der Lichtschwankung der typischen Blinksterne überein.

c) Eddington hebt hervor, daß die für δR gefundenen Werte mit Doppelsystemen nicht verträglich seien. Der Radius (δR) der hypothetischen Bahn des Hauptsterns ist im Mittel $\frac{1}{12}$ des Radius R des Sternes. Das sei nur möglich, wenn der Begleitstern eine sehr kleine Masse besitze, die folglich gegenüber der Hauptmasse vernachlässigt werden könne. Da Masse und Periode des Systems bekannt seien, so lasse sich die mittlere Entfernung a_1 der Mittelpunkte der beiden Sterne berechnen. Der Vergleich zwischen R und a_1 zeige, daß in den meisten Fällen der Begleitstern gerade innerhalb des Hauptsterns liege; ja er werde infolge der großen Exzentrizität im Periastron noch viel tiefer in den Hauptstern eindringen.

34. Aus dieser Reihe von Annahmen und Beobachtungstatsachen hat Eddington die für die Schwingungstheorie wichtigsten Konstanten der Blinksterne berechnet und sie in zwei Tabellen zusammengestellt, die wir unverändert hier abdrucken:

I. Tabelle.

	Stern	Mittlerer Typus	Periode	Absolute Größe	Amplitude der Lichtänderung	Radius (R) 10^6 km $\times$	δR 10^6 km $\times$	$\frac{\delta R}{R}$	$\frac{\delta T_e}{T_e}$	e	ω
1	*Y Ophiuchi*	$F9$	$17^d.113$	$-3^m.99$	$0^m.46$	42.2	1.999	.047	.054	0.10	209^0
2	*ζ Geminorum*	$F2\frac{1}{2}$	10 .154	— 3 .18	56	19.4	1.798	.093	.066	22	333
3	*S Sagittae*	$F8\frac{1}{2}$	8 .382	— 2 .88	63	24.6	2.000	.081	.075	35	70
4	*W Sagittarii*	$F5$	7 .595	— 2 .72	85	18.4	1.930	.105	.103	32	70
5	*η Aquilae*	$F6\frac{1}{2}$	7 .176	— 2 .64	79	19.4	1.899	.098	.095	47	64
6	*X Sagittarii*	$F8$	7 .012	— 2 .60	67	20.9	1.334	.064	.080	40	94
7	*Y Sagittarii*	$F9$	5 .773	— 2 .30	74	19.4	1.485	.077	.089	16	32
8	*δ Cephei*	$F6$	5 .366	— 2 .19	88	15.3	1.371	.090	.107	36	83
9	*T Vulpeculae*	$F5$	4 .436	— 2 00	60	13.2	0.969	.073	.072	43	111
10	*SU Cygni*	$F1\frac{1}{2}$	3 .846	— 1 .78	80	9.57	1.350	.141	.096	21	346
11	*RT Aurigae*	$F4$	3 .728	— 1 .73	80	10.9	0.856	.078	.096	37	95
12	*SZ Tauri*	$F3$	3 .149	— 1 .58	5	9.58	0.460	.048	.059	24	77
13	*SU Cassiopeiae*	$F1\frac{1}{2}$	1 .950	— 1 .17	4	7.23	0.295	.041	.047	0	—
14	*RR Lyrae*	$A5\frac{1}{2}$	0 .567	— 0 .52	9	3.7	0.166	.045	.109	27	97

II. Tabelle.

Stern	Masse (Sonne = 1)	$1-\beta$	Zentrale Dichte ρ_c (g/cm^3)	Zentrale Temp. T_c (10^6 gr. $\times$)	$P\sqrt{\rho_c}$	a_1 10^6 km $\times$
1	13.0	.614	.0043	3.13	1.12	45.1
2	7.4	.509	.0251	4.92	1.61	26.4
3	6.1	.471	.0102	3.46	0.85	21.8
4	5.5	.451	.022	4.31	1.12	19.7
5	5.2	.440	.0176	3.95	0.95	18.6
6	5.1	.435	.0138	3.62	0.82	18.2
7	4.3	.396	.0146	3.52	0.70	15.1
8	4.0	.382	.028	4.25	0.89	14.1
9	3.6	.357	.039	4.62	0.88	12.0
10	3.1	.330	.088	5.71	1.14	10.3
11	3.0	.324	.057	4.88	0.89	10.0
12	2.8	.305	.079	5.34	0.88	8.8
13	2.3	.265	.151	6.15	0.76	6.0
14	1.7	.197	.833	(9.70)	0.52	2.4

35. Wir müssen darauf verzichten, die Methode, nach der Eddington diese verwickelte Frage mit dem ihm eigenen Scharfsinn ausgearbeitet hat, hier wiederzugeben; es liegt ihr viel Unsicheres und Hypothetisches zugrunde, aber im großen und ganzen scheint sie doch den beobachteten Tatsachen gerecht zu werden.

a) Das Zusammenfallen der größten Geschwindigkeit in der Gesichtslinie mit der größten Helligkeit macht hier keine Schwierigkeit; auch das Fehlen der Verfinsterungen und die Unsichtbarkeit eines Doppelspektrums bedürfen keiner Erklärung.

b) Anderseits sind gegen die Schwingungstheorie doch Bedenken geäußert worden. Ein solches macht Plummer in *MN* 80 (1920) 500 geltend. Nimmt man an, sagt er, daß die ausgestrahlte Energie auf Kosten der potentiellen Energie durch Kontraktion des Sterns geliefert wird, so folgt aus Eddingtons Theorie, daß die Lichtperiode von *δ Cephei* jährlich ungefähr 40 Sekunden abnehmen muß. Nach Hertzsprung aber beträgt die jährliche Abnahme nur $0^s.079$. Um die Theorie aufrecht zu halten, ist man also gezwungen, irgend eine unbekannte Energiequelle in dem Stern vorauszusetzen.

Dieses Bedenken ist jetzt wohl nicht mehr so schwerwiegend. Auch neuere Untersuchungen über das Alter der Sonne führen zur Überzeugung, daß die Kontraktion als eigentliche Quelle der fortgesetzten Strahlung nicht ausreicht. Versuchsweise nimmt Eddington an, daß der Aufbau der höheren Elemente, aus Protons und Elektronen, im Sterninnern vor sich gehe und die Energie liefere, die der Stern ausstrahlt (*Zeitschr.* für Phys. 7 [1921] Heft 6).

Eddington selbst erkennt an, daß seine Theorie für die engen Beziehungen zwischen den Licht- und Geschwindigkeitskurven keine Erklärung biete; die

Ursache dieser engen Beziehungen sei in die nicht-adiabatischen äußeren Schichten des Sterns zu verlegen (*Obs* Nr 533 [Dez. 1918] 434). Auch gewisse Typen von Geschwindigkeitskurven, bei denen die Kurve im absteigenden Ast zeitweilig wieder zu steigen anfängt, ließen sich kaum mit der Schwingungstheorie in Einklang bringen (ebd. Nr 536 [1919] 71).

c) Weitere Einwände gegen Eddingtons Schwingungstheorie erhebt Jeans; sie erscheinen ihm so schwerwiegend, daß er eine andere physikalische Erklärung aufsucht. Er bemerkt nämlich (*Obs* Nr 536 [1919] 88), daß die Lichtkurven der meisten Blinksterne sich mit großer Genauigkeit durch die Formel darstellen lassen:

$$\text{Helligkeit} = a\cos nt + bf\{n(t-\tau_1)\}.$$

Hierin sind a, b, τ_1 Konstanten, die sich für jeden Veränderlichen anders gestalten, während f für alle Sterne die gleiche Funktion ist. Nach roher Abschätzung hängt der Spektraltypus einzig von f ab; der früheste Typus zeigt sich, wenn f ein Maximum, der späteste, wenn f ein Minimum ist. Die f-Kurve steigt schnell und sinkt langsam; sie ist annähernd exponentiell.

Das Glied $a\cos nt$ könnte aus der Achsendrehung eines einfachen ellipsoidischen Körpers, das Glied bf aus einer Explosion bei bestimmter Umdrehungsphase entstehen; die Änderung des Spektraltypus wäre dann durch die Explosion bedingt. Bei einem nahezu kugelförmigen Körper, oder auch wenn die Umdrehungsachse nach dem Beobachter zu gerichtet ist, bliebe nur die f-Kurve übrig. Das trete beispielsweise bei *RS Bootis* ein.

Jeans spricht die Befürchtung aus, daß diese physikalische Deutung mit den spektroskopischen Resultaten nicht übereinstimme; die Lichtänderung erkläre sie aber besser als die Theorie von Eddington. Überdies läßt Jeans die äußere Ursache der Lichtexplosionen, die nach ihm gezwungener und nicht freier Natur sind, ganz im dunkeln.

Elftes Kapitel.

Die Doppelsysteme.

Die Erklärung der Blinksterne durch Doppelsysteme ist uns schon in der Fluthypothese und ihren verschiedenen Anwendungen begegnet. Die von Klinkerfues (oben S. 144) vorgeschlagenen Gezeiten sind gezwungener Natur, im Gegensatz zu den freien Flutungen der Schwingungstheorie. Wenn wir jetzt die Doppelsysteme für sich behandeln, so verstehen wir darunter solche, bei denen nicht die ganze Sternmasse in Wallung gerät, sondern nur die äußeren Schichten Helligkeitsunterschiede erleiden. Wir beginnen mit den einzelnen Erklärungsversuchen.

A. Die bekannt gewordenen Theorien.

36. Den ersten Anstoß zur Erklärung der Blinksterne als Doppelsterne, auf deren Oberfläche periodische Veränderungen sichtbar sind, hat Hellerich durch

seine Dissertation: „Neue Bearbeitung der photometrischen und spektroskopischen Beobachtungen der Veränderlichen vom δ *Cephei*-Typus“ (Berlin 1913) gegeben. Wir beschreiben seine Theorie mit den Worten, wie sie Hagen in der Abhandlung „Das Blinksternproblem“, in den *AN* Nr 4995, dargelegt hat:

Hellerich setzt an Stelle des von Curtiss vorgeschlagenen widerstehenden Mittels (vgl. oben S. 155) „ungleiche Helligkeitsverteilungen auf der sichtbaren Komponente. Diese Komponente läßt er um eine Achse, die nahe senkrecht auf der Bahnebene steht, gleichförmig rotieren, in der Weise, daß Rotationszeit und Umlaufszeit gleich lang sind. Der sichtbare Stern hat eine helle und eine dunkle Zone; die helle ist zwischen zwei Meridianen eingeschlossen, die um etwa 100° Länge voneinander abstehen. Die Helligkeit dieser Zone ist nicht gleichmäßig, sie ist am stärksten an dem in Rotation vorausgehenden Meridian und nimmt gegen die nachfolgende Grenze allmählich ab. Der aufsteigende Zweig der Lichtkurve beginnt mit dem Sichtbarwerden des hellsten Meridians. Infolge der gleichförmigen Rotation des sichtbaren Sterns erleidet die helle Zone eine optische Libration in Länge, die bei den Blinksternen bis über ± 40° ansteigen kann. Durch die Verbindung dieser Voraussetzungen — es sind deren drei voneinander unabhängige — wird dem Zusammenhang zwischen Lichtkurve und Geschwindigkeitskurve, wenigstens nach der geometrischen Seite hin, genug getan. Eine physikalische Erklärung, wie der Mechanismus entstanden ist und erhalten bleibt, wird nicht versucht“.

Diese erste Arbeit Hellerichs, die sich über 10 Blinksterne erstreckte, brachte merkwürdige Gesetzmäßigkeiten in den Beziehungen zwischen den photometrischen und spektroskopischen Elementen ans Licht. Nachdem die Zahl der spektroskopisch genau untersuchten Blinksterne auf 18 gestiegen war, hat Hellerich in Nr 5149 der *AN* (1922) einen neuen „Vergleich der photometrischen und spektroskopischen Bahnelemente der δ *Cephei*-Veränderlichen“ ausgearbeitet; seine Rechnungsergebnisse sind schon in den letzten sieben Spalten der Übersichtstabelle S. 136 mitgeteilt. Aus dieser Tabelle kann man nach Hellerich, wenn man die Linienverschiebungen als Folge einer Bahnbewegung erklärt, folgende Schlüsse ziehen:

1. Die Maxima und Minima des Lichtes treten fast immer vor den Knotendurchgängen ein. Die vorhandenen Ausnahmen lassen sich teilweise auf Unsicherheit der Elemente (z. B. *X Sagittarii*), teilweise auf die Unsicherheit der Definition des Maximums bzw. des Minimums zurückführen.

2. Die v_M und v_m zeigen, daß die photometrischen Epochen nicht an bestimmte Stellen in der Bahn gebunden sind.

3. Sehr auffallend ist die Übereinstimmung der Werte l_M; ihr Mittelwert ist 128°. Ist die Achsendrehung der hellen Komponente gleichförmig und stimmt ihre Periode mit der Umlaufszeit in der Bahn überein, so ist $l_M - 90°$ die auf die Richtung des Beobachters bezogene Umdrehungsphase des Meridians, der zur Zeit des Periastrondurchgangs dem dunklen Begleiter gegenüberliegt. Diese Umdrehungsphase ist also für alle Systeme dieselbe (= 38°), auch für die Antalgol-

sterne (*RR Lyrae*), die langperiodischen Blinksterne (*l Carinae*) und die Veränderlichen mit sehr kleiner Lichtwechselamplitude (*12 Lacertae*, β *Cephei*).

4. Infolge der Bahnexzentrizität schwankt die Stellung des Begleiters gegenüber dem Hauptkörper um Beträge bis zu $\pm 70^0$; zur Zeit des Lichtmaximums bedecken die Teile der Oberfläche, denen der Begleiter gegenüberstehen kann, die uns zugewandte scheinbare Oberflächenhälfte.

5. Nimmt man an, daß die Blinksterne Doppelsysteme sind, so ergibt sich aus obigem, daß der Lichtwechsel durch irgendwelche Einwirkung der dunklen Komponente auf die ihr gegenüberliegenden Teile der Atmosphäre oder der Oberfläche der hellen Komponente hervorgebracht wird. Worin diese Einflüsse bestehen, kann mit den bisher gefundenen Beziehungen nicht entschieden werden.

Am Schluß seiner „Untersuchungen über Bedeckungsveränderliche“ (*AN* Nr 5174 und 5175 [1922]) hat Hellerich noch darauf hingewiesen, daß auch bei den Blinksternen merkliche Verfälschungen der von der Bahnbewegung herrührenden Radialgeschwindigkeiten eintreten können infolge der Rotation der leuchtenden Komponente, wenn die Oberfläche dieses Sterns nicht überall dieselbe Leuchtkraft besitzt. Die Spektrallinien würden Verschiebungen erleiden, die der radialen Komponente der Rotationsgeschwindigkeit für die hellsten Teile der Oberfläche entsprächen. Dadurch würden bei Einzelsternen spektroskopische Bahnen vorgetäuscht, bei Doppelsternen träten Verfälschungen der wirklichen radialen Bahngeschwindigkeiten und der aus ihnen abgeleiteten Elemente auf. In jedem Fall stünden die von der Rotation herrührenden Geschwindigkeiten in engem Zusammenhang mit dem Lichtwechsel, der durch die Rotation der Zonen verschiedener Helligkeit bewirkt wird. Der Zeit des Lichtanstiegs, während welcher eine helle Zone am Rande hervortritt, entsprächen negative Radialgeschwindigkeiten der hellen Zone, der Zeit des Lichtabstiegs positive Geschwindigkeiten. Vielleicht seien die großen Exzentrizitäten und die eigenartige Verteilung der Periastren der Blinksterne teilweise dadurch zu erklären, daß die spektroskopischen Bahnelemente durch die oben besprochenen Rotationseinflüsse verfälscht sind.

Anderseits könne man füglich die beobachteten Geschwindigkeitskurven auch durch die Annahme eines rotierenden Einzelsterns deuten. Zugunsten dieser Annahme spreche vielleicht die von Ludendorff gefundene Proportionalität der Amplituden der Geschwindigkeits- und Lichtkurven. Dagegen lasse sich aber geltend machen, daß die Amplituden der Geschwindigkeitskurven, die höchstens 40 km betragen, auf Werte der Rotationsgeschwindigkeiten am Äquator führen, die für Riesensterne zu klein sind. Eine endgültige Entscheidung, inwiefern man die Rotationseinflüsse zur Erklärung des Lichtwechsels und der Radialgeschwindigkeiten der Blinksterne heranziehen kann, sei vorläufig noch nicht möglich.

37. Mit der Hellerichschen Theorie sind die Anschauungen Guthnicks, der mehr auf die physikalische Seite des Blinksternproblems eingeht, nahe verwandt.

Guthnick behandelt die Doppelsternhypothese hauptsächlich in seinen „Photoelektrischen Untersuchungen an spektroskopischen Doppelsternen“ (Bd II, Heft 3, Berlin-Babelsberg 1918). Von den von ihm untersuchten Sternen waren wenigstens vier: β, ε, ζ *Ursae mai.* und α *Canum Venaticorum*, Bedeckungsveränderliche. Bei ihnen ist augenscheinlich über den eigentlichen Bedeckungslichtwechsel eine zweite Schwankung von der Art der Blinksterne gelagert. Diese Übergangsformen zwischen Algolsternen und Blinksternen eignen sich dazu, manche noch unerklärte Eigentümlichkeiten dieser beiden Klassen von Veränderlichen zu beleuchten.

a) Zu den Sternen des δ *Cephei*-Typus rechnet Guthnick, indem er den Begriff im weitesten Sinne nimmt, alle Sterne mit einem „beliebig gestalteten, im wesentlichen kontinuierlichen Lichtwechsel, von beständiger oder veränderlicher Form, mit beliebig vielen Wellen, wenn er nur die gleiche Hauptperiode wie die Linienverschiebungen zeigt“ (S. 130). Hierzu gehören die von Guthnick untersuchten Sterne α *Canum Venat.*, γ *Bootis*, α *Geminorum*, β *Cephei*, ζ *Ursae mai.*, o und φ *Persei* und wahrscheinlich auch α *Cygni* und α *Ursae mai.* Bei all diesen ist kurzdauernde spektroskopische Duplizität mit gleichperiodischen kleinen Helligkeitsschwankungen verbunden, die allem Anschein nach mit der Veränderlichkeit der δ *Cephei*-Sterne verwandt sind. Diese δ *Cephei*-Sterne können als extreme Fälle angesehen werden, bei denen besondere, das Zustandekommen großer Lichtunterschiede begünstigende Umstände vorwalten.

b) Gegen die Doppelsternhypothese sind zwei Einwände erhoben worden: erstens, daß es noch nie gelungen sei, im Spektrum eines δ *Cephei*-Sterns die zweite Komponente nachzuweisen; zweitens, daß bisher keine Spur von Bedeckung aufzufinden gewesen sei.

Auf den ersteren Einwand antwortet Guthnick, daß nicht unwahrscheinlich die Masse des Begleiters bei den eigentlichen δ *Cephei*-Sternen verhältnismäßig klein und seine Helligkeit gering ist. Ein Helligkeitsunterschied von nur zwei Größenklassen verhindert gewöhnlich die Erkennung des schwächeren Begleiters im Spektrum. Die regelmäßige Kleinheit der Massenfunktion weist auf geringe Masse des Begleiters hin. Anderseits sind in vielen der von Guthnick untersuchten Sterne Anzeichen der zweiten Komponente im Spektrum vorhanden.

Auch der zweite Einwand ist nach Guthnick nicht stichhaltig. Erstens gibt es zwei Sterne, sagt er, α *Pavonis* und *ST Ophiuchi*, in denen das Vorhandensein eines Bedeckungsminimums neben dem δ *Cephei*-Lichtwechsel vermutet wird; zweitens werden, da der Begleiter wahrscheinlich verhältnismäßig klein ist, die Bedeckungsminima sehr flach und kaum nachweisbar sein, um so mehr als die Feststellung durch den stetigen Lichtwechsel erschwert wird. Auch liegen wahrscheinlich bei mehreren der untersuchten Sterne, nämlich bei ε und β *Ursae mai.*, α *Canum Venat.*, ζ *Ursae mai.*, vielleicht auch bei α *Ursae mai.* und ζ *Cephei*, sowohl Bedeckungen als ein δ *Cephei*-Lichtwechsel vor.

c) Das Zustandekommen der Veränderlichkeit erklärt sich Guthnick folgendermaßen:

Gebiete von abwechselnd größerer und kleinerer Leuchtkraft auf der Oberfläche eines oder beider Sterne wandern infolge der Umdrehung, deren Dauer gleich der Umlaufszeit des Systems ist, über die Scheiben der beiden Sterne. Dieser Wechsel der Leuchtkraft könnte durch die Wirkung stehender Schwingungen entstehen, wenn durch die gegenseitigen Einflüsse der in elliptischen Bahnen umeinanderlaufenden Sterne Gebiete verschiedenen Druckes erzeugt werden. Auch könnten vielleicht durch die Gravitationswirkung photometrisch merkliche Gezeitenwellen hervorgebracht werden.

Vermutlich betreffen die Schwingungen nur die äußeren Schichten der beiden Sterne. Die Zahl der Lichtwellen hängt nicht nur von der Verteilung der Gebiete verschiedener Leuchtkraft ab, sondern auch von der Mächtigkeit der Atmosphäre, deren Absorption nach dem Rande der Scheiben hin zunehmen muß. Je mächtiger die Atmosphäre, desto zahlreicher und kürzer können die Wellen in der Lichtkurve ausfallen. Lehrreich ist in dieser Hinsicht der Stern φ *Persei*; er hat scheinbar eine Lichtperiode von 18^d, in Wirklichkeit aber ist die Lichtkurve siebenwellig, mit einer spektroskopischen Periode von 126 Tagen. Möglicherweise ist die Einfachheit der Lichtkurven der eigentlichen δ *Cephei*-Sterne eine Folge der größeren Durchsichtigkeit der Atmosphäre nach dem Rand der Scheibe.

Es ist eine bekannte Tatsache, daß die Spektralstufe der δ *Cephei*-Sterne im Helligkeitsmaximum eine erheblich „frühere“, d. h. die Temperatur eine bedeutend höhere ist als im Minimum. Guthnick hält es für unwahrscheinlich, daß es sich hierbei um wirkliche, ungeheuer große Temperaturschwankungen handle; vielmehr genüge die Annahme, daß in den Gebieten größerer Leuchtkraft die Absorption der Atmosphäre geringer sei, so daß das Licht dort aus tieferen, heißeren und unter höherem Druck stehenden Schichten zu uns gelange. Mit dieser Annahme stimme die Wahrnehmung von Inna Lehmann (Pulk. *Mitt.* 5, S. 176) überein, daß gewisse Linien im Spektrum von δ *Cephei* in der Umgebung des Helligkeitsminimums am stärksten, in der Umgebung des Maximums am schwächsten sind. Kleine Schwankungen in den Licht- und Geschwindigkeitskurven einiger δ *Cephei*-Sterne sind vom Standpunkt der Guthnickschen Hypothese aus geradezu zu erwarten.

Die Radialgeschwindigkeiten werden durch beständige oder unbeständige Konvektionsströmungen in der Atmosphäre verändert, die eine systematisch verfälschte, zuweilen stark veränderliche Bahnbewegung vortäuschen. Neben den Veränderungen der scheinbaren Bahnbewegung müssen auch Veränderungen der Lichtkurven einhergehen. Guthnick spricht die Vermutung aus, daß die ganze beobachtete Schwankung der Radialgeschwindigkeit von Konvektionsströmungen in der Sternatmosphäre allein herrühren könnte. Ebenso gelange man durch die Annahme, daß über dem hellen Oberflächengebiet vorwiegend aufsteigende, über dem dunklen vorwiegend absteigende Gasströme herrschen, zu einer vollkommenen Darstellung der beobachteten Geschwindigkeiten und ihrer engen Beziehung zu

den Lichtkurven. Offenbar ist bei dieser Auffassung der Erscheinungen die Doppelsternnatur der δ *Cephei*-Sterne vorausgesetzt.

Auch die Wahrnehmung, daß die spektroskopischen und photometrischen Konjunktionen mancher Algolsterne nicht innerhalb der Genauigkeit übereinzustimmen scheinen, die den Beobachtungen zukommt, finde ihre Erklärung in einer schwachen Nachwirkung der gleichen Ursachen, die den δ *Cephei*-Lichtwechsel hervorbringen. Der Unterschied zwischen den Bedeckungsveränderlichen und den δ *Cephei*-Sternen sei nur ein quantitativer.

d) Doch hier begegnen wir einer Schwierigkeit. Bottlinger bestreitet nämlich (in den *AN* Nr 5019), daß die Konvektionsströmungen allein zur Erklärung der Radialgeschwindigkeit ausreichen. Denn einmal müßte dann, wie er sagt, die Helligkeit der auf- und absteigenden Massen sehr verschieden sein, so daß die Violettverschiebung der hellen Teile ein ganz bedeutendes Übergewicht gegen die Rotverschiebung der dunklen Teile haben müßte; solch ein negativer Doppler-Effekt sei aber mit den Beobachtungen nicht vereinbar. Außerdem stoße die physikalische und mechanische Erklärung der Geschwindigkeitskurve mit einem Ausschlag von 30 km auf fast unüberwindliche Schwierigkeiten; man müßte eine Vertikalströmung annehmen, die jedenfalls größer ist und leicht ein Vielfaches dieser 30 km betragen kann. Solche Geschwindigkeiten, meint Bottlinger, mögen bei sehr kleinen Massen vorkommen, über weit ausgedehnte Flächen dagegen werde man sie kaum annehmen können.

38. Auch C. D. Perrine, Direktor des Observatorio Nacional Argentino, verlegt die Ursache der δ *Cephei*-Lichtschwankung in die Doppelsternnatur. Er betont besonders die Anhäufung der δ *Cephei*-Sterne gegen die Milchstraße; das sei ein Anzeichen dafür, daß ihre Veränderlichkeit durch die dort herrschenden Verhältnisse beeinflußt werde. An erster Stelle kämen hier die dunklen kosmischen Staubmassen in Betracht, deren Vorhandensein in der Milchstraße wohl nicht bezweifelt werde.

Am annehmbarsten sei deshalb die Erklärung von R. H. Curtiss, wonach ein widerstehendes Mittel die Vorderfläche des Hauptsternes erhitzt. Dazu komme der Umstand, daß auch der Satellit gleichzeitig erhitzt werde. Berücksichtige man endlich noch die meist große Bahnexzentrizität, wodurch die Tätigkeit in der Nähe des Periastrons sich erhöhe, so habe man eine dreifache Ursache, aus der die Veränderlichkeit der Blinksterne erklärt werden könne (*ApJ* 50 [1919] 99).

39. In einem Aufsatz „Das Blinksternproblem“ (*AN* Nr 4995 [1919]) gibt Hagen eine zusammenfassende, teilweise kritische Übersicht über die Theorien des δ *Cephei*- und des ω *Centauri*-Typus nebst einem neuen Erklärungsversuch; auch hebt er die gemeinschaftlichen Gesichtspunkte der beiden Haupttheorien hervor.

a) Wir geben diese Gesichtspunkte mit Hagens eigenen Worten wieder; er schreibt: „Erstlich setzen beide [Theorien] (wenn von innern Katastrophen des Sterns abgesehen wird) einen äußeren Zwang voraus, der entweder nur einmal wirkt oder periodisch wiederkehrt. Die Lichtausbrüche hat man sich in beiden Fällen so zurechtzulegen, daß den Licht- und Geschwindigkeitskurven Genüge geschieht. So kommt die Ausbildung der einen Theorie der andern zugute. Aber noch mehr, beide Theorien scheinen nötig zu sein, um verschiedene Klassen von Blinksternen zu erklären. Einerseits sind die Novae ebenfalls Blinksterne, die nur einer einmaligen Störung des Gleichgewichts unterworfen sind, und gerade diese erklären sich durch Schwingungen, die im Laufe von Monaten oder Jahren sich verlieren. Anderseits gibt es aber auch unregelmäßige Blinksterne, wie z. B. *SW Draconis* und *XX Cygni*, bei denen spitze und flache Maxima gesetzlos miteinander abwechseln, namentlich aber gehören hierher die Sterne vom *U Geminorum*-Typus, in deren Lichtlauf keine mathematische Ordnung zu erkennen ist, und deren Erklärung durch freie, mathematisch verlaufende Schwingungen nicht möglich ist, wohl aber durch geeignete Zusammenstellung von Begleitern oder von ganzen Schwärmen von Satelliten. Schließlich ist nicht zu leugnen, daß die regelmäßigen Blinksterne durch periodische Annäherung eines Begleiters einfacher erklärt werden als durch ungeschwächt fortdauernde Schwingungen, von denen jede einzelne einen Lichtausbruch verursachen soll, vorausgesetzt nämlich, daß das Doppelsystem den Beobachtungstatsachen nicht widerspricht."

b) Hagen beantwortet dann die Einwände gegen die Doppelsterntheorie. Die Schwierigkeit, daß die Bahn, die der Schwerpunkt des Hauptsterns beschreibt, innerhalb dieses Sterns verläuft, ist nicht ernst zu nehmen, sagt er. Etwas anderes wäre es, wenn die Bahn des Begleitsterns in den Raum des Hauptsterns fiele; indes seien die Grundlagen von Eddingtons Berechnung, woraus sich dieser Schluß ergibt, so unsicher, daß man vorläufig über dieses Bedenken hinweggehen dürfe.

Läßt sich nun die Doppelsternhypothese mit den feststehenden Tatsachen in Übereinstimmung bringen? Ja, denn dazu braucht man nur anzunehmen, daß der kleinere Begleiter imstande ist, auf dem Hauptstern durch bloße Annäherung Lichtausbrüche hervorzurufen. Man könnte, wie Hagen in den *AN* Nr 5062 näher ausführt, den Blinkstern, oder wenigstens seine obere Schicht, als kometenähnliche Masse ansehen und den Begleitstern als kleine Sonne. Dieser Gedanke ist noch eingehender in den zwei folgenden Abhandlungen von Hagen entwickelt: „Teoria cometaria delle stelle tipo δ *Cephei*" (*Mem.* d. Soc. Astr. Italiana 1 [1920] 173) und „The Astrophysical Problem of Variable Stars" (*MN* 81 [1921] 226), beide neu abgedruckt in den *Miscell.* II, Art. 32 u. 33.

Wie erkläre es sich nun aber, daß bei den meisten bekannten δ *Cephei*-Sternen die Exzentrizität groß sei und das Periastron vorwiegend jenseits der Knotenlinie liege? Antwort: dadurch, daß diese Eigenschaften die Entdeckung der Blinksterne erleichtern, indem sie die sichtbare Amplitude der Lichtschwankung

vergrößern. Daß größere Exzentrizitäten den Lichtausbruch verstärken, bedürfe kaum der Erwähnung. Weniger verstanden sei bisher die Lage des Periastrons jenseits der Knotenlinie; wir sähen eben den zur Zeit des Periastrondurchgangs eintretenden örtlichen Lichtausbruch auf dem Hauptstern nur dann, wenn er uns zugekehrt ist, d. h. wenn der Begleitstern sich zwischen uns und dem Hauptstern befindet. Diese Lage des Doppelsystems hat Plummer durch eine Figur veranschaulicht (s. unten Nr 46, S. 197, Fig. 23).

Die Kleinheit des Begleitsterns erkläre es, genau wie in der Guthnickschen Theorie, warum das zweite Spektrum unsichtbar ist, und warum Vorübergänge vor der Scheibe des Hauptsterns nicht wahrgenommen werden.

c) Aus seiner Hypothese zieht Hagen den Schluß, daß es Sterne geben müsse, die physikalisch mit den δ *Cephei*-Sternen eng verwandt sind, ohne als solche erkannt zu werden (*AN* Nr 5052 [1919]). Möglicherweise sei nämlich entweder der Begleiter nicht verschwindend klein, oder die Bahn nähere sich der Kreisform, oder das Periastron liege auf unserer Seite der Knotenlinie. Im ersten Fall könne der Stern unter günstigen Bedingungen als Bedeckungsstern erscheinen, im zweiten werde die Helligkeit sich nur wenig ändern, im dritten bleibe der vom Begleiter verursachte Lichtausbruch ganz oder teilweise verdeckt.

Zur Bekräftigung seines Schlusses weist Hagen auf eine von Adams und Joy veröffentlichte Liste von 18 Sternen hin, die viele Eigenschaften der δ *Cephei*-Sterne besitzen (*Publ. ASP* 31 [1919] 184), nämlich: kleine Eigenbewegung, niedrige galaktische Breite, große absolute Helligkeit, Spektraltypus *F* bis *K*. Nur 6 dieser 18 Sterne scheinen eine veränderliche Radialgeschwindigkeit zu haben, und nur bei einem ist Lichtänderung vermutet worden.

Auf drei andere Sterne ähnlicher Art, die spektroskopisch doppelt sind, macht Plummer aufmerksam. Alle drei haben eine Umlaufsperiode von neun Tagen und sind trotz ihrer hohen Exzentrizität scheinbar nicht veränderlich. Dies erklärt sich nun nach der Hagenschen Theorie ganz leicht aus der Lage ihres Periastrons. Die drei Sterne sind:

a_2 *Geminorum*	$e = 0.5$	$\omega = 265^0$
1 Geminorum	0.21	203
Boss 4669	0.47	326

40. Einen Beweis, zu welcher Meinungsverschiedenheit das δ *Cephei*-Problem Anlaß gibt, liefert ein Aufsatz von K. F. Bottlinger „Über das δ *Cephei*-Problem“ in den *AN* Nr 5019 (1920). Keine der „stattlichen Zahl von Theorien“, sagt Bottlinger, erkläre die Erscheinungen einwandfrei; nur zögernd füge er ihnen eine neue hinzu, die es freilich seines Erachtens ebensowenig tue.

a) Bottlinger betrachtet den δ *Cephei*-Stern als ein Jacobisches Ellipsoid, das sich nicht weit von der Stabilitätsgrenze befindet. Nahe an den Enden der großen Äquatorachsen, wo sich Zentrifugalkraft und Schwere gerade aufheben, genüge ein geringer Anstoß, um ein Teilchen von der Oberfläche zu trennen.

Eine Reihe besonders schnell bewegter Moleküle werde sich dort fast tangential loslösen und selbständige, ellipsenähnliche Bahnen beschreiben. Diese Bahnen würden den Hauptkörper irgendwo schneiden, wahrscheinlich unweit der nächsten kleinen Äquatorhalbachse, wo die Moleküle ziemlich steil einfallen. So entstünden an beiden Seiten des Körpers Wolken, die etwas mehr als ein Viertel der Oberfläche bestreichen. Diese Wolken absorbierten teilweise das Licht, indem die unbewölkten Stellen dazwischen ihre volle Helligkeit behalten. Während einer halben Umdrehung würde ein solcher Körper, nach Bottlinger, einen Lichtwechsel zeigen, wie er beim δ *Cephei*-Stern vorliegt. Auch die Ellipsenform des Hauptkörpers wird im allgemeinen den Lichtwechsel beeinflussen.

Nachstehende Fig. 16 zeigt nach Bottlinger das Jacobische Ellipsoid und die beiden Wülste der Außenatmosphäre. Sie stellt eine Art Tripelsystem dar. Rechts von der gestrichelten Linie sind die absoluten, links die relativen Bewegungen in der Atmosphäre aufgetragen. Die größte Helligkeit tritt ungefähr dann ein, wenn der Beobachter in der Richtung B normal auf den Lichtfleck schaut.

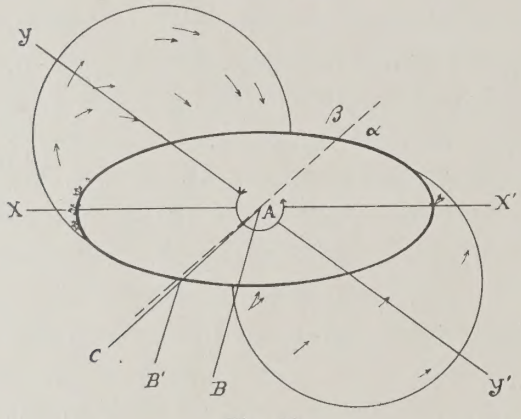

Fig. 16.

b) Das Achsenverhältnis des Jacobischen Ellipsoids an der Grenze der Stabilität ist 1.90 : 0.82 : 0.65, wobei die Zahlen so gewählt sind, daß ihr Produkt gleich 1 ist. An dieser Grenze ist $\omega^2/2\pi\rho\gamma = 0.142$ (C.G.S.), wenn ω die Umdrehungsgeschwindigkeit bedeutet. Nun ist in Bottlingers Hypothese die Periode P des Lichtwechsels gleich der halben Umdrehungsdauer, also $\omega = \pi/P$. Nimmt man den Tag als Einheit, so wird $\rho = 0.0217/P^2$. Dieser Wert stimmt nahe überein mit Plummers Mindestwert für Doppelsterne (s. unten S. 197), wenn die Exzentrizität der Bahn vernachlässigt wird. Die so erhaltenen Dichten schwanken zwischen den Werten 7×10^{-5} und 7×10^{-2}.

Um die Größen und Massen der δ *Cephei*-Sterne ungefähr abschätzen zu können, bestimmt Bottlinger den Wert R der großen Halbachse so, daß das Produkt der drei Halbachsen der dritten Potenz des Radius R_0 nach Eddington (oben S. 180) gleich wird. Er setzt also $R = 1.9\,R_0$ und erhält die Ablösungsgeschwindigkeit V der Gasteilchen und die Zentrifugalkraft Z am Ende der großen Halbachse nach den Formeln $V = \pi R/P$ und $Z = \pi^2 R/P^2$. Die Massen der Ellipsoide ($M = \frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho$) liegen zwischen 2.7 und 12.0 Sonnenmassen. In Bottlingers Tabelle sind R, ρ und M in Einheiten von $R_\odot$, $\rho_\odot$ und $M_\odot$ ausgedrückt.

Wie Bottlinger selbst bemerkt, gelten die Formeln der Jacobischen Grenzfigur nur für homogene Massen; die gefundenen Zahlen können also höchstens den Wert roher Annäherung beanspruchen. Auch sind die Werte von R ein sehr unsicheres

Element in der Rechnung. Ferner hat die Annahme, daß während einer Umdrehung zwei Lichtmaxima und zwei Lichtminima auftreten, ebenfalls ihr Bedenkliches. Es wäre aber auch möglich, daß die Birnengestalt als Gleichgewichtsform auftritt; dann wäre die Lichtperiode der vollen Umdrehungszeit gleich.

B. Anzeichen von Verfinsterungen.

Eine nicht geringe Stütze erhält die Hypothese der Doppelsysteme durch gewisse Anzeichen, daß die charakteristische Lichtkurve einiger Blinksterne von einer Verfinsterungskurve überdeckt ist. Sollten sich diese Anzeichen mehren und bestätigen, so könnte die Doppelsternnatur der Blinksterne dadurch sichergestellt werden.

41. Solche Anzeichen eines vorübergehenden Begleiters glaubt Guthnick in der Lichtkurve des Antalgolsterns *ST Ophiuchi* (Fig. 17, S. 192) gefunden zu haben (*AN* 179 [1908] 181). Die Umgebung des Maximums in der Lichtkurve zeigt eine eigentümliche Gestalt. Kurz vor dem Eintritt des hellsten Lichtes hört die Lichtzunahme fast unvermittelt auf und weicht einem 15 — 20^m andauernden Stillstand. Hierauf beginnt die Abnahme, zunächst sehr schnell, dann aber, nachdem die Helligkeit um etwa $0^m.15$ gesunken ist, ebenfalls in einen 15 — 20^m währenden Stillstand übergehend, um sich erst jetzt regelmäßig, wenn auch mit allmählich verminderter Geschwindigkeit, bis zum Minimum fortzusetzen. Genau eine solche Erscheinung müßte eintreten, wenn kurz vor der Erreichung des Maximums des ungestörten Lichtwechsels eine Bedeckung durch einen Begleiter (bzw. eines Begleiters durch den Hauptstern) beginnen würde, die ungefähr mit dem Aufhören des zweiten Helligkeitsstillstandes ihr Ende erreichte.

Durch einige graphische Versuche fand Guthnick leicht einen wahrscheinlichen Verlauf der ungestörten Kurve und der Bedeckungskurve; beide sind in Fig. 18 (S. 192) durch die gestrichelten Kurven wiedergegeben. Ihre Resultierende ist, soweit die Genauigkeit der Zeichnung reicht, die beobachtete Lichtkurve. Zum Vergleich diene die Lichtkurve von *ST Virginis* (Fig. 19 u. 20, S. 192).

42. Nijland vermutet, daß auch im Lichtwechsel des Veränderlichen *U Geminorum*, den man im weiteren Sinne zu den Blinksternen rechnen kann, ein dunkler Satellit eine Rolle spielt. J. van der Bilt kommt in seiner Monographie „The Variable Star *U Geminorum*“ (III, Utrecht 1908) zu folgendem Schlußergebnis: 1. Zwei Kurventypen stellen alle beobachteten Maxima dar; 2. die Maxima sind abwechselnd lang und kurz; 3. die Lichtperiode schwankt zwischen 62 und 152 Tagen. Dann fügt er hinzu: „Professor A. A. Nijland . . . suggested, that, after all, the short and the long type [maximum] might be *only one kind of outburst*, the phenomenon in the case of the short type being accompanied by an eclipse, as in the case of Algol-variables. If $y = f(t)$ und $y_1 = f_1(t)$ represent

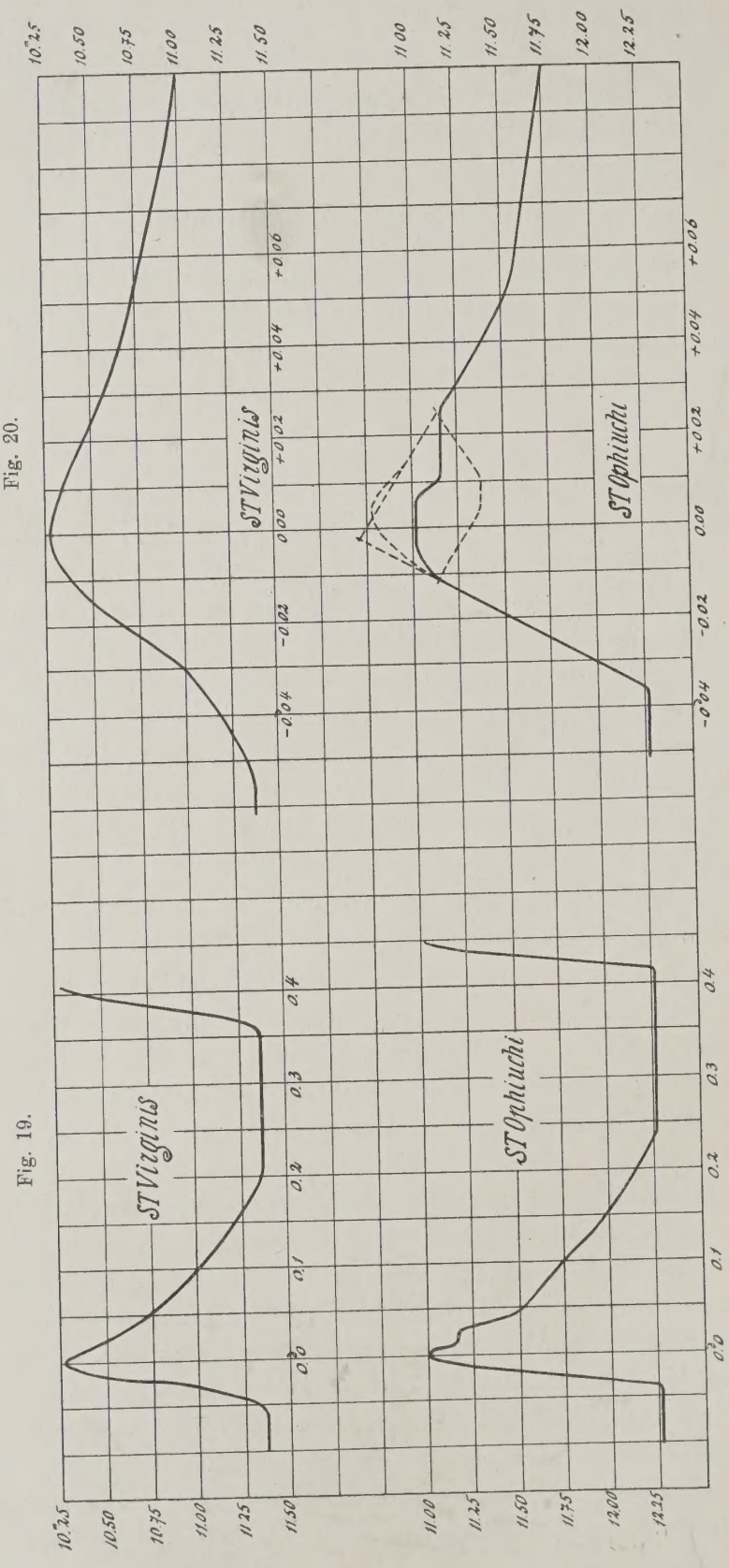

Fig. 19. Fig. 20. Fig. 18. Fig. 17.

the long and the short type resp., the curve $y_1 - y = \varphi(t)$ exhibits a quite characteristic Algol-variation, as is shown by the following numbers:

t	$\varphi(t)$	t	$\varphi(t)$
1^d	$-0^M.14$	10^d	$-3^M.22$
2	0 .36	11	2 .88
3	0 .85	12	2 .40
4	1 .35	13	1 .89
5	1 .89	14	1 .35
6	2 .40	15	0 .85
7	2 .88	16	0 .36
8	3 .22	17	−0 .14
9	−3 .35		

. . . The eclipse diminishes the light by 3.35 mg. in maximo, an amount comparable with the amplitudes of *WW Cygni* and *RW Tauri*, which are, according to Dr Graff (Hamburger *Mitteilungen* Nr 11), 2.9 mg. and 3.6 mg."

43. Ein drittes Beispiel einer möglichen Verfinsterung bietet der Blinkstern *S Arae*. Die Periodendauer betrug hier nach Roberts' Beobachtungen (*AnJ* 14 [1894] 113) am 1. Juli 1910: $10^h\,50^m\,43^s.45$; sie nimmt jedesmal um $0^s.000049$ ab. Der Lichtwechsel zerfällt in drei Teile: eine Zeit konstanten kleinsten Lichtes von zwei Stunden, einen sehr schnellen Aufstieg zum Maximum ($9^m.34$) und einen langsamen Abstieg zum Minimum ($10^m.61$).

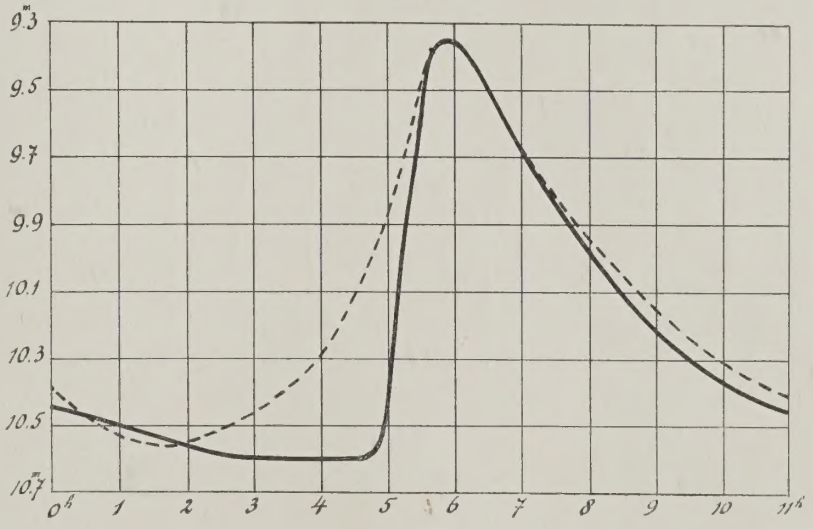

Fig. 21.

Nun setzt Roberts voraus, daß diese Lichtkurve durch Überlagerung einer Finsterniskurve über eine gewöhnliche kurzperiodische Kurve entstanden sei. Die Konstanz im Minimum sei dadurch zu erklären, daß ein kleiner, aber heller Begleiter, der selbst einen Lichtwechsel vom δ *Cephei*-Typus habe, durch seinen dunkleren Hauptkörper total und zentral verfinstert wird. Die Annahme weicht also beträchtlich von der Hagenschen Theorie ab.

Fig. 21 enthält zwei Kurven, eine theoretische und eine Beobachtungskurve. Roberts wählt eine kurzperiodische (in der Figur gestrichelte) Kurve, die sich

dem abfallenden Ast der beobachteten Kurve fast genau anschmiegt, im übrigen aber willkürlich bleibt. Aus der Vergleichung der beiden Kurven findet er folgende hypothetische Zahlen (die Zeiten von einem angenommenen Nullpunkt aus gerechnet):

Helligkeit des dunklen Hauptkörpers S_1	$10^M.61$
(A) Mitte der totalen Verfinsterung von S_2	$3^h\,52^m$
(B) Ende der totalen Verfinsterung von S_2	$4^h\,52^m$
(C) Ende der Verfinsterung überhaupt	$5^h\,48^m$
(D) Epoche der größten negativen Radialgeschwindigkeit von S_2	$6^h\,35^m$.

Werden die Halbmesser von S_1 und S_2 mit R und r bezeichnet, und wird der Bahnhalbmesser als Einheit genommen, so ergibt sich:

$$R + r = \cos \frac{47^m}{P}\, 2\pi = 0.899,$$

$$R - r = \cos \frac{1^h\,43^m}{P}\, 2\pi = 0.545,$$

und folglich:

$R = 0.722$, $r = 0.177$, Entfernung der beiden Körper $= 0.101$.

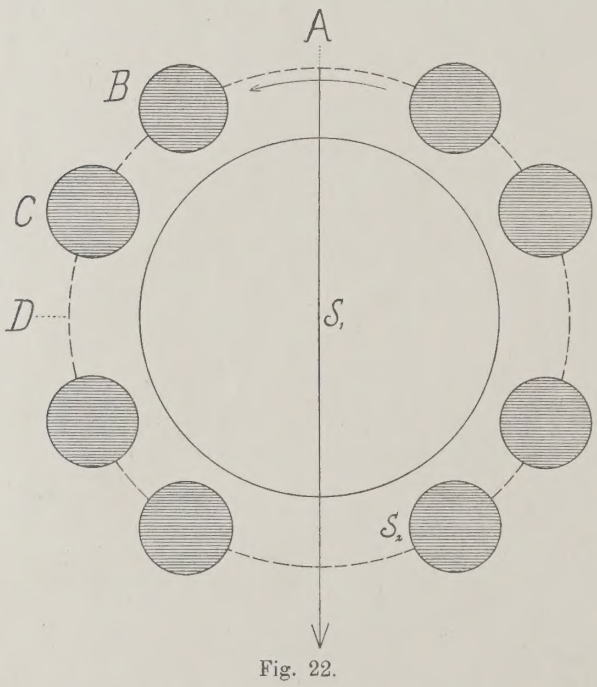

Fig. 22.

Fig. 22 stellt das Doppelsystem nach Roberts dar.

Berechnet man auf Grund dieser Annahmen die Lichtkurve, so ist die Übereinstimmung mit der beobachteten Kurve ganz befriedigend; das Lichtmaximum des Begleiters fällt 40 Minuten vor den Durchgang durch den absteigenden Knoten, das Minimum folgt 20 Minuten nach dem Durchgang durch den aufsteigenden Knoten.

44. Endlich sei noch eine sekundäre Einbiegung in der Lichtkurve von *S Sagittae* erwähnt, weil sie von H. E. Lau durch den Vorübergang eines Begleiters vor dem Hauptstern erklärt wird. Bei dieser Phase des Lichtwechsels ist die Radialgeschwindigkeit des Sternes Null (*Bulletin* de la Soc. Astr. de France 1907, 92).

C. Der jetzige Stand des Blinksternproblems.

In einer sehr gehaltvollen Abhandlung „On the Nature of Short-period Variables“ (*MN* 80 [1920] 496) bespricht Plummer die den Beobachtungstatsachen günstigen

und ungünstigen Seiten der beiden sich gegenüberstehenden Theorien des Blinksternproblems. Seine eigene Stellung zu der Frage kennzeichnet er mit den Worten: „At the time when I first entertained the idea of a single pulsating star, the binary theory seemed to hold the field exclusively. It was necessary to insist on an alternative possibility. But now that the alternative has come actually into vogue in some quarters, it is easy to resume an attitude of impartiality and to see the difficulties involved in either position."

45. Nachdem Plummer die meist von Perrine gegen die Schwingungstheorie erhobenen Einwände widerlegt hat, wendet er sich dem Aussehen der Spektrallinien zu. Er stellt die Frage: Ist dieses Aussehen wirklich derartig, wie die Schwingungstheorie es zu fordern scheint?

a) Faßt man die Gesamtwirkung einer allgemeinen Schwingung in der Atmosphäre eines Sterns ins Auge, so sollte man eine starke Verbreiterung der Linien erwarten. Nehmen wir an, die Schwingung sei einförmig radial und nach außen gerichtet. Das in das Spektroskop einfallende Licht rührt größtenteils vom mittleren Teil der Sternscheibe her, und dies verursacht eine Verschiebung nach Violett, während das Licht vom Rand der Scheibe sich fast normal verhalten wird. Daher sollte sich eine merkliche Verbreiterung der Linie zeigen.

Nun hat Walter S. Adams auf der Mount-Wilson-Sternwarte das photographische Spektrum von δ *Cephei* bei starker Dispersion untersucht (*Obs* Nr 538 [1919]). Es entsprachen 5.3 Å.-E. einem Millimeter bei $H\gamma$; die Breite der Spektrallinien war beim größten Lichte gleich 0.2 Å.-E., beim kleinsten Lichte gleich 0.403 Å.-E.; die Änderung der Radialgeschwindigkeit betrug 38 km = 0.563 Å.-E. Die Linien waren vollkommen scharf begrenzt und kräftig, im größten wie im kleinsten Licht, und der Verlauf der Intensitätskurve war gleich dem im Sonnenspektrum. Die Verschiebungen verhielten sich genau so, als ob sie von einem bewegten Körper herrührten. Daher schien es Adams wenig annehmbar, daß ihre Ursache in einer Sternatmosphäre zu suchen sei, die den gewaltigen Gleichgewichtsstörungen einer Schwingung unterliegt.

b) Dieses Bedenken wird aber von Shapley und Plummer nicht geteilt. Ihre Ansicht läßt sich wie folgt zusammenfassen:

Der Halbmesser der scheinbaren Sternscheibe sei gleich 1, die Radialgeschwindigkeit im Mittelpunkt gleich V_c; dann ist im Abstand $r = \sin\theta$ vom Mittelpunkt der Scheibe die Komponente der Radialgeschwindigkeit gleich $V_c \cos\theta$. Man setze $\cos\theta = x$ und teile die Scheibe durch konzentrische Kreise in Ringe von gleichem Geschwindigkeitsgefälle $V_c \Delta x$. Die Oberfläche eines Ringes zwischen r und $r + \Delta r$ ist $2\pi r \Delta r$, oder weil $x^2 = 1 - r^2$, gleich $(-) 2\pi x \Delta x$. Die Oberflächenhelligkeit sei durch die Funktion $\varphi(x)$ dargestellt; dann ist auch die Intensität in der verbreiterten Spektrallinie eine Funktion von x, die nach geeigneter Wahl der Einheiten durch die Formel ausgedrückt wird:

$$y = x\varphi(x).$$

Das Gesamtlicht der Spektrallinie zwischen den Grenzen $x = 1$ und $x = x$ wird nun:

$$I = c \int x \varphi(x) \, dx.$$

Die Konstante c wählen wir so, daß $c \int x \varphi(x) \, dx = 1$ wird, das Integral zwischen den Grenzen $x = 0$ und $x = 1$ genommen.

Shapley setzt $\varphi(x) = 1 - k + kx$, Plummer hingegen $\varphi(x) = 1 - k + kx^2$. Bei einförmig leuchtenden Scheiben ist $k = 0$, also $\varphi(x) = 1$ und $I_1 = 1 - x^2$, für beide Annahmen. Ist $1 > k > 0$, so hat man Verdunklung nach dem Rande; ist $k = 1$, so wird der Rand vollkommen dunkel, und weiter wird:

nach Shapley: $y = x^2$, $I_2 = 1 - x^3$;
nach Plummer: $y = x^3$, $I_3 = 1 - x^4$.

Teilen wir jetzt die Scheibe in vier konzentrische Teile, alle mit demselben Gefälle $\frac{1}{4} V_c$ der Geschwindigkeit im Gesichtsstrahl. In der folgenden Tabelle findet man, wie viele Hundertstel des Gesamtlichtes von jedem einzelnen Teil des Sternes herrühren.

x	$1 - \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$	$\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} - 0$
I_1	44	31	19	6
I_2	58	30	11	1
I_3	68	26	6	0

Wie ersichtlich, kommen im günstigsten Falle ($k = 0$) nur 25 % des Lichtes von den zwei äußersten Ringen, wo $\frac{1}{2} > \cos\theta > 0$; ist die Scheibe nach dem Rande zu stark verdunkelt, wie das bei diesen Riesensternen wahrscheinlich zutrifft, so wird der Betrag kaum 10 % übersteigen. Zieht man außerdem in Betracht, daß eine Absorptionslinie notwendig eine Breite von 0.1 bis 0.5 Å.-E. hat, so wird man sich kaum wundern, daß die Linien hier weder breiter noch verschwommener sind als bei den übrigen Sternen.

c) Evershed bemerkt dazu (*Obs* Nr 537 [1919] 124), daß die Linien im Integralspektrum der Sonne bei großer Dispersion (1 Å.-E. = 1 mm) noch überraschend scharf und trotz der Achsendrehung nur sehr wenig breiter sind als im Spektrum des Mittelpunkts der Sonnenscheibe. Dies sei auf die allgemeine Absorption zurückzuführen, wodurch das zentrale Licht so stark überwiege. Nun ist zwar bei δ *Cephei* die Radialgeschwindigkeit achtmal größer als die am Rande des Sonnenäquators, aber die von Adams angewandte Dispersion war auch vielmal kleiner. Man dürfe also schließen, meint Evershed, daß auch bei dem schwingenden δ *Cephei*-Stern die Diffusion der Linien kaum sichtbar wird.

Trotzdem gesteht Shapley ein, daß die Theorie eine leichte Asymmetrie der Linien fordert, die aber noch nicht wahrgenommen wurde, entweder weil sie nicht da ist, oder weil die natürliche Breite der Linien die schwache Abstufung verdeckt.

46. Wenn nun auch die Schwingungstheorie sich nicht gerade im Widerspruch mit den meisten der wahrgenommenen Tatsachen befindet, so bleiben doch die schon auf S. 181 erwähnten Schwierigkeiten bestehen. Deshalb zieht Jeans es vor, gezwungene Schwingungen eines verlängerten Himmelskörpers anzunehmen, der sich mit kritischer Geschwindigkeit in einem Gezeitenfeld dreht; immerhin aber ist das Wesen eines solchen Gravitationsfeldes rätselhaft. Zudem ist die Annahme mit den Eigenschaften der Geschwindigkeitskurve kaum vereinbar.

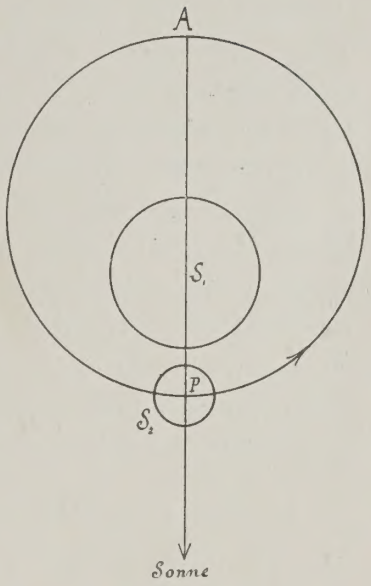

Fig. 23.

Diese Bedenken führten Plummer wieder zur Untersuchung der Doppelsternhypothese zurück. Dabei kommt er zu dem Schluß, daß die Schwierigkeiten gegen sie, besonders in der ihr von Hagen gegebenen breiten Auffassung, doch nicht so ernst sind, wie wohl behauptet wird. In der nebenstehenden Fig. 23 gibt Plummer die Hagensche Darstellung des Doppelsystems wieder.

47. Im Hinblick auf die genannten Schwierigkeiten behandelt Plummer die Frage, wie groß die mittlere Dichte der Blinksterne wenigstens sein muß, damit die beiden Körper einander im Periastron nicht berühren. Sind ρ und ρ' die mittleren Dichten, b und b' die Halbmesser der Komponenten, $a + a'$ deren mittlere Entfernung, n die mittlere Winkelgeschwindigkeit in der Bahn, γ die Anziehungskonstante, so gelten die Formeln:

$$\tfrac{4}{3}\pi\gamma\rho b^3\left(1+\frac{m'}{m}\right) = n^2(a+a')^3 > n^2(b+b')^3(1-e)^{-3}$$

und deshalb

$$\rho > \frac{3n^2}{4\pi\gamma}\left(1+\frac{b'}{b}\right)^3\left(1+\frac{m'}{m}\right)^{-1}(1-e)^{-3}.$$

Da nach Voraussetzung b'/b und m'/m klein sind, so kann in erster Annäherung gesetzt werden:

$$\rho > \frac{3n^2}{4\pi\gamma}(1-e)^{-3},$$

oder wenn P die Lichtperiode in Tagen bezeichnet:

(1) $$\rho > 0.02\,P^{-2}(1-e)^{-3}.$$

Wenden wir diese Formel auf einige typische Sterne an; wir erhalten dann:

δ Cephei	$P = 5^d.366$	$e = 0.36$	$\rho > 0.0025$
RR Lyrae	0 .567	0.27	0.16
Annahme	0 .167	0.00	0.72

Unwahrscheinlich sind diese Dichten nicht, wenigstens nicht für Veränderliche, deren Lichtperiode größer als $P = 1$ ist. Bei einer Dichte von $\rho = 0.01$ und einer Masse gleich 10 Sonnenmassen wäre der Halbmesser von δ *Cephei* gleich 10 Sonnenhalbmessern, und seine absolute Helligkeit überträfe bei gleicher Oberflächenhelligkeit die der Sonne um mehr als fünf Sterngrößen.

Freilich stimmt dieser Mindestwert von ρ nicht mit den Ergebnissen von Eddingtons Strahlungstheorie; denn nach (1) wäre $P\sqrt{\rho} > 0.14$, oder $P\sqrt{\rho_c} > 1$, wenn die Exzentrizität vernachlässigt wird. Im Mittel ist $e = 0.3$, und folglich wäre $P\sqrt{\rho_c} > 1.7$, also mehr als das Zweifache des von Eddington berechneten Wertes (siehe Tabelle S. 181). Plummer folgert hieraus nicht, daß die Doppelsternhypothese unhaltbar sei, sondern umgekehrt, daß ihre Annahme zu einer durchgreifenden Umarbeitung der Eddingtonschen Strahlungstheorie führen müsse.

48. Sehr bemerkenswert sind Plummers allgemeine Betrachtungen über das Wesen der kurzperiodischen Veränderlichen.

a) Es sind zwei Klassen von spektroskopischen Doppelsternen auseinanderzuhalten. Die eine zeigt keine Lichtschwankung, es sei denn durch gegenseitige Verfinsterung; die Massen sind meistens von derselben Größenordnung, die Lichtperioden sind kurz, die Exzentrizitäten klein, eine Periastronwirkung ist kaum nachweisbar; die Perioden der Umdrehung und der Bahnbewegung sind wahrscheinlich einander gleich. Diese Tatsachen stehen im Einklang mit der Annahme, daß die Systeme durch Teilung einer einzelnen sich drehenden Masse entstanden sind; anfänglich sind sie als Ganzes gegeneinander im Gleichgewicht, das in den ersten Phasen der Teilung durch die Flutwirkung erhalten bleibt.

Wesentlich verschieden von diesen spektroskopischen Doppelsternen ist die Klasse der Blinksterne; hier gibt es keine Verfinsterungen, sehr ungleiche Massen und große Exzentrizitäten. Die geringe Breite der Spektrallinien macht es unwahrscheinlich, daß die Umdrehung des Hauptsterns mit der sehr schnellen Bahnbewegung gleichzeitlich sein soll. Nimmt man nämlich an, daß der Durchmesser von δ *Cephei* der zehnfache des Sonnendurchmessers sei, so würde bei einer Umdrehungsperiode von $5^d.37$ die Radialgeschwindigkeit am Äquator um 220 km schwanken, was einer spektralen Verschiebung von 3.3 Å.-E. entspräche. Das stimmt aber nicht mit einer Linienbreite von 0.4 Å.-E. Es sind also entweder die δ *Cephei*-Sterne von sonnenähnlicher Ausdehnung, oder ihre Drehungsgeschwindigkeit ist klein im Vergleich mit der Umlaufsgeschwindigkeit. Letzteres ist weitaus das Wahrscheinlichste.

Mit gutem Grund darf angenommen werden, daß die beiden Komponenten eines Blinksterns durch äußere Bedingungen miteinander in Verbindung gebracht sind, z. B. durch Fang (capture) und nicht durch Teilung. Was die Lichtausbrüche betrifft, die nach der Hypothese mit dem Periastrondurchgang zusammenfallen, so erscheinen sie infolge der großen Exzentrizität ganz natürlich;

das System befindet sich zwar als Ganzes nicht im Gleichgewicht, es strebt aber danach unter dem Einfluß der Gezeiten.

b) Die beiden Klassen von Sternsystemen werden eine grundverschiedene Entwicklung durchmachen. Wenn ein durch Spaltung entstandenes System als Ganzes im Gleichgewicht verbleibt, so wird die von der Zusammenziehung bewirkte Umdrehungsbeschleunigung durch Flutwirkung gehemmt; dagegen werden die Periodenlänge, die Größe der Bahnachse und die Exzentrizität zunehmen, aber nur innerhalb gewisser Grenzen. Sind z. B. die Massen der beiden Komponenten einander gleich, so kann die Umlaufsperiode höchstens bis auf das 6.6-fache des ursprünglichen Wertes ansteigen.

Im allgemeinen ist also, um kurz eine Nebenfrage zu berühren, das Entstehen eines gewöhnlichen sichtbaren Doppelsterns aus der ersten Klasse spektroskopischer Doppelsterne nicht möglich. Vielleicht aber ist es, wie beim zweiten Typus, durch das Einfangen eines zweiten Körpers zu erklären. Das klingt allerdings annehmbar, doch stößt man dann auf die Schwierigkeit, daß in der Mehrzahl der sichtbaren Doppelsterne (130 von den 238) die Spektra der beiden Sterne nahezu die gleichen sind, was auf einen gemeinschaftlichen Ursprung und nicht auf ein zufälliges Zusammentreffen hindeutet.

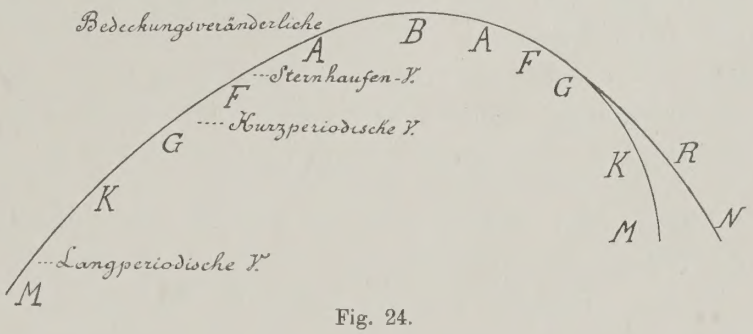

Fig. 24.

Bei der zweiten Klasse von Doppelsternen, die durch äußeren Zuwachs zu Doppelsystemen geworden sind, wird die Entwicklung gerade umgekehrt verlaufen. Durch Flutwirkung wird die Umdrehung des Hauptkörpers auf Kosten des Moments der Bahnbewegung beschleunigt, die Umlaufsperiode, die Bahnachse und die Exzentrizität werden abnehmen. Der Vorgang wird durch die infolge Zusammenziehung eintretende Umdrehungsbeschleunigung abgekürzt. Dann sind zwei Fälle möglich: entweder werden die Umdrehungs- und Umlaufsperioden einander gleich, und dann wird die Bahn sich wieder auf Kosten des Umdrehungsmomentes ausdehnen; oder die Periastronentfernung wird kleiner als die Summe der beiden Halbmesser, und die Entwicklung endet mit einer Katastrophe: dem Einsturz des Begleiters auf den Hauptstern — ein Neuer Stern ist entstanden.

Von diesen Voraussetzungen ausgehend, denkt sich Plummer die spektrale Reihenfolge der Veränderlichen Sterne in der Lockyer-Russellschen Anordnung so, wie sie oben in Fig. 24 dargestellt ist. Obenan in der Kurve stehen die Bedeckungsveränderlichen, die meistens zu den Spektralstufen *A* und *B* gehören, obschon sie sich von dem Riesen-*G*-Stern *W Crucis* bis zum Zwerg-*G*-Stern *W Ursae mai.* erstrecken. Die kurzperiodischen Blinksterne gehören zu den

Riesen-*F*- und *G*-Typen. Allmählich nimmt die Lichtperiode ab, die Sterne gehen in den ω *Centauri*-Typus über. Dann erreicht die Lichtperiode ihren kleinsten Wert; sie nimmt aber wieder zu, und die Veränderlichkeit hört auf.

c) Noch bleiben die langperiodischen Veränderlichen übrig, die zur Spektralstufe *Md* gehören. Die Riesengestalt dieser Sterne zeigt sich in den hellen Wasserstofflinien und wird durch ihre jüngst entdeckte Verwandtschaft mit dem Nebelspektrum und dem *O*-Typus bestätigt. Ihre Stelle wäre also im aufsteigenden Ast der Figur; sicher ist das aber nicht.

Hier könnte man sich fragen: Besteht eine nähere Beziehung zwischen den lang- und kurzperiodischen Sternen? ein Übergang von den einen zu den andern? Die Frage ist zu verneinen, denn mit einer solchen Beziehung steht die ganz verschiedene Verteilung dieser Sterne am Himmel in Widerspruch: die langperiodischen sind ziemlich gleichmäßig über den Himmel verteilt, die kurzperiodischen dagegen treten in der Milchstraße dreimal zahlreicher auf als außerhalb. Ferner hat man gar keine Anzeichen dafür, daß die langperiodischen auch spektroskopisch doppelt sind. Die Unterschiede zwischen den lang- und kurzperiodischen Veränderlichen sind im I. Bd S. 763 in Tabellenform zusammengefaßt.

49. Einen weiteren Beitrag zur Theorie der δ *Cephei*-Sterne hat Nijland in der Jubiläumsnummer der *AN* (Sept. 1921) geliefert.

a) Die Gründe, die von Ludendorff und Shapley gegen die Doppelsternhypothese angeführt werden, hält auch Nijland nicht für triftig. Namentlich steht er den Bedenken, die Shapley auf Grund der vermeinten Veränderlichkeit von Periode und Lichtkurve und der sekundären Wellen der Kurve ausgesprochen hat, zweifelnd gegenüber. Denn nach ihm spielen die zufälligen und die systematischen Beobachtungsfehler eine viel größere Rolle, als Shapley zu meinen scheint. Außerdem handle es sich hier nicht um einen rein geometrischen Erklärungsversuch, sondern um eine „Atmosphärentheorie“; eine streng mathematische Periodizität sei also nicht zu erwarten.

b) Sodann behandelt Nijland eingehender die schiefe Gestalt der Lichtkurve; die von ihm gegebene Erklärung soll zugleich eine Berichtigung der Theorie von Luizet und eine Ergänzung zu Hagens Theorie sein.

Luizet erklärt den Lichtwechsel durch die Annahme eines widerstehenden Mittels, wodurch die Vorderseite des leuchtenden Sternes heller wird als die Rückseite; er irrt sich aber nach Nijland in der weiteren Annahme, daß dieser Helligkeitsunterschied konstant sei, denn das widerstehende Mittel müsse im Periastron eine größere Wirkung ausüben als im Apastron, und das aus zwei Gründen: erstens sei im Periastron die Nebelhülle, die den dunklen Stern umgibt, dichter, und zweitens sei auch die Bahngeschwindigkeit dort größer. Nijland setzt deshalb versuchsweise die Temperaturzunahme dem Quadrat der Geschwindigkeit V proportional. Da aber die Temperatur T nach einem vollen Umlauf nicht gestiegen sei, so müsse eine ausgleichende Temperaturabnahme durch Ausstrahlung

stattfinden. Von dieser Ausstrahlung wird angenommen, daß sie im Verhältnis der Zeit wachse. Die beiden Gesetze lassen sich durch die Formel ausdrücken:

$$dT = C'V^2 dt - C dt = C'\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) dt - C dt.$$

Da nun aber

$$r = a(1 - e\cos E), \qquad \frac{2\pi}{P} t = M = E - e\sin E$$

oder

$$\frac{2\pi}{P} dt = (1 - e\cos E)\, dE = \frac{r}{a} dE$$

ist, so folgt:

$$dT = PC'\frac{\mu}{2\pi a}(1 + e\cos E)\, dE - C dt,$$

und die gesamte Zunahme ΔT der Temperatur, vom Periastron aus gerechnet, wird:

$$\Delta T = PC'\frac{\mu}{2\pi a}(E + e\sin E) - Ct.$$

Dieser Wert soll bei $t = P$ (oder $E = 2\pi$) verschwinden, woraus sich $\mu C' = aC$ ergibt. Schließlich hat man also:

$$\frac{2\pi}{CP}\Delta T = E + e\sin E - \frac{2\pi}{P} t = E + e\sin E - M = 2e\sin E.$$

Dieser Ausdruck liefert eine schiefe Lichtkurve, die ihr Maximum in $E = 90^0$, ihr Minimum in $E = -90^0$ hat. Die entsprechenden Werte der mittleren und der wahren Anomalien sind:

$$M = \pm\left(\frac{\pi}{2} - e\right), \qquad v = \pm\left(\frac{\pi}{2} + arc\sin e\right).$$

c) Wendet nun die Bahn des sichtbaren Begleiters ihr Apastron der Sonne zu, so liegt die Maximalwirkung nach Nijlands Theorie in der Nähe des absteigenden Knotens, sie fällt also nahe zusammen mit der stärksten Wirkung in der Theorie von Luizet. Dadurch wird die Amplitude des Lichtwechsels vergrößert, und der Veränderliche wird leichter entdeckt. Ist aber das Periastron der Sonne zugewandt, so liegt nach Nijland das Maximum des Einflusses in der Nähe des aufsteigenden Knotens, das Minimum im absteigenden Knoten; die beiden Wirkungen heben sich nahezu auf, und der Lichtwechsel von sehr kleiner Amplitude ist nicht wahrnehmbar.

Für dazwischenliegende Fälle entsteht aus der Verbindung der beiden erwähnten Ursachen eine leicht asymmetrische Lichtkurve von kleinem Umfang. Tatsächlich fiel bei den von Nijland beobachteten δ *Cephei*-Sternen die größere Amplitude mit der größeren Asymmetrie der Lichtkurve zusammen.

d) Auch in der Theorie von Hagen könnte nach Nijland die Formel für ΔT die Tatsache erklären, daß das Maximum der Helligkeit im absteigenden Knoten

beobachtet wird. Denn auch in dieser Theorie wäre es vielleicht angezeigt, den Einfluß des Begleiters etwa dem umgekehrten Quadrat der Entfernung oder dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional zu setzen. Unter Umständen würde eine höhere Potenz den Vorzug verdienen.

50. Gegen die Doppelsternnatur der Sternhaufenveränderlichen macht J. Larink in seiner Dissertation „Die Veränderlichen Sterne im Kugelsternhaufen *Messier 3*“ (Hamburg 1922) ein neues Bedenken geltend. Aus der Vergleichung von Bayleys Beobachtungen in Arequipa (1895.5 bis 1900.5) mit seinen eigenen Aufnahmen am Hamburger Spiegelteleskop (1921) hat Larink bei 18 Variabeln Periodenveränderungen festgestellt. Bei 16 davon konnte er streng nachweisen, daß die Periode sich sprungweise geändert hat, und zwar betrug die mittlere Abnahme bei 11 Sternen $-0^d.0063$, die mittlere Zunahme bei 7 Sternen $+0^d.0037$. Die mittlere Periode dieser Sterne ist $0^d.508$. „Sollte durch ähnliche Arbeiten in andern Sternhaufen gezeigt werden“, sagt Larink, „daß die sprungweise Änderung der Perioden zum Wesen der Sternhaufenveränderlichen gehört, so würde damit wohl ein Beweis erbracht werden, daß es sich bei diesen Veränderlichen nicht um Doppelsterne handeln kann.“

Es scheint uns, daß dieses Bedenken mindestens in demselben Maße für die Schwingungshypothese gilt. Wie sich die Schwingungsperiode eines Sterns plötzlich ändern soll, ist doch sehr rätselhaft. Zieht man aber in Betracht, daß die Sterne im Innern eines Kugelhaufens erheblich dichter stehen als in der Umgebung der Sonne, so kann man, vom Standpunkt der Doppelsternhypothese, eine plötzliche Periodenveränderung vielleicht erklären durch eine starke Störung, die durch den nahen Vorübergang eines andern Sternes verursacht wird.

Vierter Abschnitt.

Die Bedeckungsveränderlichen.

Zwölftes Kapitel.

Die ersten Rechnungsversuche.

Die Ansicht, daß der überaus regelmäßige Lichtwechsel *Algols* durch Verfinsterung verursacht werden könne, liegt so nahe, daß schon Goodricke sie im Jahre 1783 ausgesprochen hat (s. Bd I, S. 50). Der erste, der die genaueren Umstände eines Doppelsystems aus der Lichtkurve abzuleiten suchte, war E. Pickering. In seiner Abhandlung „Dimensions of the Fixed Stars" (*Proc.* Am. Acad. of Arts and Sciences 16 [1880]) hat er das Problem eingehend untersucht und rechnerisch ausgearbeitet. Da seine Theorie die Hauptzüge der späteren Untersuchungen umfaßt, geben wir sie hier kurz wieder, bevor wir die allgemeine Theorie behandeln. Der Zweck seiner Arbeit war, zu zeigen, inwieweit die Annahme eines dunklen Satelliten, der zwischen Stern und Beobachter vorbeigeht, die Lichtschwankungen *Algols* zu erklären vermag.

A. Die Abhandlung Pickerings.

1. Pickering legt die Lichtkurve Schönfelds zugrunde, die im 36. *Jahresbericht* des Mannheimer Vereins für Naturkunde (1870) veröffentlicht ist, und stellt die Stufen (σ_v und σ_n) für zehn halbstündige Intervalle vor und nach dem Minimum auf. Die Differenz $\sigma_n - \sigma_v$ ist fast immer negativ, ausgenommen in der Nähe des größten Lichtes. Der Unterschied ist am größten ein und eine halbe Stunde vor und nach dem Minimum. Die Dauer 2τ der ganzen Lichtschwankung beträgt $9^h.2$.

Um die Stufen in Differenzen von Helligkeitslogarithmen umzusetzen, benützt Pickering die photometrischen Messungen der Vergleichsterne von J. Th. Wolff und L. Seidel. Unter der Annahme, daß einer Stufe immer die gleiche Differenz des Helligkeitslogarithmus entspricht, findet er für eine Stufe den Wert 0.025. Mit Hilfe dieser Zahl werden die Lichtintensitäten durch die des Normallichtes als Einheit ausgedrückt. Die Helligkeit im Minimum (I_m) ist dann $= 0^M.416$, was einer Lichtschwächung von $0^M.95$ entspricht.

Zunächst werden nun die Helligkeiten gleicher Intervalle vor und nach dem Minimum zu Mittelwerten vereinigt, wodurch die Asymmetrie vorläufig außer Betracht bleibt.

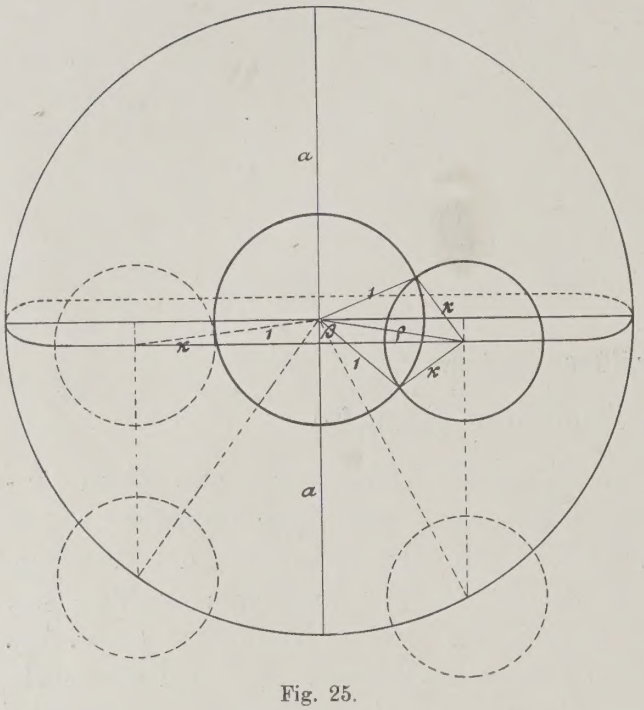

Fig. 25.

Vorausgesetzt wird, daß Stern und Satellit, wie Fig. 25 veranschaulicht, kreisförmige Scheiben darbieten, die eine gleichmäßig hell, die andere dunkel, und daß die Bahn selbst auch kreisförmig sei. Wird der Halbmesser des Hauptsterns = 1, der des Satelliten = $\varkappa$ gesetzt, so muß $\varkappa \geq \sqrt{1-I_m}$ sein. Bei $\varkappa = \sqrt{1-I_m}$ ist die Finsternis ringförmig, und das Licht wird im Minimum eine Zeitlang konstant bleiben. Im Grenzfall berührt die dunkle Scheibe die helle innen nur einmal. Bezeichnet a den Bahnhalbmesser, i die Neigung der Bahn gegen die Projektionsfläche am Himmelsgewölbe, β die Länge des Satelliten in der Bahn, vom Minimum an gerechnet, ρ die scheinbare Entfernung der Mittelpunkte der beiden Sterne, so ist

$$\rho^2 = a^2 \sin^2\beta + a^2 \cos^2 i \cos^2\beta. \tag{1}$$

2. Pickering behandelt diese Gleichung für zwei Voraussetzungen: für $\varkappa = \sqrt{1-I_m}$ und $\varkappa > \sqrt{1-I_m}$.

a) $\varkappa = \sqrt{1-I_m}$, Verfinsterung ringförmig. Ist die Dauer 2τ der Verfinsterung überhaupt und die Dauer $2\tau'$ der ringförmigen Verfinsterung gegeben, so hat man die Gleichungen:

beim Anfang der Verfinsterung:

$$\rho = 1 + \varkappa, \quad \beta = n\tau \quad \left(n = \frac{2\pi}{P}\right); \tag{2}$$

beim Eintritt der ringförmigen Finsternis:

$$\rho = 1 - \varkappa, \quad \beta = n\tau'. \tag{3}$$

Da $\varkappa$ bekannt ist, liefern diese Werte, in (1) eingesetzt, zwei Gleichungen zur Bestimmung von a und $a\cos i$. Im Grenzfall $\tau' = 0$ ist

$$1 - \varkappa = a \cos i. \tag{4}$$

b) $\varkappa > \sqrt{1-I_m}$, Minimum nicht stationär. Die Dauer 2τ der Verfinsterung gibt eine Beziehung zwischen a, $a\cos i$ und $\varkappa$:

$$(1 + \varkappa)^2 = a^2 \sin^2 n\tau + a^2 \cos^2 i \cos^2 n\tau. \tag{5}$$

Um eine zweite Gleichung zu erhalten, drücke man den im Minimum nicht verfinsterten Teil der hellen Scheibe aus durch die scheinbare Entfernung $\rho_m = a\cos i$ und $\varkappa$ und setze diesen Ausdruck gleich I_m. Zu diesem Zweck hat man den gemeinschaftlichen Teil $M = 1 - I_m$ zweier Kreise zu bestimmen, deren Radien gleich 1 und $\varkappa$ sind, und deren Mittelpunkte die Entfernung ρ haben. Pickering berechnet diesen Teil M durch die Höhen z und z' der beiden Segmente, aus denen der genannte Teil besteht, wie folgt:

$$(6)\quad M = \{arc\cos(1-z) - (1-z)\sqrt{2z-z^2}\} + \varkappa^2\{arc\cos(1-z') - (1-z')\sqrt{2z'-z'^2}\}$$

$$\left(z = \frac{\varkappa^2 - (\rho-1)^2}{2\rho}, \quad z' = \frac{1-(\rho-\varkappa)^2}{2\rho}\right).$$

Hat man einen Wert für $\varkappa$ angenommen, so findet man mit Hilfe von (5) und (6) die Größen a und $a\cos i$. — Die Formel (6) in Verbindung mit (1) dient auch zur Berechnung der Intensität für jeden Zeitpunkt.

c) Pickering untersucht mehrere besondere Fälle. Zuerst setzt er $\varkappa = \sqrt{1 - I_m} = 0.764$, unter zwei verschiedenen Annahmen: 1) die Verfinsterung sei ringförmig, die Dauer $2\tau' = 24^m$; 2) die dunkle Scheibe berühre die helle innen nur einmal, $2\tau'$ sei $= 0$. Dann geht er von den drei Zahlen aus: $\varkappa = 1.000$, $\varkappa = 2.000$, $\varkappa = R$ (sehr groß).

Für diese Voraussetzungen ergeben sich die Halbachse a und die Neigung i, wie sie hier zusammengestellt sind:

$\varkappa =$	0.764 (1)	0.764 (2)	1.000	2.000	R
$a =$	4.482	4.480	4.872	6.427	$R + 7.300$
$i =$	87°.1	87°.0	82°.1	73°.9	klein

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Spalte das Zeitintervall in Stunden, vor oder nach dem Minimum, in der zweiten die mittlere beobachtete Helligkeit I, während die übrigen Spalten die Abweichungen im Sinne Beobachtung minus Rechnung für die verschiedenen Annahmen liefern.

t	I	$\varkappa = 0.764$ (1)	$\varkappa = 0.764$ (2)	$\varkappa = 1.0$	$\varkappa = 2.0$	$\varkappa = R$
$0^h.0$	0.416	.000	.000	.000	.000	.000
0 .5	0.433	+ .003	— .001	— .003	+ .001	+ .006
1 .0	0.480	— .017	— .020	— .011	+ .011	+ .026
1 .5	0.566	— .012	— .013	+ .004	+ .039	+ .069
2 .0	0.685	+ .018	+ .017	+ .037	+ .082	+ .126
2 .5	0.762	+ .012	+ .011	+ .031	+ .076	+ .129
3 .0	0.861	+ .023	+ .023	+ .039	+ .076	+ .128
3 .5	0.920	+ .013	+ .013	+ .022	+ .046	+ .089
4 .0	0.968	.000	.000	+ .009	+ .019	+ .041
4 .6	1.000	.000	.000	.000	.000	.000

Die übrig bleibenden Fehler sind am größten, wenn $\varkappa = R$, am kleinsten, wenn $\varkappa = 0.764$ ist; für die beiden Fälle $\varkappa = 0.764$ (1) und $\varkappa = 0.764$ (2) sind sie nicht nennenswert verschieden. Da die Beobachtungen keinen Stillstand im Minimum verbürgen, so hält Pickering für die annehmbarste Voraussetzung die Werte

$$\varkappa = 0.764, \quad 2\tau' = 0, \quad a = 4.480, \quad i = 87^0.0.$$

Dabei bleibt aber noch eine systematische Abweichung zu erklären: das berechnete Licht ist zu hell, wenn t klein ist, zu schwach, wenn t groß ist. Man könnte annehmen, daß Schönfeld den Stern im schwachen Lichte zu schwach geschätzt habe, und umgekehrt im hellen Lichte zu hell; oder es könnte sein, daß *Algol*, von einer absorbierenden Hülle umgeben, in der Mitte heller ist als am Rand, ähnlich wie unsere Sonne. Ist nämlich nur ein kleiner Teil am Rand der Sternscheibe verfinstert, so wird das Licht verhältnismäßig weniger abgeschwächt, als wenn eine größere Fläche bedeckt wird. Da jedoch bei unserer Sonne die Wirkung so gering ist, hält Pickering die erste Erklärung für die wahrscheinlichere.

3. Es erübrigt jetzt noch, die Asymmetrie der Lichtkurve zu erklären. In einem gegebenen Zeitabstand vom Minimum ist nach Ausweis der Beobachtungen das Licht im absteigenden Ast heller als im aufsteigenden. Dieser Unterschied erreicht eineinhalb Stunden vom Lichtminimum seinen größten Wert von $2^1/_4$ Stufen und nimmt von da an regelmäßig nach beiden Richtungen ab.

Die Annahmen, daß der Satellit nicht kugelförmig oder daß die Algolscheibe ungleichmäßig hell sei, werden als unbefriedigend verworfen. So bleibt noch die dritte Erklärung, daß die Bahn elliptisch sei und die Asymmetrie durch die ungleichen Geschwindigkeiten und Entfernungen des Satelliten vor und nach dem Minimum verursacht werde.

Um die Aufgabe analytisch zu lösen, müßte man die scheinbare Entfernung ρ einerseits ausdrücken als Funktion der Zeit und der Bahnelemente, anderseits ($\varkappa$ und die Periode als bekannt vorausgesetzt) sie aus den beobachteten Helligkeiten zu verschiedenen Zeiten berechnen. Pickering begnügt sich mit einer annähernden Lösung mittels eines graphischen Verfahrens. So ergab sich für die Exzentrizität der Wert 0.5 und für die Knotenlinie ungefähr die Länge 17^0, wodurch das Periastron mit dem Austrittspunkt zusammenfällt.

Eine mit diesen Elementen berechnete Bahn lieferte keine bessere Übereinstimmung als die Kreiselemente. Da die Zeiten des Minimums sowie Anfang und Ende der Finsternis einigermaßen unsicher sind, wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate eine bessere Annäherung gesucht, wobei die genannten Zeitmomente als Unbekannte galten. So wurde für den Eintritt des Minimums eine Verbesserung von — 5 Minuten gefunden, für die Zeit des ersten Kontakts — 2 Minuten, für die des letzten Kontakts + 13 Minuten.

Die so erhaltenen Reste sind sehr befriedigend hinsichtlich ihrer Größe und der Zahl der Zeichenwechsel, die Bahn selbst aber sieht bedenklich aus. Ihre

halbe große Achse beträgt nur 3.55, und da die Exzentrizität gleich 0.500 ist, so folgt für die Entfernung der Mittelpunkte im Periastron 1.775, während die Summe der Halbmesser der beiden Begleiter gleich 1.764 ist. Bei so großer Nähe der beiden Körper würde die geringste Störung eine Katastrophe herbeiführen.

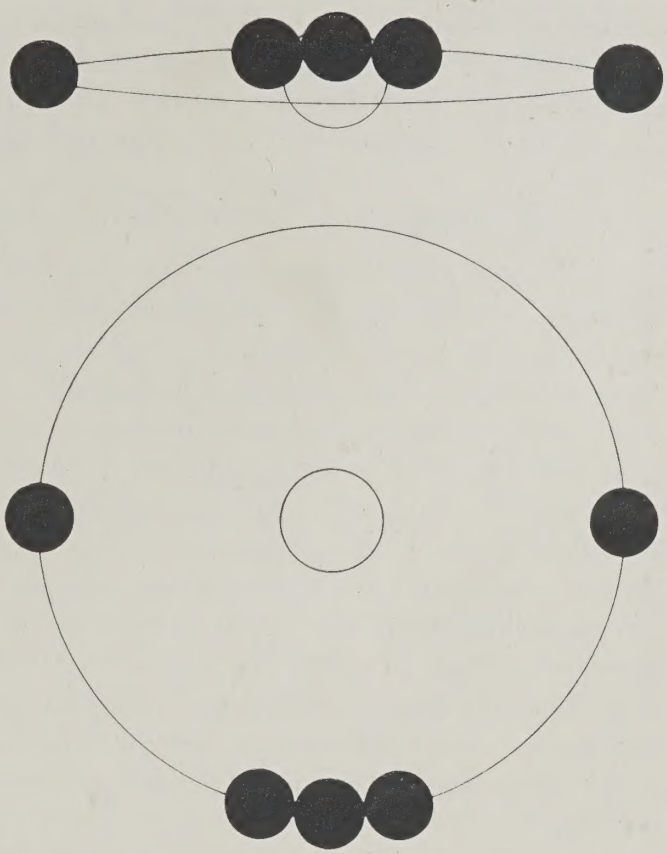

Fig. 26

Versuche mit geringerer Exzentrizität befriedigen noch weniger. Es entsteht darum die Frage, ob nicht Kreiselemente den Beobachtungen schließlich besser genügen, da wir doch einmal die Zeiten des Minimums und der Kontakte geändert haben. Wenn man das Minimum in der beobachteten Lichtkurve um 0.1 Stunden früher setzt und die Perioden des Eintritts und Austritts beide gleich 4.45 Stunden (statt 4.6) annimmt, so liefern tatsächlich die Kreiselemente sehr befriedigende Resultate.

Bezeichnet B die beobachtete Lichtschwankung in Größenklassen, wie sie Pickering aus den Schönfeldschen Stufenzahlen abgeleitet hat, und R die berechnete Lichtschwankung, unter Zugrundelegung der Kreiselemente und der erwähnten Verbesserungen für die Minimum- und Kontaktepochen, so erhalten wir nachstehende Übersicht:

t	B	R	$B-R$	t	B	R	$B-R$
$-4^h.6$	$0^M.00$	$0^M.00$	$0^M.00$	$+4^h.6$	$0^M.00$	$0^M.00$	$0^M.00$
4 .0	03^5	01^5	+ 02	4 .0	03^5	03	+ 00^5
3 .5	07^5	07	+ 00^5	3 .5	10	10	00
3 .0	13	15^5	— 02^5	3 .0	19	19	00
2 .5	21^5	26	— 04^5	2 .5	31^5	31	+ 00^5
2 .0	34^5	39	— 04^5	2 .0	48	45	+ 03
1 .5	55	55	00	1 .5	69	61	+ 08
1 .0	77	71^5	+ 05^5	1 .0	82^5	78	+ 04^5
— 0 .5	91	88	+ 03	+ 0 .5	91	93	— 02
0 .0	0 .95	0 .95	0 .00	0 .0	0 .95	0 .95	0 .00

Die Abweichungen $B-R$ betragen im Mittel nur $\pm 0^M.02$; die Beobachtungen werden also innerhalb der Grenzen ihrer Genauigkeit vollkommen dargestellt.

Die zwei Figuren Nr 26 S. 209 (gezeichnet nach Pickering) dienen dazu, eine Vorstellung von der Anordnung des *Algol*-Systems zu geben. Beide sind Projektionen: die erste stellt die Ansicht der Bahn von der Erde aus gesehen dar, die zweite die Ansicht der zur Bahnebene senkrechten Richtung.

B. Die Ansätze von Harting und Myers und ihre Verallgemeinerung.

Eine analytische Methode, aus den beobachteten Helligkeiten durch allmähliche Annäherung die wahrscheinlichsten Bahnelemente zu bestimmen, hat J. Harting in seiner Dissertation „Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β *Persei*“ (München 1889) aufgestellt. Das Wesentliche dieser Arbeit besteht in der Ableitung der Differentialausdrücke, wodurch die Variation der Lichtintensität als Funktion der Variationen der Bahnelemente dargestellt wird. Später hat Myers in seinen „Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sterns β *Lyrae*“ (München 1896) die Fragestellung auf den allgemeineren Fall zweier Körper erweitert, die beide selbstleuchtend sind und die Gestalt verlängerter gleichförmiger Rotationsellipsoide haben, deren große Achsen bei der Bahnbewegung immer in derselben Geraden liegen. Es kommen also zum Problem der Algolsterne zwei neue Elemente hinzu, nämlich das Verhältnis λ der Flächenhelligkeiten der Projektionen der beiden Körper auf das Himmelsgewölbe, wobei die Beleuchtung gleichmäßig angenommen wird, und das Verhältnis q der langen Achse zum Äquatordurchmesser in beiden Rotationsellipsoiden. Das Achsenverhältnis der beiden um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt beschriebenen Bahnen bleibt unbestimmt.

4. Wir lassen hier eine Übersicht dieser allgemeineren Aufgabe folgen und setzen:

die große Halbachse des ersten Ellipsoids $(E_{1,\lambda})$ gleich der Einheit,

die Lichtintensität im Maximum (wenn beide großen Achsen zur Gesichtslinie senkrecht stehen) gleich der Einheit,

$\varkappa$ = der großen Halbachse des zweiten Ellipsoids $(E_{\varkappa,1})$,

q = dem Verhältnis der großen Achsen der beiden Ellipsoide zu ihren Äquatordurchmessern,

ε = der Exzentrizität eines Meridiandurchschnitts: $\varepsilon = \sqrt{(q^2-1)/q^2}$,

λ = dem Helligkeitsverhältnis der ersten und zweiten elliptischen Projektion, berechnet für die Flächeneinheit,

f = der großen Achse der elliptischen Projektion des Ellipsoids $E_{1,\lambda}$ zur Zeit t,

M = dem gemeinschaftlichen Teil zweier Kreise, deren Halbmesser gleich 1 und $\varkappa$ sind, und deren Mittelpunkte in einer Entfernung $\rho' = \rho/f$ voneinander liegen,

I = der scheinbaren totalen Intensität, von der Erde gesehen, zur Zeit t,

a = der großen Halbachse der wahren relativen Bahn von $E_{\varkappa,1}$,

e = der Exzentrizität der Bahn,

i = dem Winkel der Bahnebene mit dem Himmelsgewölbe,

v = der wahren Anomalie,

r = dem Radius-Vektor in der Bahn von $E_{\varkappa,1}$,

ρ = der Projektion von r auf das Himmelsgewölbe,

β = dem Winkel, den der Radius-Vektor von $E_{\varkappa,1}$ mit der Projektion des Gesichtsstrahles auf die Bahnebene („hinter" dem Himmelsgewölbe) bildet,

ω = der Länge des Periastrons, gezählt wie β.

a) Zuerst berechnen wir die Lichtintensität als Funktion von $\varkappa$, f und ρ (vgl. die nebenstehende Fig. 27). Die kleinen Halbachsen der elliptischen Projektionen bleiben konstant $= 1/q$ und $= \varkappa/q$. Solange die beiden Ellipsen einander nicht teilweise bedecken, ist

(7) $$I = f;$$

sobald aber die teilweise Bedeckung eintritt, ist $I = sf$; dabei bleibt $s < 1$.

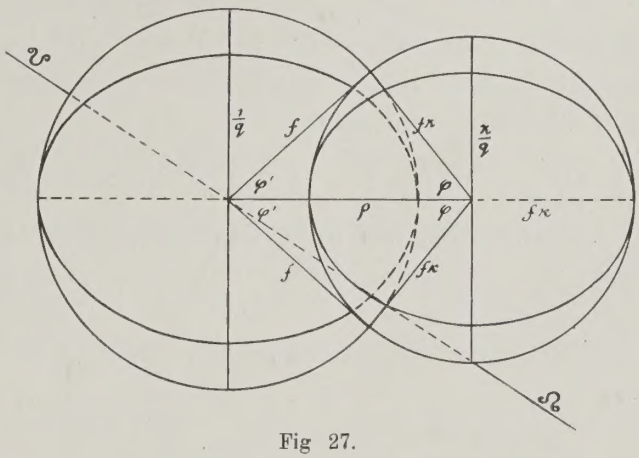

Fig 27.

Um s zu finden, kann man folgendermaßen verfahren: Die Größe s ist offenbar nur eine Funktion von λ und den Verhältnissen $f : \varkappa f : \rho$; sie ist unabhängig von der Exzentrizität der Ellipsen. Folglich kann man zur Berechnung von s die Ellipsen durch zwei Kreise von den Halbmessern 1 und $\varkappa$ ersetzen, bei denen die Entfernung der Mittelpunkte $\rho' = \rho/f$ und das Helligkeitsverhältnis $= \lambda$ ist. Bezeichnet M den gemeinschaftlichen Teil dieser beiden Kreise, so ist

$$s = 1 - \frac{M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)} \quad \text{oder} \quad s = 1 - \frac{\lambda M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)},$$

je nachdem $E_{\varkappa,1}$ oder $E_{1,\lambda}$ verfinstert wird. Somit haben wir das Ergebnis:

(8) Wird $E_{\varkappa,1}$ verfinstert, so ist $I_1 = f\left(1 - \frac{M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}\right)$;

(9) wird $E_{1,\lambda}$ verfinstert, so ist $I_2 = f\left(1 - \frac{\lambda M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}\right)$.

b) Der Flächeninhalt M ergibt sich daraus, daß man die zur gemeinschaftlichen Sehne der beiden Kreise mit Halbmessern 1 und $\varkappa$ gehörenden Zentriwinkel gleich $2\varphi'$ und 2φ setzt; man erhält dann

(10) $$M = \tfrac{1}{2}\{(2\varphi' - \sin 2\varphi') + \varkappa^2(2\varphi - \sin 2\varphi)\}.$$

Aus dem Dreieck mit Seiten 1, $\varkappa$, ρ' und Winkeln φ, φ' und $\pi - (\varphi + \varphi')$ findet man leicht

(11) $$\sin\varphi' = \varkappa \sin\varphi, \qquad \cos\varphi = \frac{\rho'^2 + \varkappa^2 - 1}{2\varkappa\rho'}.$$

Der Winkel (2φ oder $2\varphi'$), der seinen Scheitel im Zentrum des größeren Kreises hat, ist immer $< \pi$; der andere kann $= 2\pi$ werden, wenn nämlich die kleinere Scheibe sich ganz auf die größere projiziert.

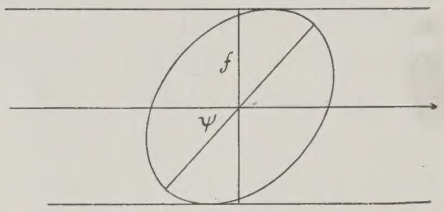

Fig. 28.

c) Zur Berechnung der Halbachse f bezeichnen wir den Winkel zwischen der Gesichtslinie und den großen Achsen der beiden Ellipsoide mit ψ. Legt man in dem größten Ellipsoid einen Meridianschnitt durch die Gesichtslinie, so ist die senkrechte Entfernung der beiden Tangenten an diesen Meridianschnitt, die der Gesichtslinie parallel sind, gleich der großen Achse $2f$ der elliptischen Projektion der Ellipsoide. Die große Achse des Meridianschnitts ist gleich 2, seine Exzentrizität ist ε. Daher hat man, wie aus der nebenstehenden Fig. 28 sofort einleuchtet:

$$f^2 = 1 - \varepsilon^2 \cos^2\psi, \quad \text{wo} \quad \cos^2\psi = \cos^2\beta \sin^2 i. \tag{12}$$

d) Die Projektion ρ folgt unmittelbar aus der Gleichung

$$\rho^2 = r^2(1 - \cos^2\beta \sin^2 i). \tag{13}$$

Hierin ist $\beta = \omega + v$, während r und v sich aus bekannten Gleichungen ergeben.

Dreizehntes Kapitel.

Besondere Aufgaben.

Eine allgemeine Arbeitsmethode zur Berechnung vorläufiger Elemente aus der gegebenen Lichtkurve war früher nicht bekannt; vielmehr forderte jeder einzelne Fall eine besondere Behandlung. Wir lassen daher einige Aufgaben folgen, deren Lösung sich bald als notwendig erwiesen hat.

A. Die Umstände der Verfinsterung.

5. Berechnung der Minimum- und Maximum-Epochen.

a) Angenommen, es sei $i = 90^0$. Ist $q > 1$ und $0 < \lambda < \infty$, so hat man zwei Minima (m_1, m_2) und zwei Maxima (m_{I}, m_{II}). Die zugehörigen Werte von β und v sind dann:

$$\beta_1 = 0, \quad \beta_{\mathrm{I}} = \frac{\pi}{2}, \quad \beta_2 = \pi, \quad \beta_{\mathrm{II}} = \frac{3\pi}{2};$$

$$v_1 = -\omega, \quad v_{\mathrm{I}} = \frac{\pi}{2} - \omega, \quad v_2 = \pi - \omega, \quad v_{\mathrm{II}} = \frac{3\pi}{2} - \omega.$$

Wird $e = \sin\varphi$ gesetzt, so sind die betreffenden Epochen, vom Periastrondurchgang gerechnet:

$$
\begin{aligned}
t_1 &= \frac{P}{2\pi}\Big\{2\pi - 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{tg}\,\frac{\omega}{2}\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big] + \\
&\qquad + \sin\varphi\,\sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{tg}\,\frac{\omega}{2}\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big]\Big\}, \\
t_1 &= \frac{P}{2\pi}\Big\{2\pi + 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}\Big)\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big] - \\
&\qquad - \sin\varphi\,\sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}\Big)\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big]\Big\}, \\
t_2 &= \frac{P}{2\pi}\Big\{2\pi + 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{cotg}\,\frac{\omega}{2}\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big] - \\
&\qquad - \sin\varphi\,\sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{cotg}\,\frac{\omega}{2}\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big]\Big\}, \\
t_{II} &= \frac{P}{2\pi}\Big\{2\pi - 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{cotg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}\Big)\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big] + \\
&\qquad + \sin\varphi\,\sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\Big[\mathrm{cotg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\omega}{2}\Big)\,\mathrm{tg}\Big(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\Big)\Big]\Big\}.
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Jede gegebene Differenz $t_m - t_n$ liefert eine Gleichung zur Bestimmung von ω und φ. Kombiniert man t_1 und t_2, t_I und t_{II}, so erhält man:

$$
\begin{aligned}
t_2 - t_1 &= \frac{P}{2\pi}\Big\{\pi - 2\,arc\,\mathrm{tg}\,(\sin\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi) - \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\,(\sin\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi)\Big\}, \\
t_{II} - t_I &= \frac{P}{2\pi}\Big\{\pi + 2\,arc\,\mathrm{tg}\,(\cos\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi) + \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\,(\cos\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi)\Big\}.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich $\sin\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi$ und $\cos\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi$ nach bekannten Methoden. Macht man Gebrauch von der Reihenentwicklung

$$M = v - 2e\sin v + \tfrac{3}{4}e^2\sin 2v - \tfrac{1}{3}e^3\sin 3v + \cdots$$

und setzt $x = e\cos\omega$, $y = e\sin\omega$, so wird

$$
\begin{aligned}
M_1 &= -\omega + y\,(2 - \tfrac{3}{2}x + x^2 - \tfrac{1}{3}y^2) + \cdots, \\
M_I &= \frac{\pi}{2} - \omega - x\,(2 - \tfrac{3}{2}y + y^2 - \tfrac{1}{3}x^2) + \cdots, \\
M_2 &= \pi - \omega - y\,(2 + \tfrac{3}{2}x + x^2 - \tfrac{1}{3}y^2) + \cdots, \\
M_{II} &= \frac{3\pi}{2} - \omega + x\,(2 + \tfrac{3}{2}y + y^2 - \tfrac{1}{3}x^2) + \cdots
\end{aligned}
$$

Ist e sehr klein, so läßt sich schreiben:

$$
\begin{aligned}
\frac{2\pi}{P}\,(t_I - t_1) &= \frac{\pi}{2} - 2x - 2y, \\
\frac{2\pi}{P}\,(t_2 - t_I) &= \frac{\pi}{2} + 2x - 2y, \\
\frac{2\pi}{P}\,(t_{II} - t_2) &= \frac{\pi}{2} + 2x + 2y,
\end{aligned}
\tag{16}
$$

oder wenn man gleichnamige Phasen kombiniert:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{P}(t_2 - t_1) &= \pi - 4y, \\ \frac{2\pi}{P}(t_{II} - t_I) &= \pi + 4x. \end{aligned} \tag{17}$$

Diese beiden Gleichungen sind bis auf die Glieder der zweiten Potenz von e einschließlich genau. Betrachtet man die Gleichungen (16) als Fehlergleichungen von gleichem Gewicht zur Bestimmung von x und y, so findet man:

$$\begin{aligned} 4x &= -\pi + \frac{2\pi}{P}\left\{(t_{II} - t_2) + 2(t_2 - t_1) - (t_I - t_1)\right\}, \\ 4y &= \pi + \frac{2\pi}{P}\left\{(t_{II} - t_2) - 2(t_2 - t_1) - (t_I - t_1)\right\}. \end{aligned} \tag{18}$$

b) Nun werde angenommen, daß i nicht $= 90^0$ sei; dann bestimmen sich die Minimumepochen in dieser Weise: Ist $i < 90^0$ und $e > 0$, so fallen die Minima von ρ nicht mit den beiden Konjunktionen $\beta = 0$ und $\beta = \pi$ zusammen. Aus den beiden Gleichungen

$$\rho^2 = r^2(1 - \cos^2\beta \sin^2 i), \qquad r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos(\beta - \omega)} \tag{19}$$

findet man für das Minimum von ρ die Bedingungen:

$$0 = \frac{dr}{r} + \frac{\sin 2\beta \sin^2 i}{2\rho^2} r^2 d\beta, \qquad \frac{dr}{r} = \frac{re\sin(\beta - \omega)}{a(1 - e^2)} d\beta \tag{20}$$

und folglich

$$2re\sin(\beta - \omega)(1 - \cos^2\beta\sin^2 i) + a(1 - e^2)\sin 2\beta \sin^2 i = 0. \tag{21}$$

Setzen wir den Fall, es sei e so klein, daß man die dritte Potenz vernachlässigen kann, dann folgt aus der Gleichung (21), daß $\sin\beta$ von derselben Größenordnung ist wie $e\sin\omega$. Wir substituieren daher

$$\sin 2\beta = 2\beta, \qquad r = a(1 - x), \qquad \sin(\beta - \omega) = \beta\cos\omega - \sin\omega,$$
$$1 - \cos^2\beta\sin^2 i = \cos^2 i$$

und erhalten

$$\begin{aligned} &e(1 - x)(\beta\cos\omega - \sin\omega)\cos^2 i + \beta\sin^2 i = 0, \\ &\text{also } \beta = \frac{y - xy}{\operatorname{tg}^2 i + x} = y\operatorname{cotg}^2 i(1 - x\operatorname{cosec}^2 i). \end{aligned} \tag{22}$$

Bedeutet θ_1 die Zeit des ersten Minimums, von der Konjunktion $\beta = 0$ an gerechnet, so wird

$$\begin{aligned} \beta &= n\theta_1(1 + 2x\cdots) \qquad \left(n = \frac{2\pi}{P}\right), \\ n\theta_1 &= y\operatorname{cotg}^2 i(1 - x\operatorname{cosec}^2 i)(1 - 2x\cdots) \\ &= y\operatorname{cotg}^2 i\{1 - x(\operatorname{cotg}^2 i + 3)\}\cdots \end{aligned} \tag{23}$$

In gleicher Weise findet man für die Zeit θ_2 des zweiten Minimums, von der Konjunktion $\beta = \pi$ an gerechnet:

$$n\theta_2 = -y\cot g^2 i\{1 + x(\cot g^2 i + 3)\}\cdots \tag{24}$$

c) Sind beide Himmelskörper kugelförmig, so fallen die Minima der scheinbaren Entfernung mit den Lichtminima zusammen. Das Zeitintervall zwischen den beiden Minima ist dann $(t_2 - t_1)_c + (\theta_2 - \theta_1)$, wo $(t_2 - t_1)_c$ das Zeitintervall der beiden Konjunktionen bedeutet; und nach (17) und (23) und (24) ergibt sich:

$$n(t_2 - t_1) = n(t_2 - t_1)_c + n(\theta_2 - \theta_1) = \pi - 2y(1 + \operatorname{cosec}^2 i), \tag{25}$$

streng richtig bis zur zweiten Potenz von e einschließlich.

Sind die Körper nicht kugelförmig, sondern verlängerte Ellipsoide, so ist die Gesamtprojektion auf das Himmelsgewölbe kein Minimum, wenn ρ ein Minimum ist. Man findet dann

$$\begin{aligned} n\theta_1 &= \frac{\sigma_1 f_m^2(1 - 3x)y}{1 - f_m^2 + \sigma_1 \operatorname{tg}^2 i(1 - \varepsilon^2) + x\sigma f_m^2} \qquad \left(\sigma_1 = \frac{2\rho_1 \sin\varphi_1'}{\pi(\varkappa^2 + \lambda)I_1}\right), \\ n\theta_2 &= \frac{-\sigma_2 f_m^2(1 + 3x)y}{1 - f_m^2 + \sigma_2 \operatorname{tg}^2 i(1 - \varepsilon^2) - x\sigma f_m^2} \qquad \left(\sigma_2 = \frac{2\rho_2 \lambda \sin\varphi_2'}{\pi(\varkappa^2 + \lambda)I_2}\right). \end{aligned} \tag{25 a}$$

Der Zeiger 1 bezieht sich hier auf das erste, der Zeiger 2 auf das zweite Minimum.

6. Dauer der Verfinsterungen.

a) Die Körper seien kugelförmig und die Exzentrizität der Bahn so klein, daß ihre zweite Potenz vernachlässigt werden kann. Die Verfinsterung beginnt oder endet, wenn

$$\rho^2 = (1 + \varkappa)^2 = r^2(1 - \cos^2\beta \sin^2 i). \tag{26}$$

Ist t_e die Zeit des Endes der ersten Verfinsterung, von der Konjunktion ab gerechnet, so ist

$$\begin{aligned} \beta_e &= \omega + v_e = \omega + M_e + 2e\sin M_e \cdots \\ &= nt_e + 2y(1 - \cos nt_e) + 2x\sin nt_e + \cdots, \\ r_e &= a(1 - x\cos nt_e - y\sin nt_e \cdots), \\ \cos^2\beta_e &= \cos^2 nt_e - \sin 2nt_e\{2y(1 - \cos nt_e) + 2x\sin nt_e\}\cdots, \\ r_e^2 &= a^2(1 - 2x\cos nt_e - 2y\sin nt_e \cdots). \end{aligned} \tag{27}$$

Führt man noch einen Hilfswinkel nt_0 ein, der durch die Formel definiert ist:

$$1 - \cos^2 nt_0 \sin^2 i = \left(\frac{1 + \varkappa}{a}\right)^2 = c^2, \tag{28}$$

und substituiert die Ausdrücke (27) und (28) in (26), so ergibt sich:

$$\begin{aligned} 1 - \cos^2 nt_0 \sin^2 i = 1 &- \cos^2 nt_e \sin^2 i - 2x\cos nt_e(c^2 - 2\sin^2 i \sin^2 nt_e) - \\ &- 2y\sin nt_e\{c^2 - 2\sin^2 i\cos nt_e(1 - \cos nt_e)\}\cdots \end{aligned}$$

Führt man die Bezeichnung

$$t_e = t_0 + \tau_e$$

ein und ersetzt t_e durch t_0 in den Gliedern erster Ordnung in e, so wird

$$(\alpha) \qquad \begin{aligned} \sin 2nt_0 \sin^2 i \cdot n\tau_e = {} & 2x \cos nt_0 (c^2 - 2\sin^2 i \sin^2 nt_0) + \\ & + 2y \sin nt_0 \{c^2 - 2\sin^2 i \cos nt_0 (1 - \cos nt_0)\}. \end{aligned}$$

Ist $-t_a$ die Zeit des Anfangs der ersten Verfinsterung, so findet man in derselben Weise:

$$(\beta) \qquad \begin{aligned} \sin 2nt_0 \sin^2 i \cdot n\tau_a = {} & 2x \cos nt_0 (c^2 - 2\sin^2 i \sin^2 nt_0) - \\ & - 2y \sin nt_0 \{c^2 - 2\sin^2 i \cos nt_0 (1 - \cos nt_0)\}. \end{aligned}$$

Aus den beiden Formeln (α) und (β) erhält man:

Erstens für die totale Dauer $2\tau_1$ der ersten Verfinsterung:

$$(29) \qquad \begin{aligned} 2n\tau_1 = 2nt_0 + n(\tau_e + \tau_a) &= 2nt_0 - 2x \sin nt_0 \frac{c^2 - 2\cos^2 i}{c^2 - \cos^2 i} \\ &= 2nt_0 - 2x \sin nt_0 (1 - \operatorname{cotg}^2 i \operatorname{cosec}^2 nt_0). \end{aligned}$$

In gleicher Weise ergibt sich für die totale Dauer $2\tau_2$ der zweiten Verfinsterung:

$$(30) \qquad 2n\tau_2 = 2nt_0 + 2x \sin nt_0 (1 - \operatorname{cotg}^2 i \operatorname{cosec}^2 nt_0).$$

Folglich:

$$(31) \qquad 2n(\tau_1 + \tau_2) = 4nt_0,$$

$$(32) \qquad 2n(\tau_1 - \tau_2) = -4x \sin nt_0 (1 - \operatorname{cotg}^2 i \operatorname{cosec}^2 nt_0).$$

Zweitens ergibt sich aus denselben Formeln die Asymmetrie der Kurve, d. h. das Zeitintervall $\Delta\tau_1$ zwischen dem Lichtminimum und der Mitte der ersten Verfinsterung wie folgt:

Für die Mitte $\frac{1}{2}(t_e - t_a)$ der ersten Verfinsterung findet man:

$$(33) \qquad n(t_e - t_a)_1 = 2y \sec nt_0 \{\operatorname{cotg}^2 i + (1 - \cos nt_0)^2\}$$

und mithin für die Asymmetrie des ersten Minimums:

$$(34) \qquad n\Delta\tau_1 = n\left(\theta_1 - \frac{t_e - t_a}{2}\right) = -y \sec nt_0 (1 - \cos nt_0)(\operatorname{cosec}^2 i - \cos nt_0);$$

ebenso für die Asymmetrie des zweiten Minimums:

$$(35) \qquad n\Delta\tau_2 = y \sec nt_0 (1 - \cos nt_0)(\operatorname{cosec}^2 i - \cos nt_0).$$

Die gefundenen Ausdrücke lassen sich auch auf zwei Epochen vor und nach dem Minimum anwenden, wo ρ und also auch die Lichtintensität denselben Wert haben. Man hat dann zu setzen:

$$1 - \cos^2 nt_0 \sin^2 i = \left(\frac{\rho}{a}\right)^2.$$

Für $\rho^2 = (1 - \varkappa)^2$ z. B. findet man die Dauer des stationären Minimums.

Die Ausdrücke (34) und (35) geben mit umgekehrtem Zeichen die Mitte zweier Zeiten gleicher Helligkeit, vom Lichtminimum an gezählt.

b) Wird auch die Verlängerung der Ellipsoide in Rechnung gebracht, so ergibt sich die Dauer der Verfinsterungen durch die Formeln:

$$2n\tau_1 = 2nt_0 - 2x\sin nt_0\left(2 - \frac{\gamma}{\sin^2 nt_0 \sin^2 i}\right),$$

$$2n\tau_2 = 2nt_0 + 2x\sin nt_0\left(2 - \frac{\gamma}{\sin^2 nt_0 \sin^2 i}\right),$$

worin

$$\gamma = \frac{c^2 - \varepsilon^2 c^2}{(1-\varepsilon^2 c^2)^2} \qquad \left[c^2 = \left(\frac{1+\varkappa}{a}\right)^2 = \frac{1 - \sin^2 i \cos^2 nt_0}{1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \cos^2 nt_0}\right].$$

Für $i = 90^0$ werden diese Ausdrücke:

$$2n\tau_1 = 2nt_0 - 2x\sin nt_0\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}\sin^2 nt_0\right),$$

$$2n\tau_2 = 2nt_0 + 2x\sin nt_0\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}\sin^2 nt_0\right).$$

7. Möglichkeit der Verfinsterungen.

Die Körper seien kugelförmig vorausgesetzt. Werden die Größen

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos(\beta - \omega)} = \frac{a(1-e^2)}{1 + x\cos\beta + y\sin\beta}$$

in die Bedingungsgleichung der Grenzen der Verfinsterung:

$$\rho^2 = (1+\varkappa)^2 = r^2(1 - \cos^2\beta\sin^2 i)$$

eingesetzt, so ergibt sich:

$$c^2(1 + x\cos\beta + y\sin\beta)^2 = (1-e^2)^2(1 - \sin^2 i\cos^2\beta).$$

Um die Möglichkeit der Verfinsterungen ganz allgemein zu untersuchen, müßte man bestimmen, unter welchen Bedingungen vier, zwei oder keine reellen Werte von β diese Gleichung befriedigen. Die Bedingungen sind aber sehr verwickelt.

a) Einen annähernden Einblick in die Frage kann man sich folgenderweise verschaffen:

In den Ausdruck für ρ setze man die Werte ein:

$$\beta_1 = y\operatorname{cotg}^2 i(1 - x\operatorname{cosec}^2 i)\cdots, \qquad \beta_2 = -y\operatorname{cotg}^2 i(1 + x\operatorname{cosec}^2 i)\cdots,$$

dann erhält man die beiden Minimalwerte von ρ; sie sollen kleiner sein als $1 + \varkappa$, damit zwei Verfinsterungen stattfinden. Diese Substitutionen liefern die beiden nachstehenden Bedingungen bis zur zweiten Potenz von e einschließlich:

$$(36) \qquad \begin{aligned} (1-x)^2 - y^2(1 + \operatorname{cosec}^2 i) &< \frac{c^2}{\cos^2 i}, \\ (1+x)^2 - y^2(1 + \operatorname{cosec}^2 i) &< \frac{c^2}{\cos^2 i}. \end{aligned}$$

Begnügt man sich mit einer Annäherung bis zur ersten Potenz von e, so hat man einfach

(37) $$1 - x < \frac{c}{\cos i}, \qquad 1 + x < \frac{c}{\cos i}.$$

b) Diese Bedingungen ergeben sich auch unmittelbar aus der Näherungsformel

$$\rho_{\min} = a(1 \pm x)\cos i < 1 + \varkappa.$$

Setzt man jetzt

$$1 + e\cos\sigma = \frac{c}{\cos i}, \qquad 0 < \sigma < \frac{\pi}{2},$$

so lassen sich die Bedingungen auch so ausdrücken:

$-\sigma < \omega < +\sigma$ ····· Verfinsterung nur in oberer Konjunktion,
$+\sigma < \omega < \pi - \sigma$ ···· Verfinsterung in beiden Konjunktionen,
$\pi - \sigma < \omega < \pi + \sigma$ ···· Verfinsterung nur in unterer Konjunktion,
$\pi + \sigma < \omega < 2\pi - \sigma$ ··· Verfinsterung in beiden Konjunktionen.

8. Grenzwerte von $\varkappa$, wenn $e = 0$.

In diesem Falle ist der verfinsterte Teil in beiden Lichtminima gleich groß. Die Helligkeit im ersten Minimum sei $= m_1$, im zweiten $= m_2$; f_m sei der Wert von f, $\pi\alpha^2$ der Wert von M in beiden Minima. Dann hat man:

(38) $$1 - \frac{m_1}{f_m} = \frac{\alpha^2}{\lambda + \varkappa^2}, \qquad 1 - \frac{m_2}{f_m} = \frac{\alpha^2\lambda}{\lambda + \varkappa^2}.$$

Hieraus folgt:

(39) $$\lambda = \frac{f_m - m_2}{f_m - m_1}.$$

Durch Elimination von λ erhält man eine Bedingung

$$\varkappa^2 = \frac{m_2 - (1 - \alpha^2)f_m}{f_m - m_1} \quad \text{oder} \quad \varkappa^2 = \frac{f_m - m_2 + (\varkappa^2 - \alpha^2)f_m}{m_1}.$$

Da aber $1 - \alpha^2 \gtreqless 0$ und hieraus $\varkappa^2 - \alpha^2 \gtreqless 0$, so ergibt sich:

(40) $$\frac{m_2}{f_m - m_1} \gtreqless \varkappa^2 \gtreqless \frac{f_m - m_2}{m_1}, \quad \text{also auch} \quad f_m \lesseqgtr m_1 + m_2.$$

Sind die Körper kugelförmig, so ist

(41) $$\lambda = \frac{1 - m_2}{1 - m_1},$$

(42) $$\frac{m_2}{1 - m_1} \gtreqless \varkappa^2 \gtreqless \frac{1 - m_2}{m_1} \qquad \left(1 \lesseqgtr m_1 + m_2\right).$$

B. Genäherte Elemente und ihre Verbesserungen.

9. Berechnung angenäherter Elemente[1].

Die Neigung der Bahn zum Himmelsgewölbe wird in vielen Fällen wenig von $\frac{1}{2}\pi$ verschieden sein, so daß man in erster Annäherung $\cos i = 0$ setzen kann. Wir unterscheiden zwei Fälle: doppelte und einfache Verfinsterung.

a) In jeder Lichtperiode finden zwei Verfinsterungen statt.

1. Das Licht sei stetig veränderlich. Der Grund ist entweder der, daß die zwei Körper miteinander in Berührung stehen, oder daß sie beträchtlich von der Kugelgestalt abweichen. Beide Fälle können zugleich verwirklicht sein.

Wenn die Zeiten zwischen den vier tropischen Punkten — Minima und Maxima — nahezu gleich sind, so geben die Gleichungen (16) einen genäherten Wert für x und y, mithin auch für e und ω.

Einen Näherungswert für q gibt uns der Verlauf der Lichtkurve in der Umgebung der Maxima. Solang die Kurve zu beiden Seiten eines Maximums symmetrisch abfällt, kann man annehmen, daß die Verfinsterung noch nicht eingetreten ist, daß also

$$I = f = \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \sin^2 n t_M}$$

ist, wo t_M die Zeit vom Maximum gerechnet bedeutet und e klein vorausgesetzt wird. Ist I für einige Punkte t_M bekannt, so gibt die Berechnung der Gleichungen

$$\varepsilon^2 \sin^2 i \sin^2 n t_M = 1 - I^2$$

den wahrscheinlichsten Wert von $\varepsilon^2 \sin^2 i$.

Kennt man die Summe der Zeitdauer der beiden Verfinsterungen, die nach (31) gleich $4 t_0$ ist, so findet man $(1 + \varkappa)/a$ aus der Gleichung:

$$\frac{1 - \cos^2 n t_0 \sin^2 i}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 n t_0 \sin^2 i} = \left(\frac{1 + \varkappa}{a}\right)^2.$$

Setzt man noch in den beiden Minima

$$\rho_m = r \cos i = a (1 \mp x) \cos i, \qquad f_m = \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 i},$$

so kann man das zweite Glied der Gleichungen

$$m_1 = f_m \left(1 - \frac{M}{\pi (\lambda + \varkappa^2)}\right), \qquad m_2 = f_m \left(1 - \frac{\lambda M}{\pi (\lambda + \varkappa^2)}\right)$$

als Funktion von $\varkappa$, λ, $\cos i$ allein ausdrücken und für verschiedene Annahmen über $\cos i$ die zugehörigen $\varkappa$ und λ berechnen.

2. Das Licht bleibt zwischen den beiden Verfinsterungen konstant. Die Körper seien kugelförmig, die Exzentrizität gering. Die Werte $n t_0$

[1] Diese unvollständige Rechnungsweise ist durch die Lösungsmethoden von Russell und Shapley längst überholt (vgl. unten das 16. Kapitel).

und x findet man aus der Summe und der Differenz der Zeitdauer der beiden Verfinsterungen nach (31) und (32), y aus dem Zeitintervall zwischen den beiden Minima (17).

Nachdem man über die Neigung irgend eine Annahme gemacht hat, findet man:

$$\left(\frac{1+\varkappa}{a}\right)^2 = 1 - \cos^2 n t_0 \sin^2 i. \tag{28}$$

Bleiben die Minima eine Zeitlang stationär, weil die Verfinsterungen ringförmig sind, so ist $M_{\min}$ entweder $= \pi$ oder $= \pi\varkappa^2$, je nachdem $\varkappa > 1$ oder < 1. In beiden Fällen ist

$$\lambda = \frac{1-m_2}{1-m_1}; \qquad \text{für } \varkappa > 1 \text{ ist } \varkappa^2 = \frac{m_2}{1-m_1}, \qquad \text{für } \varkappa < 1 \text{ ist } \varkappa^2 = \frac{1-m_2}{m_1}.$$

Ist $2t_0'$ die mittlere Zeitdauer des Stillstandes in den Minima, so ist annähernd

$$\left(\frac{1-\varkappa}{a}\right)^2 = 1 - \cos^2 n t_0' \sin^2 i. \tag{28 a}$$

Aus (28) und (28 a) folgt[1]:

$$a^2 = \frac{(1+\varkappa)^2 \cos^2 n t_0' - (1-\varkappa)^2 \cos^2 n t_0}{\cos^2 n t_0' - \cos^2 n t_0},$$

$$\operatorname{cotg}^2 i = \frac{(1-\varkappa)^2 \sin^2 n t_0 - (1+\varkappa)^2 \sin^2 n t_0'}{4\varkappa}.$$

Für a^2 findet man immer einen positiven Wert, da $\cos n t_0' > \cos n t_0$ ist. Damit $\operatorname{cotg}^2 i \gtrless 0$ sei, muß die Bedingung erfüllt sein:

$$(1-\varkappa)^2 \sin^2 n t_0 \gtrless (1+\varkappa)^2 \sin^2 n t_0' \quad \text{oder} \quad \left(\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}\right)^2 \gtrless \frac{\sin^2 n t_0'}{\sin^2 n t_0}.$$

Diese Bedingung läßt sich auch so ausdrücken:

$$\text{Ist } \varkappa < 1, \text{ also } \varkappa^2 = \frac{1-m_2}{m_1}, \text{ so wird } \varkappa \lessgtr \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} n (t_0 - t_0')}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} n (t_0 + t_0')};$$

$$\text{ist } \varkappa > 1, \text{ also } \varkappa^2 = \frac{m_2}{1-m_1}, \text{ so wird } \frac{1}{\varkappa} \lessgtr \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} n (t_0 - t_0')}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} n (t_0 + t_0')}.$$

---

[1] Setzt man in (28) und (28 a)

$$\cos n t_0 \sin i = \sin \eta_2, \qquad \cos n t_0' \sin i = \sin \eta_1,$$

so hat man zur Bestimmung von η_2 und η_1 die beiden Gleichungen:

$$\frac{\sin \eta_2}{\sin \eta_1} = \frac{\cos n t_0}{\cos n t_0'}, \qquad \frac{\cos \eta_2}{\cos \eta_1} = \frac{1+\varkappa}{|1-\varkappa|}.$$

Um η_1 und η_2 zu bestimmen, schreibe man sie in der Form:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} (\eta_1 - \eta_2) \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} n (t_0 - t_0') \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} n (t_0 + t_0'),$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} (\eta_1 - \eta_2) \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2) = \begin{cases} \varkappa \cdots \varkappa < 1 \\ \frac{1}{\varkappa} \cdots \varkappa > 1, \end{cases}$$

woraus man leicht $(\eta_1 + \eta_2)$ und $(\eta_1 - \eta_2)$ findet. Hieraus folgt weiter:

$$a = (1+\varkappa) \sec \eta_2 = |(1-\varkappa)| \sec \eta_1,$$

$$\sin i = \sec n t_0 \sin \eta_2 = \sec n t_0' \sin \eta_1.$$

Da genähert

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}n(t_0 - t_0')}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}n(t_0 + t_0')} = \frac{t_0 - t_0'}{t_0 + t_0'} \quad \text{und immer} \quad \frac{1 - m_1}{m_2} > \frac{1 - m_2}{m_1}$$

ist, so ergibt sich hieraus folgende Regel:

1. Ist $\frac{t_0 - t_0'}{t_0 + t_0'} > \sqrt{\frac{1 - m_1}{m_2}}$, so ist $\varkappa$ entweder größer oder kleiner als 1;

2. ist $\sqrt{\frac{1 - m_1}{m_2}} > \frac{t_0 - t_0'}{t_0 + t_0'} > \sqrt{\frac{1 - m_2}{m_1}}$, so ist $\varkappa$ kleiner als 1;

3. ist $\sqrt{\frac{1 - m_2}{m_1}} > \frac{t_0 - t_0'}{t_0 + t_0'}$, so wird den Beobachtungen durch keinen Wert von $\varkappa$ Genüge geleistet.

b) In jeder Periode findet nur eine Verfinsterung statt. Die zweite Verfinsterung fällt aus, entweder weil die Bahn eine kleine Neigung i und eine große Exzentrizität hat, oder weil einer der Körper dunkel ist. Der erste Fall ist sehr unwahrscheinlich und hat tatsächlich noch keine Anwendung gefunden; der zweite, der des eigentlichen Algoltypus, wurde schon ausführlich nach Pickering behandelt (oben S. 205 f).

10. Die Wendepunkte in der Intensitätskurve.

Nach (18) und (19) hat man die Formeln:

$$1 - \frac{I_1}{f} = \frac{M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)} = \Phi_1, \qquad 1 - \frac{I_2}{f} = \frac{\lambda M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)} = \Phi_2.$$

a) Sind λ und $\varkappa^2$ gegeben, so sind Φ_1 und Φ_2 nur noch Funktionen der scheinbaren Entfernung ρ der Mittelpunkte der beiden Körper. Die graphischen Darstellungen dieser Funktionen werden von Joseph Weber in seiner Inauguraldissertation „Zur Theorie der Algolveränderlichen“ (Göttingen 1913) die „Intensitätskurven“ der beiden Minima genannt.

M ist der verfinsterte Teil der Oberfläche; daher ist $dM/d\rho$ und folglich auch $d\Phi_1/d\rho$ und $d\Phi_2/d\rho$ stetig, solange $1 + \varkappa > \rho > 1 - \varkappa$.

An der Stelle $d^2\Phi/d\rho^2 = 0$ hat die Kurve einen Wendepunkt. Aus der geometrischen Bedeutung von M findet man leicht (s. S. 223)

$$\frac{dM}{d\rho} = -2\sin\varphi' = -2\varkappa\sin\varphi,$$

$$\frac{d^2M}{d\rho^2} = -2\cos\varphi'\frac{d\varphi'}{d\rho} = -2\varkappa\cos\varphi\frac{d\varphi}{d\rho}.$$

Folglich wird $d^2M/d\rho^2 = 0$, wenn φ oder $\varphi' = \frac{1}{2}\pi$, d. h. wenn die gemeinschaftliche Sehne der beiden kreisförmigen Scheiben dem Durchmesser des kleinsten Kreises gleich ist.

Man hat jetzt zwei Fälle zu unterscheiden: $\varkappa < 1$ und $\varkappa > 1$.

Bei $\varkappa < 1$ ist im Wendepunkt $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi' = arc\sin\varkappa$, $\rho = \sqrt{1-\varkappa^2}$;

bei $\varkappa > 1$ ist im Wendepunkt $\varphi' = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = arc\sin\frac{1}{\varkappa}$, $\rho = \sqrt{\varkappa^2-1}$.

Ist $\varkappa = 1$ und zugleich $i = \frac{1}{2}\pi$, so erreicht $dM/d\rho$ den größten negativen Wert, -2 (in der Konjunktion), und springt dann plötzlich auf $+2$; die Intensitätskurve hat eine Spitze. Keinen Wendepunkt gibt es, wenn der minimale Wert von ρ (in der Konjunktion), $a\cos i$, größer ist als $|1-\varkappa^2|$.

Da in erster Näherung $\rho = a\sin\beta$ ist, so haben Φ_1 und Φ_2 auch als Funktionen von $\sin\beta$ betrachtet nahezu an derselben Stelle einen Wendepunkt.

b) Berechnung von $\varkappa$ mit Hilfe des Wendepunkts. Aus

$$\Phi_1 = \frac{M}{\pi(\lambda+\varkappa^2)} \quad \text{und} \quad \Phi_2 = \frac{\lambda M}{\pi(\lambda+\varkappa^2)}$$

eliminiere man λ, dann ist das Ergebnis:

$$\frac{M}{\pi}\Phi_1 = \Phi_1\Phi_2 + \varkappa^2\Phi_2. \tag{1}$$

Im Wendepunkt ist

$$M_w = arc\sin\varkappa + \frac{\pi}{2}\varkappa^2 - \varkappa\sqrt{1-\varkappa^2} \qquad (\varkappa < 1),$$
$$M_w = arc\sin\frac{1}{\varkappa} + \frac{\pi}{2\varkappa^2} - \frac{1}{\varkappa^2}\sqrt{\varkappa^2-1} \qquad (\varkappa > 1). \tag{2}$$

Hat man die Intensitätskurve (als Funktion von $\sin\beta$) aus den Beobachtungen abgeleitet, so erhält man daraus die Werte von Φ_1 und Φ_2 in den Wendepunkten. Für die Werte von M_w als Funktion von $\varkappa$ hat Weber eine Tabelle berechnet. Dann findet man $\varkappa$ aus (1), und λ aus $\lambda = \Phi_2/\Phi_1$.

11. Verbesserung vorläufiger Bahnelemente.

Der beste Weg, die wahrscheinlichsten Bahnelemente zu erhalten, ist wohl der, daß man für verschiedene Wertsysteme dieser Elemente verschiedene Lichtkurven berechnet, deren tropische Punkte nahezu mit denen der beobachteten Lichtkurve zusammenfallen. Durch Interpolation findet man dann die theoretische Lichtkurve, die den Beobachtungen am besten genügt.

Im allgemeinen wird es sich kaum lohnen, die Verbesserung der Elemente durch verwickelte Differentialausdrücke zu suchen. Die kleinen Verbesserungen, die man auf solche Weise erhalten könnte, würden durch die Ungenauigkeit der photometrischen Beobachtungen einerseits und die der Rechnung zugrunde gelegten Annahmen anderseits ziemlich hinfällig werden.

a) Wir lassen hier beispielshalber eine Ableitung jener verwickelten Differentialausdrücke folgen. Die Grundformeln sind:

$$I_0 = f \quad \cdots \quad \text{keine Verfinsterung;}$$

$$I_1 = f\left(1 - \frac{M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}\right) \quad \cdots \quad \text{erste Verfinsterung;}$$

$$I_2 = f\left(1 - \frac{\lambda M}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}\right) \quad \cdots \quad \text{zweite Verfinsterung.}$$

Daher:

$$\frac{dI_0}{I_0} = \frac{df}{f},$$

$$(43)\quad \frac{dI_1}{I_1} = \frac{df}{f} - \frac{dM}{\pi(\lambda+\varkappa^2)} \cdot \frac{f}{I_1} + \frac{M}{\pi(\lambda+\varkappa^2)^2} \cdot \frac{f}{I_1} \cdot d(\lambda + \varkappa^2),$$

$$\frac{dI_2}{I_2} = \frac{df}{f} - \frac{\lambda\, dM}{\pi(\lambda+\varkappa^2)} \cdot \frac{f}{I_2} + \frac{\lambda M}{\pi(\lambda+\varkappa^2)^2} \cdot \frac{f}{I_2} \cdot d(\lambda + \varkappa^2) - \frac{M}{\pi(\lambda+\varkappa^2)} \cdot \frac{f}{I_2} \cdot d\lambda.$$

Aus $f^2 = 1 - \varepsilon^2 \cos^2\beta \sin^2 i$ folgt:

$$\frac{df}{f} = -\frac{\cos^2\beta}{2f^2}\, d(\varepsilon^2 \sin^2 i) + \frac{\varepsilon^2 \sin^2 i}{2f^2} \sin 2\beta \cdot d\beta.$$

Um dM zu berechnen, gehen wir von der geometrischen Bedeutung von M aus, d. h. von dem gemeinschaftlichen Teil zweier Kreise, deren Radien $= 1$ und $= \varkappa$ sind, und deren Mittelpunkte den Abstand $\rho' = \rho/f$ haben. M ist offenbar Funktion von $\varkappa$ und ρ' allein. Wenn $\varkappa$ um $\Delta\varkappa$ zunimmt, wird M um einen Streifen $\varphi\, \Delta\varkappa^2$ größer; nimmt ρ' um $\Delta\rho'$ zu, so nimmt M um $2 \sin\varphi' \Delta\rho' = 2\varkappa \sin\varphi\, \Delta\rho'$ ab. Folglich ist

$$\begin{aligned} dM &= \varphi\, d(\varkappa^2) - 2 \sin\varphi' \cdot d\rho' \\ &= \varphi\, d(\varkappa^2) - \frac{2\sin\varphi'}{f}\, d\rho + \frac{2\rho \sin\varphi'}{f^2}\, df. \end{aligned}$$

Nach Substitution in (43) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{I_1} = \frac{df}{f}\left(1 - \frac{2\rho\sin\varphi'}{\pi(\lambda+\varkappa^2)I_1}\right) &+ \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_1}\left(1 - \frac{I_1}{f} - \frac{\varphi}{\pi}\right) d(\varkappa^2) + \\ &+ \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_1}\left(1 - \frac{I_1}{f}\right) d\lambda + \frac{2\sin\varphi'}{\pi(\lambda+\varkappa^2)I_1}\, d\rho; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_2}{I_2} = \frac{df}{f}\left(1 - \frac{2\lambda\rho\sin\varphi'}{\pi(\lambda+\varkappa^2)I_2}\right) &+ \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_2}\left(1 - \frac{I_2}{f} - \frac{\lambda\varphi}{\pi}\right) d(\varkappa^2) - \\ &- \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_2}\left(1 - \frac{I_2}{f}\right)\frac{\varkappa^2}{\lambda}\, d\lambda + \frac{2\lambda\sin\varphi'}{\pi(\lambda+\varkappa^2)I_2}\, d\rho. \end{aligned}$$

Setzt man hierin noch den Wert von df/f ein und macht

$$\sigma_1 = \frac{2\rho\sin\varphi'}{\pi(\lambda+\varkappa^2)I_1}, \qquad \sigma_2 = \frac{2\rho\sin\varphi'}{\pi(\lambda+\varkappa^2)I_2},$$

so erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{I_1} = (1-\sigma_1)\frac{\varepsilon^2\sin^2 i}{2f^2} \sin 2\beta \cdot d\beta + \sigma_1 \frac{d\rho}{\rho} &- \\ (44)\qquad - (1-\sigma_1)\frac{\cos^2\beta}{2f^2}\, d(\varepsilon^2\sin^2 i) + \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_1}\left(1 - \frac{I_1}{f} - \frac{\varphi}{\pi}\right) d(\varkappa^2) &+ \\ + \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_1}\left(1 - \frac{I_1}{f}\right) d\lambda; & \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{dI_2}{I_2} &= (1-\lambda\sigma_2)\frac{\varepsilon^2\sin^2 i}{2f^2}\sin 2\beta\cdot d\beta + \lambda\sigma_2\frac{d\rho}{\rho} - \\
&- (1-\lambda\sigma_2)\frac{\cos^2\beta}{2f^2}\,d(\varepsilon^2\sin^2 i) + \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_2}\left(1-\frac{I_2}{f}-\frac{\lambda\varphi}{\pi}\right)d(\varkappa^2) - \\
&- \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_2}\left(1-\frac{I_2}{f}\right)\frac{\varkappa^2}{\lambda}\,d\lambda.
\end{aligned}
\tag{44}
$$

Schließlich müssen dann noch $d\beta$ und $d\rho$ durch die Variationen der Bahnelemente und der Epoche ausgedrückt werden, was nach den Formeln geschieht:

$$
\begin{aligned}
d\beta &= d\omega + dv = d\omega - \left(\frac{a}{r}\right)^2\cos\varphi\cdot n\,dT + \frac{a}{r}\cos\varphi\sin v\left(1+\frac{r}{\rho}\right)\cdot d\varphi;\\
\frac{d\rho}{\rho} &= \frac{da}{a} + \frac{r^2}{2\rho^2}\sin^2 i\sin 2\beta\cdot d\omega - \frac{r^2}{2\rho^2}\cos^2\beta\sin 2i\cdot di + \\
&+ \left(\frac{a}{r}\right)^2\left(e\sin E - \frac{r^2}{2\rho^2}\sin 2\beta\cos\varphi\right)n\,dT - \\
&- \left(\frac{a}{r}\right)^2\left\{(\cos E - e)\cos\varphi - \frac{r^2}{2\rho^2}\sin 2\beta\sin E\left(\frac{r}{a}+\cos^2\varphi\right)\right\}d\varphi.
\end{aligned}
$$

Hier ist $dn = 0$ gesetzt; ferner ist $e = \sin\varphi$ und T die Zeit des Periastrondurchgangs.

b) Wir führen diese verwickelte Substitution nur für den verhältnismäßig einfachen Fall aus, daß e sehr klein ist, und setzen: $x = e\cos\omega$, $y = e\sin\omega$, $e_0 = 0$, $d\omega = 0$, $n\,dT = -dM_0$, t_1 = Zeit vom ersten Minimum an. Dann wird

$$
\begin{aligned}
d\beta &= dM_0 + 2x\sin nt_1 - 2y\cos nt_1,\\
\frac{d\rho}{\rho} &= \frac{da}{a} - \frac{a^2}{2\rho^2}\cos^2 nt_1\sin 2i\cdot di + \frac{a^2}{2\rho^2}\sin 2nt_1\cdot dM_0 - \\
&- x\left(\cos nt_1 - \frac{a^2}{\rho^2}\sin 2nt_1\sin nt_1\right) - y\left(\sin nt_1 + \frac{a^2}{\rho^2}\sin 2nt_1\cos nt_1\right).
\end{aligned}
$$

Setzt man noch $t_2 = t_1 - \frac{1}{2}P$ und

$$
\begin{aligned}
\Delta_1 &= (1-\sigma_1)\frac{\varepsilon^2\sin^2 i}{2f^2}\sin 2nt_1 + \sigma_1\frac{a^2}{2\rho^2}\sin 2nt_1,\\
\Delta_2 &= (1-\lambda\sigma_2)\frac{\varepsilon^2\sin^2 i}{2f^2}\sin 2nt_2 + \lambda\sigma_2\frac{a^2}{2\rho_2}\sin 2nt_2,
\end{aligned}
\tag{45}
$$

so erhält man:

$$
\begin{aligned}
\frac{dI_1}{I_1} &= \sigma_1\frac{da}{a} - \sigma_1\frac{a^2}{2\rho^2}\cos^2 nt_1\sin 2i\cdot di + \\
&+ \Delta_1(dM_0 - 2y) + (2\Delta_1\sin nt_1 - \sigma_1\cos nt_1)x + \\
&+ \{2\Delta_1(1-\cos nt_1) - \sigma_1\sin nt_1\}y - \\
&- (1-\sigma_1)\frac{\cos^2 nt_1}{2f^2}\,d(\varepsilon^2\sin^2 i) + \\
&+ \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_1}\left(1-\frac{I_1}{f}-\frac{\varphi}{\pi}\right)d(\varkappa^2) + \frac{f}{(\lambda+\varkappa^2)I_1}\left(1-\frac{I_1}{f}\right)d\lambda;
\end{aligned}
\tag{46}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{dI_2}{I_2} &= \lambda\sigma_2 \frac{da}{a} - \lambda\sigma_2 \frac{a^2}{2\rho^2} \cos^2 nt_2 \sin 2i\, di + \\
&+ \Delta_1 (dM_0 - 2y) - (2\Delta_2 \sin nt_2 - \lambda\sigma_2 \cos nt_2)\, x + \\
&+ \{2\Delta_2 (1 + \cos nt_2) + \lambda\sigma_2 \sin nt_2\}\, y - \\
&- (1 - \lambda\sigma_2) \frac{\cos^2 nt_2}{2f^2}\, d(\varepsilon^2 \sin^2 i) + \\
&+ \frac{f}{(\lambda + \varkappa^2) I_2} \left(1 - \frac{I_2}{f} - \frac{\lambda\varphi}{\pi}\right) d(\varkappa^2) - \frac{f}{(\lambda + \varkappa^2) I_2} \left(1 - \frac{I_2}{f}\right) \frac{\varkappa^2}{\lambda}\, d\lambda .
\end{aligned} \tag{46}
$$

Wenn die Lichtintensitäten direkt beobachtet sind, so muß man die Abweichungen I (beobachtet) $- I$ (berechnet) ausgleichen; ist aber die Helligkeit in Größen oder Stufen beobachtet, so muß noch die Variation der Größen- oder Stufenzahlen als Variation der Intensität dargestellt werden. Ist I_0 die Lichtintensität des Maximums, G_0 die zugehörige Größenklasse, σ_0 die Stufenzahl, und sind ferner I, G, σ dieselben Größen zur Zeit t, so hat man nach der Pogsonschen Formel, wenn das Größenäquivalent einer Stufe konstant, d. h. $dG/d\sigma = 1/\nu$ ist:

$$
G - G_0 = 2.5 (\log I_0 - \log I) = \frac{\sigma - \sigma_0}{\nu}. \tag{47}
$$

Folglich:

$$
dG = -2.5 M \frac{dI}{I}, \qquad d\sigma = -2.5 M\nu \frac{dI}{I} \qquad (M = \text{Modulus der brigg. Log.}),
$$

oder:

$$
dG = -1.086 \frac{dI}{I}, \qquad d\sigma = -1.086\, \nu \frac{dI}{I}. \tag{48}
$$

c) Wenn nicht die einzelnen Beobachtungen, sondern der Zug der Lichtkurve gegeben ist, so empfiehlt es sich, für die Zeiten t_1 und t_2 gleiche Intervalle vor und nach den Minima zu wählen. Es sind nämlich die Koeffizienten von $dM_0 - 2y$ und y ungerade Funktionen von nt_1 bzw. nt_2, alle übrigen sind gerade Funktionen dieser Größen. Nimmt man also die Differenz und die Summe zweier Fehlergleichungen, die für gleiche Zeiten vor und nach einem Minimum gültig sind, so enthält die erste sich ergebende Gleichung nur $(dM_0 - 2y)$ und y, die zweite die übrigen Unbekannten. Hat man die Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst, so gibt

$$
\Delta\tau = \frac{dM_0 - 2y}{n}
$$

die Zeit, um welche das Hauptminimum in der beobachteten Lichtkurve früher fällt, als ursprünglich angenommen war.

In obiger Behandlungsweise ist zwischen den Elementen keine Bedingung vorausgesetzt, die streng erfüllt werden soll. Bedingungen dieser Art wären z. B., daß die beobachteten Helligkeiten und Epochen der Minima oder die Dauer der Verfinsterungen absolut genau seien. Durch jede solche Bedingung wird die Zahl der Unbekannten um eine verringert.

C. Physikalische Einflüsse.

12. Verbesserungen für Fluterscheinung und Lichtzeit.

a) Da die Bahnexzentrizität Fluterscheinungen und folglich Änderungen in der Gestalt der beiden Himmelskörper verursacht, führt Roberts (*MN* 66 [1906] 123) in die Fehlergleichungen ein periodisches Glied $g \sin(nt_1 + Z)$ ein, wo g und Z noch zu bestimmende Konstanten sind. Dieses Glied gilt als Ausdruck aller übrig bleibenden periodischen Variationen, welche physischen Ursachen zuzuschreiben sind. Setzt man

$$g \sin Z = r, \qquad g \cos Z = s,$$

so wird die Verbesserung:

$$r \cos nt_1 + s \sin nt_1. \tag{49}$$

b) Eine andere Reduktionsgröße, auf welche Roberts (a. a. O.) aufmerksam gemacht hat, ist die für den Unterschied der Zeit, welche das Licht braucht, um von den beiden Körpern zur Erde zu gelangen. Wenn die Verlängerung der Ellipsoide beträchtlich ist, wird die Reduktion sehr verwickelt, weil man die beiden elliptischen Projektionen nicht mehr als ähnlich und gleichgelagert betrachten darf.

Wir werden die Verbesserung für Lichtzeit für den einfachen Fall ableiten, daß $e = 0$, $i = \frac{1}{2}\pi$ und die Körper kugelförmig sind. Es ist ohne weiteres klar, daß dann die scheinbare Helligkeit des Systems nur von der scheinbaren Entfernung ρ der Mittelpunkte der kreisförmigen Scheiben abhängig ist. Es seien:

a_1, a_2 die Halbmesser der Bahnen von E_1 und E_2 um den Schwerpunkt M,

ρ_1, ρ_2 die scheinbaren Abstände vom Schwerpunkt, zur Zeit t von der Erde gesehen,

l_1, l_2, s die Zeit, welche das Licht braucht, um die Halbmesser der Bahnen und die Entfernung M — Sonne zu durchlaufen,

t die Zeit von dem Augenblick an, wo E_2 sich in oberer Konjunktion befindet.

Für die Lichtzeiten haben wir die beiden Formeln:

Abstand E_2 — Sonne, Lichtzeit: $s + l_2 \cos n(t - s)$,

Abstand E_1 — Sonne, Lichtzeit: $s - l_1 \cos n(t - s)$,

beide für das Licht, welches zur Zeit t zur Erde gelangt.

Setzen wir $t - s = t_1$, so ist

$$\rho_1 = a_1 \left|\sin n(t_1 + l_1 \cos nt_1)\right|, \qquad \rho_2 = a_2 \left|\sin n(t_1 - l_2 \cos nt_1)\right|.$$

Da die Größen l_1 und l_2 im allgemeinen gering und $a_1 l_2 = a_2 l_1$ ist, so kann man setzen:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = (a_1 + a_2) \sin n\{t_1 + (l_1 - l_2) \cos nt_1\}.$$

Für unendliche Lichtgeschwindigkeit wäre

$$\rho = (a_1 + a_2) \sin n t_1.$$

Die periodische Reduktion der Beobachtungszeit ist somit

$$(l_1 - l_2) \cos n t_1$$

und die Verbesserung von ${}^e\log I$:

$$\frac{dI}{I} = \frac{1}{I} \cdot \frac{dI}{dt} (l_1 - l_2) \cos n t_1, \tag{50}$$

worin dann die folgenden Größen einzusetzen sind:

$$\text{für das erste Minimum:} \quad \frac{1}{I_1} \cdot \frac{dI_1}{dt} = n \Delta_1,$$

$$\text{für das zweite Minimum:} \quad \frac{1}{I_2} \cdot \frac{dI_2}{dt} = n \Delta_2.$$

Die Ausdrücke für Δ_1 und Δ_2 stehen oben S. 224 in den Gleichungen (45).

13. Einfluß des vom Begleitstern reflektierten Lichtes des Hauptsterns.

Der Begleitstern sei nicht selbstleuchtend; seine Albedo sei μ, sein Halbmesser $\varkappa$. Nach dem Lambertschen Gesetz ist die vom Begleiter in der Richtung nach dem Hauptstern zurückgeworfene Lichtmenge:

$$I_1 = \frac{\mu}{\pi} \iint \frac{I \, ds_1 \, ds_2 \cos v_1 \cos v_2 \cos v_3}{\rho^2}.$$

In dieser Formel bedeutet I die Intensität des Hauptsterns, ds_1 und ds_2 die Oberflächenelemente beider Körper, ρ ihre Entfernung, v_1 und v_2 die Winkel zwischen ihren Normalen und ihrer Verbindungslinie, v_3 den Winkel zwischen den Normalen des beleuchteten Elements und der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Körper.

Ist 2δ der Winkel, unter dem der Hauptstern von ds_2 aus gesehen wird, so kann man, wenn die Entfernung a der Mittelpunkte nicht zu gering ist, schreiben:

$$\int \frac{\cos v_1}{\rho^2} ds_1 = \pi \sin^2 \delta.$$

Setzen wir noch $v_3 = \varphi$, $ds_2 = \varkappa^2 \sin\varphi \, d\varphi \, d\psi$, so wird

$$I_1 = \mu I \varkappa^2 \int d\psi \int \sin^2\delta \cos v_2 \cos\varphi \sin\varphi \, d\varphi \qquad (\psi \text{ von } 0 \text{ bis } 2\pi, \ \varphi \text{ von } 0 \text{ bis } \tfrac{1}{2}\pi),$$

oder nach Einsetzung der Werte:

$$\sin\delta = \frac{1}{\sqrt{a^2 + \varkappa^2 - 2a\varkappa\cos\varphi}}, \qquad \cos v_2 = \frac{a\cos\varphi - \varkappa}{\sqrt{a^2 + \varkappa^2 - 2a\varkappa\cos\varphi}},$$

$$I_1 = I\mu\varkappa^2 \int d\psi \int \frac{\sin\varphi\cos\varphi\,(a\cos\varphi - \varkappa)}{(a^2 + \varkappa^2 - 2a\varkappa\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}} d\varphi \qquad (\psi \text{ von } 0 \text{ bis } 2\pi, \ \varphi \text{ von } 0 \text{ bis } \tfrac{1}{2}\pi)$$

oder

$$I_1 = \tfrac{2}{3}\mu I \pi \frac{(2a^3 + \varkappa^3) - (2a^2 - \varkappa^2)\sqrt{a^2 + \varkappa^2}}{a^2 \varkappa}.$$

Da πI die totale Intensität des Hauptsterns bedeutet, so ist das Verhältnis der beiden Intensitäten:

$$\frac{I_1}{I} = \tfrac{2}{3}\mu \frac{(2a^3 + \varkappa^3) - (2a^2 - \varkappa^2)\sqrt{a^2 + \varkappa^2}}{a^2 \varkappa}. \tag{51}$$

Setzt man $\gamma = \frac{\varkappa}{a}$, so wird $\frac{I_1}{I} = \tfrac{2}{3}\mu(\gamma^2 + \tfrac{3}{4}\gamma^3 + \cdots)$.

14. Die Intensität der verfinsterten Sternscheibe als Funktion des Abstandes vom Mittelpunkt.

Die beiden Himmelskörper seien kugelförmig, der Halbmesser des dunklen Begleitsterns sei $\varkappa$, der des Hauptsterns sei 1. Wenn die Intensität I der Projektion des Hauptsterns eine Funktion $f(r)$ der Entfernung vom Mittelpunkt ist, so wird seine totale Helligkeit ausgedrückt durch

$$I_0 = \int 2\pi r f(r)\, dr \qquad (r \text{ von } 0 \text{ bis } 1).$$

Setzt man die Winkel, unter denen die gemeinschaftliche Sehne zweier Kreise mit Halbmessern r und $\varkappa$ von den Mittelpunkten dieser Kreise gesehen wird, gleich $2\varphi'$ und 2φ, so ist die vom Begleiter verdeckte Lichtmenge:

$$I_1 = \int 2\varphi' r f(r)\, dr \qquad (r \text{ von } \rho - \varkappa \text{ bis } 1).$$

Die Winkel φ und φ' findet man aus den Gleichungen:

$$r \sin\varphi' = \varkappa \sin\varphi, \qquad 2\varkappa\rho\cos\varphi = \rho^2 + \varkappa^2 - r^2,$$
$$r\cos\varphi' + \varkappa\cos\varphi = \rho, \qquad 2r\rho\cos\varphi' = \rho^2 + r^2 - \varkappa^2.$$

Den Untersuchungen Vogels über die Sonne entsprechend setzt Pannekoek (Untersuchungen über den Lichtwechsel Algols [1902] 227):

$$I = 1 - \alpha r^2 - \beta r^4 \tag{52}$$

und gelangt nach Integration zu dem Ergebnis:

$$\begin{aligned} I_1 = {} & (1 - \tfrac{1}{2}\alpha - \tfrac{1}{3}\beta)\varphi' + \\ & + \{1 - \tfrac{1}{2}\alpha(\varkappa^2 + 2\rho^2) - \tfrac{1}{3}\beta(\varkappa^4 + 6\rho^2\varkappa^2 + 3\rho^4)\}\varkappa^2\varphi - \\ & - \{1 - \tfrac{1}{4}\alpha(1 + 5\varkappa^2 + \rho^2) - \tfrac{1}{9}\beta(1 + \rho^2 + 4\varkappa^2 + \rho^4 + \\ & + 19\varkappa^2\rho^2 + 10\varkappa^4)\}\rho\sin\varphi'. \end{aligned} \tag{53}$$

Hierin sind mit φ und φ' die Werte gemeint, die man erhält, wenn in den oben für φ und φ' gegebenen Formeln $r = 1$ gesetzt wird.

15. Einfluß der Atmosphäre des dunklen Begleitsterns bei der Verfinsterung.

Schon J. Wilsing hat in seinem Aufsatz „Über den Lichtwechsel Algols usw." (*AN* 124 [1890] 121) den Einfluß der Absorption in der Atmosphäre des Begleitsterns auf die Verfinsterung abzuschätzen versucht. Dazu nimmt er als erste Näherung an, der Begleiter sei von einem teilweise durchscheinenden Ring um-

geben, der überall nur einen konstanten Teil des eindringenden Lichtes durchlasse. Wie aber Pannekoek (a. a. O. 21) bemerkt, wird die Dichte der Atmosphäre mit der Höhe schnell abnehmen, so daß ein Ring mit gleichmäßiger Absorption nicht einmal als erste Näherung gelten könne.

Pannekoek selbst meint, man brauche in der Berechnung der Helligkeit bei der Verfinsterung eine mit dem Abstand vom Mittelpunkt des Begleitsterns veränderliche Absorption der Lichtstrahlen nicht zu berücksichtigen. Um das zu zeigen, nimmt er in erster Näherung an, daß diese Absorption des Lichtes an der Stelle, wo der Strahl dem Mittelpunkt am nächsten kommt, im Verhältnis zur Dichte stehe. Bekanntlich sei in der Erdatmosphäre das Verhältnis der Dichten in zwei Höhen h_1 und h_2, ausgedrückt in km:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = e^{-1/8 (h_1 - h_2)}.$$

Gesetzt, auf dem Begleitstern sei die Schwerkraft g-mal größer als auf der Erde, so sei dort

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = e^{-g/8 (h_1 - h_2)}. \tag{54}$$

Für $g = 1$, $h_1 - h_2 = 55$ km werde $\rho_1/\rho_2 = 0.001$; werden von einem Lichtstrahl 99.5 % durchgelassen, so würden von einem andern, der dem Mittelpunkt um 55 km näher kommt, nur $0.995^{1000} = 1\%$ durchdringen. Da g im allgemeinen wohl > 1 sei, so spiele sich der Übergang von nahezu vollständiger Absorption bis zu fast vollständiger Durchsichtigkeit innerhalb so enger Grenzen ab, daß der bedeckende Stern tatsächlich als scharf begrenzte Scheibe betrachtet werden dürfe.

Einwandfrei scheint uns diese Beweisführung nicht; denn die Formel (54) gilt nur für eine isothermische Sternatmosphäre von der Dichte der Luft und von der absoluten Temperatur 273°. Da aber der Begleitstern nur relativ dunkel ist, so ist die Temperatur vielmal (p-mal) höher anzusetzen; ist außerdem die (normale) Gasdichte der Sternatmosphäre q-mal geringer als die Dichte der Luft, so muß der Nenner 8 im Exponenten von (54) durch $8pq$ ersetzt werden. Hierdurch kann zwar das Dichtegefälle merklich anders ausfallen, aber dabei bleibt $h_1 - h_2$ wohl immer noch von derselben Größenordnung. Bedenklicher ist die Annahme einer isothermen Atmosphäre. Denn wie Emden (Gaskugeln 399) sagt, müssen wir „berücksichtigen, daß wir beim Emporsteigen auch mit Temperaturabnahme zu rechnen haben, welche die Dichteabnahme nach der Isotherme vermindert. In einer Sonnenatmosphäre aus Wasserstoffgas würde eine Temperaturabnahme von 6.45° auf 100 Meter . . . diese Dichteabnahme aufheben und konstante Dichte erzwingen".

Emden hat versucht, die Größenordnung der Dichte- und Temperaturabnahme in der Sonnenatmosphäre festzustellen, in der Voraussetzung, daß Photosphäre und Atmosphäre nach der Polytrope $n = 5$ gebaut seien. Er findet, daß dann

am Rand der Photosphäre $\varrho_0 = 0.00012$ gramm cent.$^{-3}$ und $T = 24000^0$ ist. Erst in einer Höhe von 2750 km über der Photosphäre sei die Dichte bis auf $0.01\,\varrho_0$ herabgesunken, und noch höher, bei 3750 km, bis auf $0.0001\,\varrho_0$.

Aber auch diese Emdenschen Zahlen sind nicht ohne Vorbehalt annehmbar. Emden hat nämlich bei seiner Rechnung den Strahlungsdruck nicht berücksichtigt, wodurch, wie Julius schon 1906 bemerkte, „das radiale Dichtegefälle jedenfalls kleiner sein muß, als man, auf Grund der Schwerewirkung allein, zu berechnen versucht sein sollte“ (*Versl.* Kon. Akad. Amsterdam 15, 331—333).

Wenn nun auch der Einfluß der Atmosphäre des Begleiters auf die Verfinsterung wahrscheinlich gering sein wird, so fehlen uns doch bis jetzt die zuverlässigen Beobachtungstatsachen, um diesen Einfluß genauer abzuschätzen.

16. Einfluß einer gleichförmigen Drehung der Apsidenlinie auf die Lichtkurve.

Wir setzen voraus, daß die Apsidenlinie sich aus irgend einem Grunde mit konstanter, aber im Vergleich zur mittleren Bahngeschwindigkeit n sehr langsamer Geschwindigkeit ν dreht. Wird die Periastronlänge der relativen Bahn des Sterns, der im Hauptminimum verfinstert wird, mit $\omega = \omega_1 + \nu t$ bezeichnet, und ist ferner τ_1 die Epoche des Periastrondurchgangs, der dem ersten Hauptminimum $t_{1,1}$ unmittelbar vorhergeht, P_a die anomalistische Umlaufszeit, $t_{1,m}$ die Epoche des $m$ten Hauptminimums, und wird schließlich $i = \frac{1}{2}\pi$ gesetzt, so hat man die Formel:

$$t_{1,m} = \tau_1 + m P_a - \frac{P_a}{2\pi}\left\{2\,arc\,\mathrm{tg}\left[\mathrm{tg}\frac{\omega_1 + \nu t_{1,m}}{2}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right] - \right.$$
$$\left. - \sin\varphi \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}\left[\mathrm{tg}\frac{\omega_1 + \nu t_{1,m}}{2}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right]\right\}.$$

Entwickelt man nach Potenzen von e, so erhält man:

$$\left(1 + \frac{\nu}{n}\right) t_{1,m} = \tau_1 - \frac{\omega_1}{n} + m P_a + \frac{P_a}{2\pi}\left\{2e \sin(\omega_1 + \nu t_{1,m}) - \right.$$
$$\left. - \tfrac{3}{4} e^2 \sin 2(\omega_1 + \nu t_{1,m}) + \tfrac{1}{3} e^3 \sin 3(\omega_1 + \nu t_{1,m}) + \cdots\right\}. \tag{55}$$

a) In der ungestörten Bahn ($\omega =$ konst.) war das Zeitintervall zwischen Haupt- und Nebenminimum:

$$t_2 - t_1 = \frac{P}{2\pi}\left\{\pi - 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi) - \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi)\right\}.$$

In der gestörten Bahn wird dieses Zeitintervall, wenn $\omega_{2,m}$ den Wert von ω zur Zeit $t_{2,m}$ des $m$ten Nebenminimums und

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{1,m} = \frac{n a^2 \cos\varphi}{r_{1,m}^2}$$

die Winkelgeschwindigkeit in der Bahn zur Zeit $t_{1,m}$ bedeutet:

$$t_{2,m} - t_{1,m} = \frac{P_a}{2\pi}\Big\{\pi - 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega_{2,m}\,\mathrm{tg}\,\varphi) - \\ - \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega_{2,m}\,\mathrm{tg}\,\varphi)\Big\}\Big(1 - \frac{\nu}{n}\cdot\frac{r_{1,m}^2}{a^2\cos\varphi}\Big),$$

(56)

$$t_{1,m+1} - t_{2,m} = \frac{P_a}{2\pi}\Big\{\pi + 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega_{2,m}\,\mathrm{tg}\,\varphi) + \\ + \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega_{2,m}\,\mathrm{tg}\,\varphi)\Big\}\Big(1 - \frac{\nu}{n}\cdot\frac{r_{1,m+1}^2}{a^2\cos\varphi}\Big).$$

b) Die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Hauptminima ist:

$$t_{1,m+1} - t_{1,m} = P_a\Big(1 - \frac{\nu}{n}\cdot\frac{r_{1,m}^2}{a^2\cos\varphi}\Big) \tag{57}$$

und die mittlere siderische Umlaufszeit:

$$P_s = P_a\Big(1 - \frac{\nu}{n}\Big). \tag{58}$$

Die Differenz θ der beiden Zeitintervalle, in welche das Nebenminimum eine Lichtperiode (von Hauptminimum zu Hauptminimum) teilt, wird ausgedrückt durch

$$\theta = (t_{1,m+1} - t_{2,m}) - (t_{2,m} - t_{1,m}) = \\ = \frac{P_a}{\pi}\Big\{2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega_{2,m}\,\mathrm{tg}\,\varphi) + \sin 2\,arc\,\mathrm{tg}(\sin\omega_{2,m}\,\mathrm{tg}\,\varphi)\Big\}\Big(1 - \frac{\nu}{n}\cdot\frac{r_{1,m}^2}{a^2\cos\varphi}\Big).$$

Vernachlässigt man Glieder von der Ordnung νe^2, so hat man, bis zur zweiten Potenz von e einschließlich genau:

$$\theta = \frac{4P_a}{\pi}e\Big(1 - \frac{\nu}{n}\Big)\sin(\omega_1 + \nu t). \tag{59}$$

Das Maximum von θ (in absolutem Wert) findet statt, wenn $\omega = \pm\frac{1}{2}\pi$ ist. Dann wird

$$|\theta_M| = \frac{P_a}{\pi}(2\varphi + \sin 2\varphi)\Big(1 - \frac{\nu}{n}\cos^3\varphi\Big). \tag{60}$$

c) Auch die Dauer der Finsternis und die Asymmetrie werden sich periodisch ändern. Um dies zu zeigen, ersetze man in den Ausdrücken (29) und (30) sowie in (34) und (35) den Wert ω durch $\omega_1 + \nu t$. Ist die Neigung $i = 90^0$, so werden die Minimalhelligkeiten durch die Drehung der Apsidenlinie nicht beeinflußt; ist aber i beträchtlich von 90^0 verschieden, so werden, da ρ im Minimum zwischen $a(1+e)\cos i$ und $a(1-e)\cos i$ schwankt, auch die Helligkeiten sich periodisch ändern, nämlich:

$$\frac{dI_1}{d\rho} = \frac{2\sin\varphi_1'}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}, \qquad \frac{dI_2}{d\rho} = \frac{2\lambda\sin\varphi_2'}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}.$$

Die Helligkeiten schwanken also zwischen den Grenzen

$$I_{1,0} \pm \frac{2\sin\varphi_0'}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}\,ae\cos i \quad \text{und} \quad I_{2,0} \pm \frac{2\lambda\sin\varphi_0'}{\pi(\lambda + \varkappa^2)}\,ae\cos i, \tag{61}$$

wo $I_{1,0}$, $I_{2,0}$, φ_0' die Mittelwerte von I_1, I_2, φ' bedeuten.

17. Einfluß der Eigenbewegung des Systems in der Gesichtslinie.

Wenn der Veränderliche eine Eigenbewegung in der Gesichtslinie besitzt, so müssen die Zeitintervalle, in denen die Lichterscheinungen einander folgen, dementsprechend geändert werden.

a) Die Radialgeschwindigkeit ζ und die wahre Periode P_w seien konstant. Dann gilt dasselbe von der scheinbaren Lichtperiode P. Bezeichnet V die Lichtgeschwindigkeit, so ist die scheinbare Periode ausgedrückt durch die Formel[1]:

$$P = P_w\left(1 + \frac{\zeta}{V}\right). \tag{62}$$

b) Ist die Geschwindigkeit periodisch veränderlich, so werden auch die Zeiten der Lichtphasen ein sekundäres periodisches Glied enthalten. Betrachten wir den Fall, daß der Veränderliche, gleichviel ob er ein Doppelsystem darstelle oder nicht, sich nach den Keplerschen Gesetzen in einer elliptischen Bahn bewegt. Es sei i die Neigung der Bahn zum Himmelsgewölbe, u der Winkel des Radius-Vektors mit der Knotenlinie um die Epoche des $m$ten Hauptminimums, P die scheinbare Periode des Lichtwechsels (eine konstante Eigenbewegung des Schwerpunktes des Systems mit einbegriffen), so wird der Ausdruck für das $m$te Minimum:

$$t_m = t_0 + mP + \frac{r}{V}\sin u \sin i. \tag{63}$$

Die Werte von r und die von $u = \omega + v$ (ω = Länge des hypothetischen Periastrons vom aufsteigenden Knoten an) findet man aus den Keplerschen Gleichungen, wenn die Elemente der Bahn und die Epoche bekannt sind.

In dem einfachen Falle einer kreisförmigen Bahn wird

$$t_m = t_0 + mP + \frac{a}{V}\sin i \sin(\nu t_m + c), \tag{64}$$

worin ν die konstante Winkelgeschwindigkeit des Veränderlichen bedeutet.

c) Hat der Stern eine veränderliche Radialgeschwindigkeit, so werden auch seine sphärischen Koordinaten am Himmelsgewölbe sich periodisch ändern. Bei sehr kleiner Parallaxe wird diese Änderung unmerklich gering sein. Sind aber außer der veränderlichen Lichtperiode auch die veränderlichen Eigenbewegungen in α und δ gegeben, so kann man die hypothetische Bahn nach Chandler folgenderweise bestimmen:

Der Schwerpunkt des Veränderlichen und der hypothetischen Masse, von der die veränderliche Eigenbewegung verursacht wird, sei der Ursprung rechtwinkliger Koordinaten, deren XZ-Ebene der Stundenkreis ist (X positiv gegen Norden,

[1] Anwendungen dieser Formel auf die wahre Lichtperiode von *Algol* und λ *Tauri* hat Hagen im I. Bd S. 638 und in den *AN* 210 (1920) 217 ff gegeben.

Y positiv in der Richtung der zunehmenden Rektaszension, Z positiv nach außen in den Raum). Die Koordinaten des Veränderlichen sind dann:

$$\begin{aligned} y &= r(\cos u \sin \Omega + \sin u \cos i \cos \Omega) = rk \sin(K+u) \\ &\qquad (\sin \Omega = k \sin K, \quad \cos i \cos \Omega = k \cos K), \\ x &= r(\cos u \cos \Omega - \sin u \cos i \sin \Omega) = rj \sin(I+u) \\ &\qquad (\cos \Omega = j \sin I, \quad -\cos i \sin \Omega = j \cos I), \\ z &= r \sin u \sin i, \end{aligned}$$

und die Variationen der Rektaszension (η), der Deklination (ξ) und der Minimumzeit (ζ) werden:

$$\eta = \pi rk \sin(K+u) \frac{\sec \delta}{15}, \qquad \xi = \pi rj \sin(I+u), \qquad \zeta = 8^{\mathrm{m}}.3\, r \sin i \sin u,$$

worin π die Parallaxe des Sterns bedeutet und r in astronomischen Einheiten ausgedrückt ist. Bezeichnet μ die konstante Eigenbewegung in α, μ' die in δ für den Schwerpunkt des ganzen Systems, α_0, δ_0 die Rektaszension und Deklination für die Zeit t_0, P die mittlere Lichtperiode, t_m die Epoche des $m$ten Minimums, so gelten die Formeln:

$$(65) \qquad \begin{aligned} \alpha_m &= \alpha_0 + \mu(t_m - t_0) + \pi rk \sin(K+u) \frac{\sec \delta}{15}, \\ \delta_m &= \delta_0 + \mu'(t_m - t_0) + \pi rj \sin(I+u), \\ t_m &= t_0 + mP + 8^{\mathrm{m}}.3\, r \sin u \sin i. \end{aligned}$$

Hat man eine provisorische Bahn durch Vergleichung dieser theoretischen Ausdrücke mit den beobachteten Eigenbewegungen und Minimumepochen berechnet, so werden weitere Verbesserungen der Bahnelemente mit Hilfe der üblichen Differentialformeln gesucht.

Vierzehntes Kapitel.

Die Algolveränderlichen.

A. Die Dichte der Algolveränderlichen.

18. Grenzwerte der mittleren Dichte.

Da man aus der Lichtkurve allein die absoluten Dimensionen der Bahn nicht ableiten kann, so ist es auch nicht möglich, die Massen der beiden Sterne eines Doppelsystems zu bestimmen. Es lassen sich aber gewisse Grenzen für die mittlere Dichte des Systems in folgender Weise angeben:

a) Es seien: ξ der Halbmesser des kugelförmigen Hauptsterns, $\varkappa\xi$ der Halbmesser des Begleiters, $a\xi$ die halbe Bahnachse, m, d bzw. m', d' die Massen und mittleren Dichten der beiden Sterne, D die mittlere Dichte des ganzen Systems und n die mittlere Bahngeschwindigkeit. Dann hat man die Gleichungen:

$$n^2 a^3 \xi^3 = k^2(m+m') = \tfrac{4}{3}\pi k^2 (d + \varkappa^3 d')\xi^3,$$

oder weil[1] $d + \varkappa^3 d' = (1 + \varkappa^3) D$ ist:

$$n^2 a^3 = \tfrac{4}{3} \pi k^2 (1 + \varkappa^3) D,$$

woraus folgt:

$$D = \frac{3 n^2}{4 \pi k^2} \cdot \frac{(1 + \varkappa)^3}{1 + \varkappa^3} \cdot \left(\frac{a}{1 + \varkappa}\right)^3. \tag{66}$$

Nun sei 2τ die Dauer der Verfinsterung, und die Bahn sei kreisförmig; dann ist

$$\frac{a}{1 + \varkappa} = (1 - \sin^2 i \cos^2 n\tau)^{-\frac{1}{2}}.$$

Dies in die Formel (66) eingesetzt, gibt

$$D = \frac{3 n^2}{4 \pi k^2} (1 - \sin^2 i \cos^2 n\tau)^{-\frac{3}{2}} \frac{(1 + \varkappa)^3}{1 + \varkappa^3}. \tag{67}$$

b) W. Bellamy war unseres Wissens der erste, der die Dichte einiger Algolsterne berechnet hat (On the Density of Variable Stars: *Science Observer* III [1881] 49). Als Einheit der Dichte nimmt er die Sonnendichte, als Einheit der Zeit den mittleren Sonnentag. So findet er (in unsern Bezeichnungen):

$$D P^2 \frac{1 + \varkappa^3}{a^3} = \text{konst.} = 0.01353.$$

Unter den einfachsten Annahmen über die Gestalt der Körper und der Bahn erhält Bellamy als Dichte für die folgenden fünf Veränderlichen die darunter stehenden Zahlen:

Stern	*β Persei*	*δ Librae*	*S Cancri*	*U Coronae*	*U Cephei*
Dichte	0.094	0.032	0.024	0.095	0.288

19. Maximal- und Minimalwerte der mittleren Dichte (D).

a) Wird die Dichte D als Funktion der beiden unabhängigen veränderlichen Größen i und $\varkappa$ betrachtet, so findet man ihren größten Wert in dieser Weise: Der Faktor $(1 + \varkappa)^3 / (1 + \varkappa^3)$ wächst von 1 bis 4, wenn $\varkappa$ von 0 bis 1 wächst, und nimmt dann wieder ab bis zum Grenzwert 1 bei $\varkappa = \infty$. Das Maximum von D bei gegebener Neigung i ist also:

$$D_M = \frac{3 n^2}{\pi k^2} \left(1 - \sin^2 i \cos^2 n\tau\right)^{-\frac{3}{2}}. \tag{68}$$

Der Faktor $(1 - \sin^2 i \cos^2 n\tau)^{-\frac{3}{2}}$ ist ein Maximum, wenn $i = \frac{1}{2}\pi$; also ist das Maximum von D überhaupt gleich

$$\frac{3 n^2}{\pi k^2 \sin^3 n\tau}. \tag{69}$$

[1] Da $d + \varkappa^3 d' = d \frac{m_1 + m_2}{m_1} = \varkappa^3 d' \frac{m_1 + m_2}{m_2}$, hat man auch:

$$d = \frac{3 n^2 a^3}{4 \pi k^2} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}, \qquad \varkappa^3 d' = \frac{3 n^2 a^3}{4 \pi k^2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \tag{66 a}$$

Nimmt man für D die mittlere Sonnendichte als Einheit, für die Periode P den Tag, so wird:

$$\text{Maximum } D = \frac{0.0537}{P^2 \sin^3 n\tau}.$$

b) Minimum von D, wenn die Minimalhelligkeit I_m gegeben ist.

Der Begleitstern sei verhältnismäßig dunkel, $\varkappa \leq 1$. Der kleinste Wert, den $\varkappa$ haben kann, ist $\sqrt{1 - I_m}$. Daraus folgt:

$$\text{Minimumwert von } \frac{(1+\varkappa)^3}{1+\varkappa^3} = \frac{\{1 + (1 - I_m)^{\frac{1}{2}}\}^3}{1 + (1 - I_m)^{\frac{3}{2}}}.$$

Der Ausdruck $(1 - \sin^2 i \cos^2 n\tau)^{-\frac{3}{2}}$ erreicht gleichzeitig mit i seinen kleinsten Wert. Bei gegebenem I_m wird i den kleinsten Wert haben, wenn $\varkappa$ am größten und zugleich $a = 1 + \varkappa$ ist. Nimmt man mit Mériau (*CR* 122 [1896] 1254) an, daß $\varkappa$ höchstens $= 1$ ist, und setzt weiter $a = 2$, dann ist im Minimum $\rho = 2 \cos i$, und i findet man aus

$$2i - \sin 2i = \pi (1 - I_m). \tag{70}$$

Für diesen Wert von i wird der Faktor $(1 - \sin^2 i \cos^2 n\tau)$ ein Minimum, falls I_m und 2τ gegeben sind. Berechnet man unter diesen Bedingungen die kleinsten Werte von $(1 + \varkappa)^3/(1 + \varkappa^3)$ und i, so erhält man:

I_m	$\varkappa$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{(1+\varkappa)^3}{1+\varkappa^3}$	i	$\sin i$
0	1	1	90°	1
0.5	0.71	0.95	65°.8	0.91
1.0	0	0.25	0°	0

Da bei den Algolvariabeln I_m nur wenig größer oder kleiner als 0.5 ist, so werden sich die Faktoren von $3n^2/\pi k^2$ im Ausdruck für D nur wenig ändern, so daß D tatsächlich vom Maximalwert $3n^2/\pi k^2 \sin^3 n\tau$ wenig verschieden sein wird.

Shapley bemerkt, daß bei den 90 Verfinsterungssystemen, die er berechnet hat, nur ganz ausnahmsweise $i < 60^0$ und $(1 + \varkappa)^3/(1 + \varkappa^3) < 2$ ist. Setzt man diese Werte in die Formel (67) ein, so wird in 95 % aller Fälle

$$D = \frac{0.216}{P^2 (1 + 3 \sin^2 n\tau)} \quad (P \text{ in Tagen}),$$

d. i. ein gut verbürgter Minimalwert der mittleren Dichte.

c) Wenn die Bahn elliptisch ist, hat man zu Anfang und Ende der Verfinsterung:

$$\frac{1+\varkappa}{a} = \frac{1+\varkappa}{r} \cdot \frac{r}{a} = \frac{r}{a} \sqrt{1 - \sin^2 i \cos^2 v}.$$

Beschränken wir uns auf die zwei Grenzfälle, daß das Minimum mit dem Periastron- und Apastrondurchgang zusammenfällt; dann ist, wenn τ_0 die halbe Dauer der Verfinsterung bezeichnet:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Minimum im Periastron:} & n\tau_0 = E - e\sin E \\ \text{Minimum im Apastron:} & n\tau_0 = E - e\sin E - \pi \end{array}\right\} \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}E = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}v\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}.$$

Für den Fall, daß $i = 90^0$ ist, hat man:

$$\text{Minimum im Periastron:}\quad c = \frac{1+\varkappa}{a} = \frac{r}{a}\sin v = \sin E\cos\varphi,$$

$$\text{Minimum im Apastron:}\quad c = \frac{1+\varkappa}{a} = -\frac{r}{a}\sin v = -\sin E\cos\varphi;$$

folglich

$$n\tau_0 = a\,r\,c\sin(c\sec\varphi) \mp c\operatorname{tg}\varphi.$$

Den hieraus sich ergebenden Wert von $(1+\varkappa)/a$ hat man in die Formel (66) zu substituieren und zugleich den Faktor $(1+\varkappa)^3/(1+\varkappa^3)$ durch 4 zu ersetzen, um den Maximalwert von D zu finden, wenn das Lichtminimum mit dem Periastron- bzw. Apastrondurchgang zusammenfällt.

d) „Equal-Mass Densities" nennt Shapley die hypothetischen Dichten $\bar{d}_1$ und $\bar{d}_2$ der beiden Sterne, vorausgesetzt daß sie gleiche Massen haben. Die Formeln (66 a) S. 234 A. 1 ergeben:

$$\bar{d}_1 = \frac{3n^2a^3}{8\pi k^2 r_1{}^3}, \qquad \bar{d}_2 = \frac{3n^2a^3}{8\pi k^2 r_2{}^3} \qquad \left(n = \frac{2\pi}{P}\right).$$

Nimmt man wieder für d die Sonnendichte, für P den Tag als Einheit, so erhält man:

$$\bar{d}_1 = \left(5.29\,P^{\frac{2}{3}}\frac{r_1}{a}\right)^{-3}, \qquad \bar{d}_2 = \left(5.29\,P^{\frac{2}{3}}\frac{r_2}{a}\right)^{-3}.$$

Setzt man auch noch $m_1 = m_2 = m_\odot$, so ist

$$\bar{d}_1 = \frac{r_\odot{}^3}{\bar{r}_1{}^3}, \qquad \bar{d}_2 = \frac{r_\odot{}^3}{\bar{r}_2{}^3}$$

und folglich

$$a = 5.29\,P^{\frac{2}{3}}r_\odot, \qquad \frac{\bar{r}_1}{r_\odot} = 5.29\,P^{\frac{2}{3}}\frac{r_1}{a}, \qquad \frac{\bar{r}_2}{r_\odot} = 5.29\,P^{\frac{2}{3}}\frac{r_2}{a}.$$

e) Die vorausgehenden Entwicklungen können zu einer Abschätzung der Entfernung der Algolsterne verwendet werden. Aus den beiden letzten Formeln lassen sich nämlich die Halbmesser $\bar{r}_1$ und $\bar{r}_2$ der beiden Sterne berechnen, wenn ihre Massen der Sonnenmasse gleich gesetzt werden. Sind die beiden Massen μ-mal größer, so hat man $\bar{r}_1, \bar{r}_2$ durch $\bar{r}_1\mu^{\frac{1}{3}}, \bar{r}_2\mu^{\frac{1}{3}}$ zu ersetzen. Ist die Oberflächenhelligkeit des Hauptsterns gegen die der Sonne (diese als Einheit genommen) gleich I, so ist die Lichtintensität des Sterns $= \bar{r}_1{}^2\mu^{\frac{2}{3}}2.514^{-I} \times$ Lichtintensität der Sonne. Die absolute Helligkeit der Sonne (in der Entfernung von

10 parsec.) ist $4^{M}.75$. Hieraus ergibt sich für die absolute Größenklasse des Hauptsterns:

$$M = I - 5.0 \log r - \tfrac{5}{3} \log \mu + 4.75.$$

Die Werte von I und μ sind unbekannt. Russell hat für verschiedene Spektraltypen die hypothetischen Werte dieser beiden Größen berechnet. Hat man mit ihrer Hilfe die hypothetischen Werte der absoluten Größe gefunden, so erhält man die hypothetische Parallaxe π aus der Formel:

$$2.514^{M-m} = \left(\frac{\pi}{0.1}\right)^2 \quad \text{oder} \quad M - m = 5 + 5 \log \pi,$$

worin m die scheinbare Größe des Hauptsterns bedeutet.

Shapley findet, daß nur bei vier Algolsternen $\pi > 0''.01$ ist, nämlich bei β *Aurigae*, β *Persei*, *R Canis mai.*, *W Ursae mai.*, und daß 22 % mehr als 3000 Lichtjahre von uns entfernt sind, *W Crucis*, *UZ Cygni* und *SS Carinae* vielleicht mehr als 8000 Lichtjahre.

20. Relative Größe der beiden Komponenten eines Algolsystems.

Auf S. 221 fanden wir, daß das Verhältnis $\varkappa$ zwischen dem Halbmesser der hellen Komponente und dem der dunklen kleiner ist als 1, wenn

$$\sqrt{\frac{1-m_1}{m_2}} > \frac{t_0 - t_0'}{t_0 + t_0'} > \sqrt{\frac{1-m_2}{m_1}}.$$

Behalten wir die dortige Bezeichnung bei und setzen näherungsweise $m_2 = 1$, $t_0'/t_0 = \rho$, so wird die Bedingung:

$$\sqrt{1-m_1} > \frac{1-\rho}{1+\rho}.$$

a) Von dieser Formel ausgehend, hat Nijland in seiner Abhandlung „Het Spectrum der Algolvariabelen" (Hemel en Dampkring 1909, Nr 3) die 66 Algolsterne untersucht, die im Verzeichnis der *VJS* (44 [1909] 72) enthalten sind. Für 54 davon fand er die Hauptelemente der Lichtkurve: P, Δm, t_0 und t_0'. Das Ergebnis seiner Untersuchung stellte er tabellarisch folgendermaßen dar:

Amplitude Δm	Anzahl der Sterne	Stillstand des Lichtes im Min.		
		entschieden	nicht klar	nicht vorhanden
$< 0^{M}.8$	10	3	2	5
$> 0^{M}.8$	44	29	8	7
Summe: 54		32	10	12

Wie ersichtlich, ist das stationäre Licht im Minimum vorherrschend. Werden die 10 unklaren Fälle halbiert, so kommen bei 54 Sternen 37 stationäre Minima vor. Noch günstiger wird das Verhältnis ([29 + 4] : 44), wenn man sich auf die Sterne mit Amplitude $> 0^{M}.8$ beschränkt; unter diesen 44 gibt es nur 7 Fälle (*Algol*, *U Coronae bor.*, *Z Draconis*, *RT Persei*, *RZ Cassiopeiae*, *RR Velorum*

und *RS Sagittarii*), in denen ein Stillstand ausgeschlossen ist. Dazu ist noch dreierlei zu bemerken:

1. Die Lichtkurven von *RT Persei*, *RR Velorum* und *RS Sagittarii* sind noch sehr unvollständig bekannt.

2. Graff nimmt auch bei *Z Draconis* und *RZ Cassiopeiae* einen kurzen Stillstand an, der allerdings in Nijlands eigenen Beobachtungen nicht auftritt.

3. Auch bei *Algol* und *U Coronae*, deren Amplitude nur $1^M.1$ und $1^M.2$ beträgt, ist wegen der Größe der Beobachtungsfehler nicht mit Sicherheit zu entscheiden, ob vielleicht noch ein Stillstand im Minimum besteht. Dies gilt um so mehr für die Sterne mit noch flacheren Minima ($\Delta m < 0^M.8$). Mit Nijland darf man hieraus schließen: Ein Stillstand ist in 32 von 54 Fällen fast sicher, in 37 Fällen ist er wahrscheinlich, vielleicht in keinem widerspricht er den Beobachtungen.

Nijland findet nun im Mittel für dreißig Algolsterne:

$$\Delta m = 1^M.90, \quad \text{also} \quad m_1 = \tfrac{1}{6}; \qquad \rho = 0.235;$$
$$\sqrt{1 - m_1} = 0.91; \qquad \frac{1-\rho}{1+\rho} = 0.62.$$

Für den „mittleren" Algolstern ist somit $\varkappa < 1$: die hellere Komponente ist kleiner als die schwächere.

Ist die Verfinsterung fast zentral, so hat man annähernd:

$$\varkappa = \frac{1-\rho}{1+\rho} = 0.62.$$

Anderseits ist $(1 - m_2)/m_1 = \varkappa^2$, folglich muß $m_2 = 1 - \varkappa^2 m_1 = 1 - 0.62^2 \times \frac{1}{6} = 0.936$ sein, was mit einem mittleren sekundären Minimum $\Delta' m = 0^M.07$ übereinstimmt. Ferner ist

$$\lambda = \frac{1-m_2}{1-m_1} = \tfrac{6}{5} \times 0.064 = 0.077.$$

Die Intensitäten der beiden Komponenten verhalten sich also wie $\varkappa^2 : \lambda = 0.38 : 0.077$, und es ist näherungsweise $\varkappa^2/\lambda = 5$.

b) Schon mehrfach ist versucht worden, die Minima einzelner Algolsterne daraus zu erklären, daß eine kleinere hellere Kugel durch eine größere von geringerer Helligkeit vollständig bedeckt werde. Nijland hat zuerst gezeigt, daß diese Erklärung allgemein gilt. Er gibt dafür folgende Begründung:

Die Algolsterne gehören fast ausschließlich zur ersten Spektralklasse Secchis. Allgemein wird angenommen, daß die Temperatur dieser weißen Sterne im Zunehmen begriffen ist. Auf einem kleinen Körper spielen sich die Vorgänge schneller ab als auf einem größeren; nimmt also die Temperatur zu, so wird der kleine Körper heißer und stärker leuchtend als der große, vorausgesetzt daß beide durch Teilung einer einzelnen sich drehenden Gasmasse entstanden sind.

Für Kugeln von ungleicher Größe ist diese Erklärung befriedigend. Wären die Kugeln in Temperaturabnahme begriffen und folglich rotglühend, so wäre die kleinere die dunklere. Eine große helle und eine kleine dunkle Kugel können aber nie Verfinsterungen hervorbringen, die von starker Lichtabnahme begleitet sind, wenn nicht zufällig die Dimensionen der Kugeln sehr wenig, ihre Helligkeiten dagegen sehr stark verschieden sind und die Verdunklung fast genau zentral ist, mithin nur beim Zusammentreffen verschiedener Umstände.

Nijland bemerkt noch, daß für Körper von gemeinschaftlichem Ursprung sich kaum je ein großer Helligkeitsunterschied mit einem kleinen Unterschied der Durchmesser zusammen finden wird. Wächst die Temperatur der Kugeln, sind sie also voraussichtlich weißglühend, so brauchen sie nur sehr verschiedene Durchmesser zu haben, damit ein tiefes Minimum eintreten kann; es würde durch seinen Stillstand noch um so leichter wahrnehmbar. Man kann daher mit Nijland den Satz aufstellen:

Es gibt vielleicht geradesoviel rote wie weiße Algolpaare, aber nur bei den weißen besteht eine hohe Wahrscheinlichkeit, daß Minima deutlich und leicht wahrnehmbar werden.

Bei Kugeln von gleichen Durchmessern sollten nach dieser Auffassung die Aussichten dafür, daß Minima deutlich gesehen werden, unabhängig vom Glühzustande sein. Sind die Kugeln gleich hell und gleich groß, so wird bei zentraler Verfinsterung die Helligkeit um $0^{M}.75$ abnehmen; es wird daher kein stationäres Minimum auftreten. Zu diesem Typus gehören wahrscheinlich die sieben Sterne λ *Tauri*, *U Ophiuchi*, *R Canis mai.*, *Y Cygni*, *RX Herculis*, *SS Carinae* und *SU Centauri*. Fünf von ihnen sind weiß, *R Canis mai.* ist etwas gelblich, von *SS Carinae* ist das Spektrum unbekannt. Die Erwartung aber, daß bei den Sternen dieser Klasse die rote Farbe ebenso wie die weiße vertreten sein sollte, hat sich nicht bestätigt. Indessen ist es noch eine offene Frage, ob man wirklich diese Doppelsysteme als aus zwei gleich großen und gleich hellen Kugeln bestehend ansehen muß, auch wenn die Lichtabnahme im Minimum $0^{M}.75$ beträgt. Außer vielleicht für *Y Cygni* sind die Lichtkurven erst oberflächlich untersucht und folglich noch manche andere Umstände denkbar.

c) An diese Erklärung Nijlands schließt sich die Theorie Emdens über die Entstehung enger Doppelsterne von verschiedener Helligkeit ungezwungen an.

Emden geht von der Annahme aus, daß ein rotierender Gasball sich allmählich in zwei Gaskugeln von gleicher Größenordnung teile, die um ihren gemeinsamen Schwerpunkt kreisen. Diese Gaskugeln werden nach seiner Ansicht „weiter ausstrahlen, ihr Radius wird ab-, ihre Dichte zunehmen; die scharfen hellen Linien des Spektrums werden sich verbreitern, und bei genügender Gasdichte wird das Spektrum kontinuierlich. An Stelle des Nebelflecks tritt allmählich ein Stern, an Stelle des Doppelnebels ein Doppelstern. Standen die beiden Komponenten des letzteren in genügend großer Entfernung,

so verläuft dieser Kontraktionsprozeß bei beiden in annähernd gleichem Tempo und resultiert ein Doppelstern, dessen Komponenten Helligkeit von gleicher Größenordnung besitzen. Es ist aber auch der Fall möglich, daß die Geschwindigkeit dieser Kontraktion für beide Komponenten verschieden ist. Stehen diese nahe genug, so kann ihr gegenseitiger Energieaustausch durch Strahlung von Einfluß sein. Wärmegewinn und Wärmeverlust durch gegenseitige Zustrahlung braucht sich bei beiden Komponenten nicht aufzuheben. Die eine Gaskugel, bei der die Ausstrahlung überwiegt, wird sich rascher kontrahieren, der Kontraktionsprozeß der andern Kugel wird durch die mehr zugestrahlte Wärme gehemmt; die erstere Kugel wird sich rascher erwärmen wie die andere, die bei starker Zustrahlung sich sogar abkühlen kann. Die Temperaturdifferenz beider und der gegenseitige Energieaustausch sind in Zunahme begriffen. Das Resultat ist ein Doppelsternsystem, dessen Komponenten starke Helligkeitsdifferenzen aufweisen, und zwar wird dies namentlich eintreten, wenn die Komponenten sich nahe stehen, wobei in der Regel die Rotationsgeschwindigkeit um den gemeinsamen Schwerpunkt groß sein wird. Der bedeutend dunklere Begleiter verrät sich dann durch die spektroskopisch nachweisbare Geschwindigkeit des Hauptsterns oder dessen periodischen Lichtwechsel".

21. Grenzbeziehungen zwischen mittlerer Dichte (D), Bahnhalbmesser (a) und Lichtperiode (P) bei Algolvariabeln.

Diese Beziehungen hat Stebbins in seiner Abhandlung „The Discovery of Eclipsing Variable Stars" (*ApJ* 34 [1911] 105) besprochen. Wir geben seinen Gedankengang in unsern Bezeichnungen wieder:

Nach (66) S. 234 hat man:

$$D = \frac{3n^2}{4\pi k^2} \cdot \frac{a^3}{1+x^3} = \frac{3\pi}{k^2 P^2} \cdot \frac{a^3}{1+x^3},$$

worin x den Halbmesser des kleineren Begleiters bezeichnet. Nimmt man als Zeiteinheit den mittleren Sonnentag, als Einheit der Dichte die der Sonne, so wird

$$(1) \qquad D = [8.1282] \frac{a^3}{P^2(1+x^3)}.$$

Da immer $a^3 > 1 + x^3$, so ist $D > [8.1282]/P^2$. Setzt man $P = 0^d.116$, so wird $D > 1$; für $P = 3^d.80$ ist $D > 0.00093$, d. h. gleich der Dichte der Luft.

Diese Zahlen gelten für kleine Werte von x. Ist aber $x = 1$, so wird $a^3/(1+x^3) \gtrless 4$, und man erhält die genannten Grenzwerte für $P = 0^d.232$ und $P = 7^d.60$.

Für kurzperiodische Sterne gibt es also eine unterste Grenze der Dichte, die mit dem Nebelzustand gar nicht zu vergleichen ist. In den betrachteten Grenzfällen sind die beiden Komponenten miteinander in Berührung. Nimmt man

a größer, so wird auch die berechnete Dichte größer. Da $1 + \varkappa^3 < 2$, so folgt aus (1):

$$\frac{a^3}{D} < \frac{2\,P^2}{[8.1282]}.$$

Für $D = 1$ findet man:

$P =$	$0^d.25$	$0^d.5$	$1^d.0$	$2^d.0$	$5^d.0$	$10^d.0$
$a <$	2.10	3.34	5.30	8.41	15.5	24.6

Daraus ergibt sich eine zweifache Folgerung: Ein Doppelsystem mit der Umlaufsperiode $P = 0^d.25$ hat entweder eine mittlere Dichte größer als die der Sonne, oder der Bahnhalbmesser ist kleiner als 2.10 × dem Halbmesser des größeren Begleiters; mit andern Worten: kurzperiodische spektroskopische Doppelsterne sind entweder verhältnismäßig dichte oder sehr enge Systeme.

Stebbins hat weiterhin untersucht, mit welcher Wahrscheinlichkeit in den kurzperiodischen Doppelsystemen Verfinsterungen auftreten. Um die Frage an einem bestimmten Beispiel zu behandeln, setzt er $\varkappa = 1$ und die Helligkeit des Satelliten gleich Null. Schon vor ihm hatte Stroobant jene Wahrscheinlichkeit in dem Falle geprüft, daß die Bahn des Systems die Halbachse $a = 8$ und eine Neigung gegen das Himmelsgewölbe hat, bei der eine Lichtabnahme von $0^M.5$ oder mehr erfolgt. Es ergab sich 1 : 7.7. Stebbins wählt als untere Grenze der Lichtabnahme $0^M.10$. Da $\varkappa = 1$ ist, so findet man die Neigung i, welche dieser Lichtabnahme entspricht, aus den Formeln:

$$2\varphi_0 - 2\sin\varphi_0 = \pi(1 - I_0), \qquad I_0 = 2.512^{-0.10} = 0.912, \qquad \cos i = \frac{2\cos\varphi_0}{a}.$$

Auf diese Weise erhält man für $a = 5$ den Wert $\cos i = 0.33$, für $a = 10$ den Wert $\cos i = 0.16$.

Der Wert von $\cos i$ gibt auch die Wahrscheinlichkeit an, daß die Neigung eines Algolsystems zwischen 90^0 und i liegt, wenn man annimmt, daß alle Bahnen im Raum ganz willkürlich gerichtet sind. Der Flächeninhalt der Halbkugelzone, innerhalb welcher einer der beiden Pole der Bahn liegen muß, ist nämlich gleich $\cos i$ × Halbkugel. Für $\varkappa = 1$ und $a = 5$ ist also die Zahl der Bedeckungsveränderlichen ein Drittel, für $a = 10$ ist sie ein Sechstel der Gesamtzahl.

Aus diesen Betrachtungen zieht Stebbins den Schluß: Unter den spektroskopischen Doppelsystemen mit kurzer Periode gibt es eine große Zahl von Verdunklungsveränderlichen, deren Lichtschwankung $0^M.05$ übersteigt, ausgenommen diese Systeme seien entweder als Klasse dichter als die Sonne, oder die schwächeren Begleiter seien viel kleiner als die helleren. Beide Ausnahmen sind unwahrscheinlich, die erstere namentlich wenn man die bekanntlich geringe Dichte der Algolveränderlichen für alle kurzperiodischen spektroskopischen Doppelsysteme, die ja im allgemeinen von dem gleichen Spektraltypus sind, als typisch betrachtet. Die zweite Ausnahme steht

sogar im Widerspruch mit der Tatsache, daß die dunkle Komponente in Algolsystemen meistens die größere ist. Zieht man noch in Betracht, daß die Komponenten in engen Doppelsystemen durch Flutwirkung verlängert sind, so wird die Wahrscheinlichkeit der Verfinsterung noch größer.

Der Stebbinssche Satz fand bald eine auffallende Bestätigung: die zwei ersten kurzperiodischen spektroskopischen Doppelsterne, β *Aurigae* und δ *Orionis*, die er mit seinem Selenphotometer beobachtete, erwiesen sich beide als Algolveränderliche mit Lichtschwankungen von $0^{M}.08$ und $0^{M}.10$.

B. Gestaltveränderungen in Algolsystemen.

Ein Algolsystem kann seine Gestalt in mehrfacher Weise verändern: durch Flutstörung, Abplattung oder Zusammenziehung.

22. Den Einfluß von Flutstörungen auf die Gestalt der Komponenten eines Algolsystems hat Pannekoek in seiner bekannten Dissertation über den Lichtwechsel Algols untersucht. Wir machen mit ihm die folgenden Annahmen:

1. Der Algolstern und sein Begleiter drehen sich in derselben Zeit um ihre Achsen, in der sie ihre Bahn um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt vollenden;

2. die Bahn ist kreisförmig;

3. die Gestalt der Komponenten weicht wenig von der Kugelgestalt ab, so daß die höheren Potenzen der Abweichungen vernachlässigt werden können;

4. nur die Oberflächenschicht ändert ihre Gestalt, während der darunterliegende Kern unverändert kugelförmig bleibt; Kern und Schicht können verschiedene Dichten haben;

5. die ganze Masse des Begleiters wird in dessen Mittelpunkt vereinigt gedacht.

Die Gleichung der Oberfläche eines Algolsterns sei:

$$r = R(1 + \Sigma \alpha_n Y_n), \tag{71}$$

wo r der Radius-Vektor eines Oberflächenpunktes, R der Halbmesser des Sterns und die Y_n Kugelfunktionen mit Argumenten ϑ und φ sind. Der Winkel ϑ wird vom Rotationspol ab gezählt, die Länge φ in der Äquatorebene von der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte aus.

Die Gestalt der Oberfläche wird bestimmt durch die Bedingung, daß das Oberflächenpotential einen konstanten Wert hat. Dieses Potential zerlegt sich in vier Teile: die zwei ersten rühren von Kern und Oberflächenschicht des Sterns her, der dritte vom Begleiter, der vierte von der Rotation. Jedes einzelne Glied wird in eine Reihe nach Kugelfunktionen entwickelt, die Summe aller Glieder soll konstant sein. Das ist nur möglich, wenn in dieser Summe die Koeffizienten der einzelnen voneinander unabhängigen Kugelfunktionen alle verschwinden. Da diese Koeffizienten die α_n enthalten, so hat man die nötigen Gleichungen zur

Bestimmung der Unbekannten α_n als Funktionen der Ausdehnungen, der Dichte- und Massenverhältnisse usw. des Algolsystems.

a) Pannekoek beschränkte die Durchführung der Rechnung auf die Glieder dritter Ordnung einschließlich. Dadurch erhielt die Gleichung der Oberfläche die Gestalt:

$$\frac{r}{R} - 1 = \tfrac{1}{2}\alpha_2(3\cos^2\theta - 1) + 3\alpha_{22}\sin^2\theta\cos 2\varphi + \\ + \tfrac{3}{2}\alpha_{31}(5\cos^2\theta - 1)\sin\theta\cos\varphi + 15\alpha_{33}\sin^3\theta\cos 3\varphi. \tag{72}$$

Das erste Glied liefert die Abplattung; die Differenz zwischen Polar- und mittlerem Äquatorialhalbmesser ist nämlich $-\frac{3}{2}\alpha_2$. Das zweite Glied gibt die symmetrische Verlängerung in der Richtung des Begleiters; die Differenz zwischen der größten und kleinsten Halbachse des Äquators ist $+ 6\alpha_{22}$. Die zwei letzten Glieder enthalten die asymmetrische Gestaltveränderung, als deren Maß man die Differenz zwischen den dem Begleiter zugewandten und den von ihm abgewandten Radien betrachten kann; diese Differenz hat den Wert $-3\alpha_{31} + 30\alpha_{33}$. Durch die zwei ersten Glieder allein wird ein dreiachsiges Ellipsoid dargestellt.

b) In Anbetracht der rohen Annäherung, mit der man sich bei diesen Veränderlichen zufrieden geben muß, werden wir uns auf die Ableitung der Glieder zweiter Ordnung beschränken. Wir setzen also voraus, daß der ursprünglich kugelförmige Hauptstern vom Radius R zu einem Ellipsoid umgestaltet werde, dessen Achsen seien:

$$R(1+\varepsilon_1), \quad R(1+\varepsilon_2), \quad R(1+\varepsilon_3); \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0.$$

Die erste Achse ist nach dem Begleiter hin gerichtet (X-Achse), die dritte (Z-Achse) ist die Polarachse, die zweite (Y-Achse) steht senkrecht zu beiden.

Bedeuten λ, μ, ν die Richtungskoeffizienten des Radius-Vektors eines beliebigen Punktes an der Oberfläche, bezogen auf die Achsen des Ellipsoids, so ist die Gleichung der Oberfläche:

$$\frac{r}{R} - 1 = \varepsilon_1\lambda^2 + \varepsilon_2\mu^2 + \varepsilon_3\nu^2; \quad \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1.$$

Die mittlere Dichte des ganzen Körpers sei ρ_1, die der deformierten Schicht $\rho_1\sigma$. Wir setzen voraus, die Dichte des nichtdeformierten Teiles sei eine Funktion des Radius-Vektors.

Das Potential in einem Punkte $(r;\ \lambda,\ \mu,\ \nu)$ der Oberfläche des Ellipsoids wäre, wenn das ganze Ellipsoid die Dichte $\rho_1\sigma$ hätte:

$$V_1 = \tfrac{4}{3}\pi\rho_1\sigma k^2 R^2\{1 - \tfrac{2}{5}(\varepsilon_1\lambda^2 + \varepsilon_2\mu^2 + \varepsilon_3\nu^2)\}. \tag{73}$$

Das Potential einer Kugel mit dem Radius R und der mittleren Dichte $\rho_1(1-\sigma)$ ist in demselben Punkte:

$$V_2 = \tfrac{4}{3}\pi\rho_1(1-\sigma)k^2R^2\{1 - (\varepsilon_1\lambda^2 + \varepsilon_2\mu^2 + \varepsilon_3\nu^2)\}. \tag{74}$$

Folglich ist das „Selbstpotential" der deformierten Kugel an der Oberfläche:

$$V = V_1 + V_2 = k^2 \frac{m_1}{R}\{1 - (1 - \tfrac{3}{5}\sigma)(\varepsilon_1\lambda^2 + \varepsilon_2\mu^2 + \varepsilon_3\nu^2)\},$$

worin $m_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_1$ = Masse der hellen Komponente.

Das durch den Satelliten verursachte Potential ist durch die Gleichung gegeben:

$$(75) \qquad V_3 = k^2 \frac{m_2}{\sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\lambda}} = k^2 \frac{m_2}{a}\left\{1 + \frac{r}{a}\lambda + \tfrac{1}{2}\frac{r^2}{a^2}(3\lambda^2 - 1) \cdots\right\}.$$

Darin bezeichnet m_2 die Masse des Satelliten und a den Abstand der Mittelpunkte der beiden Komponenten.

Das Potential der Umdrehung ist $\frac{1}{2}n^2 l^2$, wo l die Entfernung des betrachteten Punktes von der Umdrehungsachse ist, die durch den gemeinschaftlichen Schwerpunkt geht. Ist a_1 die Entfernung des Mittelpunktes des Hauptsterns von dieser Achse, so hat man:

$$l^2 = a_1^2 + r^2(1 - \nu^2) - 2a_1 r\lambda.$$

Substituiert man

$$n^2 = k^2 \frac{m_1 + m_2}{a^3}, \qquad a_1 = a\frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

so wird

$$(76) \qquad V_4 = k^2 \frac{m_1 + m_2}{a} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{a^2}(1 - \nu^2) - k^2 \frac{m_2}{a} \cdot \frac{r}{a}\lambda + \text{konst.},$$

und wenn man noch r durch R, m_2/m_1 durch τ ersetzt:

$$V_3 + V_4 = k^2 \frac{m_1 R^2}{2a^3}\left\{3\tau\lambda^2 - (1 + \tau)\nu^2\right\} + \text{konst.}$$

Damit also das Potential an der Oberfläche konstant sei, muß die Gleichung

$$(77) \qquad (1 - \tfrac{3}{5}\sigma)(\varepsilon_1\lambda^2 + \varepsilon_2\mu^2 + \varepsilon_3\nu^2) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{R}{a}\right)^3\left\{3\tau\lambda^2 - (1 + \tau)\nu^2\right\} + \text{konst.}$$

unter den Bedingungen

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0, \qquad \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1$$

identisch erfüllt sein. Hieraus ergibt sich schließlich:

$$(1 - \tfrac{3}{5}\sigma)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \tfrac{3}{2}\left(\frac{R}{a}\right)^3\tau, \qquad (1 - \tfrac{3}{5}\sigma)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{R}{a}\right)^3(1 + \tau),$$

$$(78) \qquad \varepsilon_1 = \tfrac{5}{6}\left(\frac{R}{a}\right)^3 \cdot \frac{1 + 7\tau}{5 - 3\sigma}, \qquad \varepsilon_2 = \tfrac{5}{6}\left(\frac{R}{a}\right)^3 \cdot \frac{1 - 2\tau}{5 - 3\sigma}, \qquad \varepsilon_3 = -\tfrac{5}{6}\left(\frac{R}{a}\right)^3 \cdot \frac{2 + 5\tau}{5 - 3\sigma}.$$

c) Infolge der Gestaltveränderung wird der Hauptstern, auch unabhängig von der Verfinsterung, eine Lichtschwankung zeigen. Diese wird, wenn $i = 90^0$, durch die Formel dargestellt:

$$I = I_0\sqrt{1 - \varepsilon^2\cos^2 nt}.$$

Hier ist $\varepsilon^2 = \frac{(1+\varepsilon_1)^2 - (1+\varepsilon_2^2)}{(1+\varepsilon_1)^2} = 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \cdots$ Für das Lichtminimum hat man sonach:

$$I_m = I_0\{1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\cdots\},$$

und für die Amplitude der Schwankung in Größenklassen:

$$(79) \qquad G_0 - G_m = -2.5\log\{1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\cdots\} = 1.086(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\cdots$$

23. Die in den Formeln (78) enthaltene Gestaltveränderung des Hauptsterns läßt sich in zwei Teile zerlegen, in eine Verlängerung in der Richtung der X-Achse infolge der Anziehung des Begleiters und eine polare Abplattung infolge der Umdrehung um die Z-Achse.

a) Durch die Anziehung des Begleitsterns allein würde das Potential an der Oberfläche des Hauptkörpers:

$$V = k^2\frac{m_1}{R}\left\{1 - (1 - \tfrac{3}{5}\sigma)(\varepsilon_1'\lambda^2 + \varepsilon_2'\mu^2 + \varepsilon_3'\nu^2) + \cdots\right\} + \\ + k^2\frac{m_2}{a}\left\{1 + \tfrac{1}{2}\frac{r^2}{a^2}(3\lambda^2 - 1) + \cdots\right\}.$$

ε_1', ε_2', ε_3' bedeuten die Koeffizienten dieser teilweisen Deformation. Offenbar ist hier

$$\varepsilon_2' = \varepsilon_3' = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_1'.$$

Die Bedingung, daß das Potential an der Oberfläche konstant ist, wird also, wenn man noch r im zweiten Gliede durch R ersetzt:

$$V = k^2\frac{m_1}{R}\left\{1 - \tfrac{1}{2}\varepsilon_1'(1 - \tfrac{3}{5}\sigma)(3\lambda^2 - 1) + \cdots\right\} + \\ + k^2\frac{m_2}{a}\left\{1 + \tfrac{1}{2}\frac{R^2}{a^2}(3\lambda^2 - 1) + \cdots\right\} = \text{konst.}$$

Folglich

$$\varepsilon_1' = \frac{1}{1 - \frac{3}{5}\sigma}\tau\left(\frac{R}{a}\right)^3.$$

b) Der andere Teil der Gestaltveränderung ist die polare Abplattung. Bei ihrer Berechnung setzen wir voraus, daß die Perioden der Achsendrehung und der Bahnbewegung zusammenfallen. Hier ist

$$\varepsilon_1'' = \varepsilon_2'' = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_3'', \qquad \varepsilon_1'' = \varepsilon_1 - \varepsilon_1' = \frac{1+\tau}{6}\cdot\frac{1}{1 - \frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3 \quad \text{usw.}$$

Man hat also folgende Übersicht der beiden Wirkungen:

a) Verlängerung	b) Abplattung
$\varepsilon_1' = \tau\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3$	$\varepsilon_1'' = \frac{1+\tau}{6}\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3$
$\varepsilon_2' = -\frac{\tau}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3$	$\varepsilon_2'' = \frac{1+\tau}{6}\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3$
$\varepsilon_3' = -\frac{\tau}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3$	$\varepsilon_3'' = -\frac{1+\tau}{3}\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma}\cdot\left(\frac{R}{a}\right)^3$

24. Die in Nr 22 berechnete Gestaltveränderung eines Algolsystems hat die Umdrehung der Apsidenlinie und diese wieder eine periodische Schwankung der Minimumepochen zur Folge.

a) Das Potential des Ellipsoids in einem äußeren Punkte $(r;\ \lambda, \mu, \nu)$ wäre, wenn das ganze Ellipsoid die Dichte $\rho_1 \sigma$ hätte:

$$V' = k^2 \frac{m_1 \sigma}{r}\left\{1 + \tfrac{3}{5}\frac{R^2}{r^2}(\varepsilon_1 \lambda^2 + \varepsilon_2 \mu^2 + \varepsilon_3 \nu^2)\right\} \qquad (m_1 = \tfrac{4}{3}\pi \rho_1 R^3).$$

Das Potential einer Kugel mit der Dichte $(1 - \sigma)\rho_1$ ist in demselben Punkte:

$$V'' = k^2 \frac{m_1}{r}(1 - \sigma).$$

Also ist das Potential des veränderten Algolkörpers, wenn wir die Störungsfunktion mit Ω bezeichnen:

$$V = k^2 \frac{m_1}{r} + \tfrac{3}{5} k^2 m_1 \sigma \frac{R^2}{r^3}(\varepsilon_1 \lambda^2 + \varepsilon_2 \mu^2 + \varepsilon_3 \nu^2) = k^2 \frac{m_1}{r} + \Omega. \tag{80}$$

Weiterhin nehmen wir an, daß man den Satelliten durch seine im Mittelpunkt vereinigte Masse m_2 ersetzen kann, und daß dieser Mittelpunkt sich in der Ebene des Äquators bewegt; wir setzen also

$$\lambda = \cos\varphi, \qquad \mu = \sin\varphi, \qquad \nu = 0.$$

Wenn u die Länge in der Bahn bedeutet, so hat man die bekannten Gleichungen:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{du}{dt}\right)^2 + k^2 \frac{m_1 + m_2}{r^2} = \frac{d\Omega}{dr}, \qquad \frac{1}{r} \cdot \frac{d(r^2 du/dt)}{dt} = \frac{1}{r} \cdot \frac{d\Omega}{du}, \tag{81}$$

worin zu setzen ist:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega}{dr} &= -\tfrac{3}{5} k^2 m_1 \sigma \frac{R^2}{r^4}(\varepsilon_1 \cos^2\varphi + \varepsilon_2 \sin^2\varphi), \\ \frac{d\Omega}{du} &= -\tfrac{3}{5} k^2 m_1 \sigma \frac{R^2}{r^4}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\varphi \frac{d\varphi}{du}. \end{aligned} \tag{82}$$

Die Glieder, die von der Ordnung der zweiten Potenz der störenden Kräfte sind, sowie auch die, in welchen die störende Kraft mit der zweiten Potenz der Exzentrizität der Bahn multipliziert ist, sollen vernachlässigt werden; desgleichen bleiben die kleineren periodischen Gestaltänderungen, die der helle Stern durch die Annäherung und Entfernung des Satelliten in seiner schwach elliptischen Bahn erleidet, außer Betracht.

Bedeutet n die konstante Winkelgeschwindigkeit des Algolsterns bei dessen Drehung um seine Achse und φ den Unterschied der Länge zwischen dem Satelliten und der Hauptachse $R(1 + \varepsilon_1)$ des Ellipsoids, so hat man die Beziehung: $\varphi = u - nt$. In der ungestörten elliptischen Bewegung wäre $\varphi = 2e \sin nt + \cdots$ Ebenso ist in der gestörten Bewegung φ von der Größenordnung der Exzentrizität und der störenden Kräfte. Dasselbe gilt von $d\varphi/du$. Bei dem angenommenen Grad der Annäherung können wir deshalb setzen:

$$\frac{d\,\Omega}{d\,r} = -\tfrac{9}{5}\,k^2 m_1 \sigma \frac{R^2}{r^4}\,\varepsilon_1, \qquad \frac{d\,\Omega}{d\,u} = 0.$$

Also ist

$$\frac{d(r^2\,du/dt)}{dt} = 0, \qquad r^2\frac{du}{dt} = \text{konst.} = k\sqrt{m_1 + m_2}\cdot\sqrt{p}.$$

Substituiert man diese Werte in die Gleichung (81) und führt u statt t ein und statt r eine Hilfsgröße ρ, die durch $r = p/(1+\rho)$ definiert ist, so wird

$$\frac{d^2\rho}{d\,u^2} + \rho = \tfrac{9}{5}\cdot\frac{\sigma}{1+\tau}\cdot\frac{R^2}{p^2}\,\varepsilon_1(1+\rho)^2 = \Delta(1+\rho)^2,$$

oder mit Vernachlässigung von Gliedern der Ordnung $\rho^2\Delta^2$:

$$\frac{d^2(\rho-\Delta)}{d\,u^2} + (\rho-\Delta)(1-2\Delta) = 0.$$

Folglich

$$\rho - \Delta = \eta\cos\{(1-\Delta)\,u - H\}. \tag{83}$$

Es ist also die Umdrehungsgeschwindigkeit der Apsidenlinie ausgedrückt durch

$$\nu = \Delta n = \tfrac{9}{5}\cdot\frac{\sigma}{1+\tau}\cdot\frac{R^2}{p^2}\,\varepsilon_1 n. \tag{84}$$

b) Vergleichen wir dieses Ergebnis mit der Umdrehungsgeschwindigkeit, welche Tisserand unter der Bedingung berechnet hat, daß der Hauptstern ein schwach abgeplattetes homogenes Sphäroid sei. Die durch die Anziehung des Begleiters verursachte Verlängerung wird somit außer Betracht gelassen und $\sigma = 1$ gesetzt. In diesem Falle wird

$$\nu'' = n\,(\alpha - \tfrac{1}{2}\chi)\cdot\frac{1}{1+\tau}\cdot\frac{R^2}{a^2}, \tag{85}$$

worin α die Abplattung und χ das Verhältnis der Zentrifugalkraft zur Schwerkraft am Äquator bedeutet.

Vernachlässigt man die zweite Potenz der Abplattung, so ist $\chi = \frac{4}{5}\alpha$ (Tisserand, Méc. cél. II 90), und es wird

$$\nu'' = \tfrac{3}{5}\cdot\frac{1}{1+\tau}\cdot\frac{R^2}{a^2}\,\alpha n. \tag{86}$$

Da hier $\alpha = \varepsilon_1'' - \varepsilon_3'' = \frac{5}{4}(1+\tau)\frac{R^3}{a^3}$, so ist

$$\nu'' = \tfrac{3}{4}\cdot\frac{R^5}{a^5}\,n.$$

Dagegen ergibt sich nach (84) und (78), wenn man $\sigma = 1$ und $p = a$ setzt:

$$\nu = \tfrac{3}{4}\cdot\frac{1+7\tau}{1+\tau}\cdot\frac{R^5}{a^5}\,n,$$

und die durch die Verlängerung allein verursachte Umdrehungsgeschwindigkeit ν' ist folglich:

$$\nu' = \nu - \nu'' = \tfrac{9}{2}\cdot\frac{\tau}{1+\tau}\cdot\frac{R^5}{a^5}\,n.$$

Diese Größe ist, wenn τ nicht viel von 1 verschieden ist, von derselben Ordnung wie das Tisserandsche Glied ν'' und darf deshalb (wie schon Pannekoek a. a. O. 41 bemerkt) nicht vernachlässigt werden.

c) Aus a) ergibt sich die Schlußfolgerung: Wenn die Epoche des Hauptminimums eines Algolsterns in der Form

$$t_m = mP + a_0 \sin(m a_1 + H)$$

gegeben ist, so muß diese Gleichung unter der Voraussetzung, daß die Umdrehung der Apsidenlinie das Sinusglied verursacht, identisch sein mit

$$t_m = mP + \frac{P}{\pi}\eta \sin(\omega_0 + m\nu P).$$

Aus dem Vergleich ergeben sich die Koeffizienten:

$$(87) \qquad a_0 = \frac{P}{\pi}\eta, \qquad a_1 = \nu P = \Delta n P = 2\pi\Delta = \tfrac{18}{5} \cdot \frac{\sigma}{1+\tau} \cdot \frac{R^2}{p^2} \cdot \pi\varepsilon_1.$$

25. Eine Zusammenschrumpfung des Hauptsterns kann nach Pannekoek (a. a. O. 51) eine säkulare Änderung der Lichtperiode zur Folge haben. Ist nämlich h das konstante Bewegungsmoment des Systems, n die Winkelgeschwindigkeit von Achsendrehung und Umlauf in der kreisförmigen Bahn, c_1 und c_2 die Trägheitsmomente von Hauptstern und Satellit, so hat man die Gleichung:

$$(88) \qquad h = (c_1 + c_2) n + k^2 m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-\frac{1}{3}} n^{-\frac{1}{3}},$$

oder wenn man $n^{-\frac{1}{3}} = x$ und $k^2 m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-\frac{1}{3}} = K$ setzt:

$$h = (c_1 + c_2) x^{-3} + Kx, \qquad c_1 = hx^3 - Kx^4 - c_2.$$

Nun sei c_1 veränderlich abnehmend infolge der Schrumpfung des Hauptsterns und c_2 konstant; dann ist

$$\frac{dc_1}{dt} = (3h - 4Kx) x^2 \frac{dx}{dt}.$$

Da dc_1/dt negativ ist, wird x ab- oder zunehmen, je nachdem $3h - 4Kx$ positiv oder negativ ist. Weil aber

$$3h - 4Kx = 3(c_1 + c_2) n - Kx,$$

so wird x ab- oder zunehmen, je nachdem das gesamte Rotationsmoment größer oder kleiner ist als ein Drittel des Moments der Bahnbewegung. Dies ist aber auch das Kriterium der Stabilität für ein System, in welchem Umlaufs- und Umdrehungszeit einander gleich sind, und zwar in dem Sinne, daß im ersteren Falle das System stabil, im zweiten labil ist. Nimmt man also an, das System befinde sich nahe dem stabilen Zustand, so muß $\omega^{-\frac{1}{3}}$ zunehmen, folglich die Periode sich verlängern.

Werden beide Sterne als homogen angenommen, und wird der Radius des Hauptsterns gleich 1, der des Satelliten gleich $\varkappa$ gesetzt, so findet man für den Quotienten $3(c_1 + c_2)n/Kx$ den genäherten Ausdruck:

$$(89) \qquad \frac{3(c_1 + c_2)n}{Kx} = \frac{6}{5} \cdot \frac{m_1 + m_2 \varkappa^2}{a^2 m_1 m_2 : (m_1 + m_2)} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{a^2} \cdot \left\{ 1 + \frac{m_1}{m_2} + \varkappa^2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right\}.$$

Fünfzehntes Kapitel.

Die kosmogonische Entwicklung der Sternsysteme.

A. Die mathematische Theorie der Gleichgewichtsfiguren.

26. Rotationsellipsoide. Wir setzen eine homogene Flüssigkeitsmasse voraus, deren Teilchen sich gegenseitig nach dem Newtonschen Gesetz anziehen. Wenn die Masse nicht rotiert, so ist ihre stabile Gleichgewichtsform eine Kugel; wird sie aber in langsame Umdrehung versetzt, so nimmt sie die Sphäroidform an. Ist ω die Umdrehungsgeschwindigkeit, σ die Dichte, e die Exzentrizität eines Meridianschnittes, k^2 die Gravitationskonstante, so besteht bekanntlich zwischen e und $\omega^2/2\pi k^2 \sigma$ die Beziehung:

$$(90) \qquad \frac{\omega^2}{2\pi k^2 \sigma} = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{3 + \lambda^2}{\lambda} \operatorname{arctg} \lambda - 3 \right) \qquad \left(\lambda = \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} \right).$$

Bezeichnet M die Masse, μ das Rotationsmoment der rotierenden Flüssigkeit, c die halbe kurze Achse des Sphäroids, so ist

$$M = \tfrac{4}{3} \pi c^3 (1 + \lambda^2) \sigma, \qquad \mu = \tfrac{2}{5} M c^2 (1 + \lambda^2) \omega.$$

Drückt man mit Hilfe dieser Gleichungen ω als Funktion von λ, M, μ, σ aus und setzt den gefundenen Wert in (90) ein, so erhält man:

$$(91) \qquad \frac{25 (\frac{4}{3} \pi)^{1/3} \mu^2}{6 k^2 M^{10/3}} \sigma^{1/3} = \frac{(1 + \lambda^2)^{2/3}}{\lambda^2} \left(\frac{3 + \lambda^2}{\lambda} \operatorname{arctg} \lambda - 3 \right).$$

Jedem Wert der linken Seite entspricht ein einziger reeller Wert von λ. Wenn also M konstant ist, so hängt die Gleichgewichtsform einzig vom Produkt $\mu^2 \sigma^{1/3}$ ab. Gesetzt, man habe zwei homogene Massen mit denselben Anfangsgrößen μ_0 und σ_0; bei der einen soll μ allmählich zunehmen, während σ $(= \sigma_0)$ konstant bleibt, bei der zweiten lasse man μ $(= \mu_0)$ konstant, und σ soll wachsen. Die beiden Massen werden gleichzeitig ähnliche Gleichgewichtsfiguren durchlaufen, wenn zu jeder Zeit

$$(92) \qquad (\mu^2 \sigma_0^{1/3})_1 = (\mu_0^2 \sigma^{1/3})_2.$$

Statt der sphäroidischen Gleichgewichtsfiguren einer Masse von konstanter Dichte σ_0 und wachsendem Umdrehungsmoment μ kann man daher ebensogut die Gleichgewichtsfiguren unter der Voraussetzung betrachten, daß das Rotations-

moment konstant bleibt, während die Masse inkompressibel und im Anfang überall von gleicher Temperatur und Dichte ist und die Abkühlung durch die ganze Masse gleichmäßig erfolgt, mithin die Masse auch späterhin bei wachsender Dichte homogen bleibt (vgl. Schwarzschild, Die Poincarésche Theorie des Gleichgewichts einer homogenen rotierenden Flüssigkeitsmasse § 7). Diesen letzteren Fall setzen wir hier voraus.

Während das linke Glied von (91), das wir $= q$ setzen, bei allmählicher Zunahme der Dichte wächst, durchläuft der Körper die sphäroidischen Gleichgewichtsfiguren von Maclaurin, bis

$$(93) \qquad q = 0.3844, \quad \lambda = 1.3946, \quad \frac{\omega^2}{2\pi k^2 \sigma} = 0.18712$$

wird und das Achsenverhältnis den Wert annimmt:

$$(94) \qquad \frac{b}{c} = \frac{a}{c} = 1.7160.$$

27. Dreiachsige Ellipsoide. Wenn q den Wert 0.3844 übersteigt, so kann die Gleichgewichtsfigur nicht mehr sphäroidisch sein, sie geht in das dreiachsige Ellipsoid von Jacobi über[1]. Die Achsen dieses Ellipsoids seien a, b, c; ferner sei

$$b^2 = c^2(1+\lambda^2), \qquad a^2 = c^2(1+\lambda'^2).$$

Dann werden Masse und Umdrehungsmoment ausgedrückt durch

$$M = \tfrac{4}{3}\pi c^3 \sqrt{1+\lambda^2}\sqrt{1+\lambda'^2}\cdot\sigma, \qquad \mu = \tfrac{1}{5}Mc^2(2+\lambda^2+\lambda'^2)\,\omega,$$

und das dreiachsige Ellipsoid ist bestimmt durch die Gleichungen:

$$(95) \qquad \begin{aligned} 0 &= \int \frac{u^2(1-u^2)(1-\lambda^2\lambda'^2u^2)}{(1+\lambda^2u^2)^{2/3}(1+\lambda'^2u^2)^{2/3}}\,du \quad (u \text{ von } 0 \text{ bis } 1), \\ \frac{25\,(\frac{4}{3}\pi)^{1/3}\mu^2}{3k^2M^{7/3}}\sigma^{1/3} &= \frac{(2+\lambda^2+\lambda'^2)}{(1+\lambda^2)^{1/6}(1+\lambda'^2)^{1/6}}\int \frac{u^2(1-u^2)\,du}{(1+\lambda^2u^2)^{3/2}(1+\lambda'^2u^2)^{3/2}} \quad (u \text{ von } 0 \text{ bis } 1). \end{aligned}$$

Nachdem die Größe $\omega^2/2\pi k^2\sigma$ ihr Maximum 0.18712 überschritten hat, nimmt sie ab, bis sie die Zahl 0.14200 erreicht; dann ist $q = 0.9719$.

In der nachstehenden Tabelle findet sich für einige Werte von $\omega^2/2\pi k^2\sigma$ das Achsenverhältnis der zugehörigen Jacobischen Ellipsoide (nach Darwin):

[1] Von diesem Übergang sagt Schwarzschild: „Ohne jeden Stoß hat sie [die Masse] natürlich keinen Grund, die Rotationsform zu verlassen, und dieser Umstand ist es, welcher Jacobi und vielen andern das Auftreten dieser nicht-rotatorischen Gleichgewichtsfiguren so merkwürdig erscheinen ließ, weil es zunächst dem Satz vom zureichenden Grund zu widersprechen scheint, daß eine Rotationsfigur, deren Meridiane alle gleichberechtigt sind, jemals die Rotationsform verlieren sollte. In der Tat muß eine kleine Unregelmäßigkeit, wie sie in der Natur immer vorhanden ist, hinzukommen, um das Verlassen der Rotationsform herbeizuführen, und dabei bleibt es noch der Natur dieser Unregelmäßigkeit, oder wie man von nicht näher bekannten Ursachen zu sagen pflegt, dem Zufall überlassen, welche Stelle des Äquators sich zum Scheitel der großen Achse des Jacobischen Ellipsoids ausbildet“ (S. 296).

$\omega^2 / 2\pi k^2 \sigma$	b/c	a/c	b/a
0.18712	1.7160	1.7160	1.0000
0.18706	1.692	1.745	0.9696
0 186	1.614	1.838	0.8781
0.1812	1.5116	1.9998	0.7576
0.1659	1.3651	2.3661	0.5772
0.14200	1.25254	2.89833	0.43218

Hat q den Wert 0.9719 erreicht, so hört das Jacobische Ellipsoid auf, stabil zu sein. An dieses „kritische" Ellipsoid schließt sich eine Gleichgewichtsfigur an, die von Poincaré mit dem Namen „birnförmiger Körper" bezeichnet wurde. Ist diese Form, wenigstens im Anfang ihrer Entwicklung, stabil?

Diese Frage war der Gegenstand einer Reihe mathematischer Abhandlungen von Poincaré, Darwin und Liapounoff, bis die Instabilität durch Jeans (1915) endgültig bewiesen wurde. Es muß also die flüssige Masse, wenn das kritische Ellipsoid erreicht ist, nach dem Worte Poincarés „se dissoudre par un cataclysme". Durch die geringste Störung wird vermutlich eine rasch sich vertiefende Einschnürung entstehen; die Masse wird sich in zwei Teile trennen, die mit bedeutender Geschwindigkeit auseinandergeschleudert werden, bis schließlich ein mehr oder weniger stabiles Doppelsternsystem entsteht.

B. Anwendung der Theorie auf die Natur.

28. Eine für unsern Zweck wichtige Frage ist jetzt die: Welche Bedeutung haben die vorhergehenden Rechnungen für die allgemeine Entwicklung der Sternsysteme? Leider ist die Anwendbarkeit dieser Rechnungen sehr fraglich: handelt es sich doch in der Natur nicht um homogene flüssige Massen, wie hier immer vorausgesetzt wurde. Wir lassen das Wort den großen Forschern, die auf diesem Gebiete maßgebend sind.

Poincaré („Sur la stabilité de l'équilibre des figures pyriformes": *Phil. Trans.* A. 198 [1902] 335) warnt ausdrücklich vor solchen Anwendungen: „Les masses de la nature", sagt er, „ne sont pas homogènes, et si on reconnaissait que les figures pyriformes sont instables, il pourrait néanmoins arriver qu'une masse hétérogène fût susceptible de prendre une forme d'équilibre analogue aux figures pyriformes, et qui serait stable. Le contraire pourrait d'ailleurs arriver également."

Auch Jeans („On the Density of *Algol*-Variables": *ApJ* 22 [1905] 93) äußert sich in gleichem Sinne: „It is a well-known fact that, for a mass or system of masses of incompressible homogeneous fluid of density σ, the value of ω^2/σ depends solely on the shape and configurations of the masses, and not on the dimensions of the system. If we accept that explanation of the Algol-Variables which attributes the variation of the light to alternate eclipses of the two components of the system, then the knowledge of the value of ω leads to a

certain inference as to the value of the density σ, subject to the assumption that the matter may be treated as homogeneous and incompressible. It has been remarked that in almost every case which has been examined, this density is found to be surprisingly small. Generally, the calculated density is so small that the original hypothesis of an incompressible fluid is seen to be quite untenable; it is obvious that if the densities obtained are accurate, the system must be supposed to be in the gaseous state. This consideration tends to cast doubt over the whole investigation; for a gaseous mass is certainly neither incompressible nor homogeneous, and . . . the relation between ω and σ does not hold, even approximately. . . .

„Also in some cases it is found that the two components of the system must be supposed to be almost or quite in contact. We ought therefore to consider the enormous tidal forces which will be at work, so that the system of forces exerted by the masses on one another will comprise not only the direct gravitational attraction which may be supposed to act between their centers, but also forces arising from the tidal distortion and also possible repulsive forces produced by the pressures exerted through the neck of fluid which joins the two masses, or through the intersection of their atmospheres."

Aus diesen und andern Gründen schließt Jeans, daß bei der Entwicklung der Doppelsternsysteme die Umdrehung nur eine untergeordnete Rolle spiele; als Hauptfaktor betrachtet er den durch die Anziehungskraft hervorgerufenen Mangel an Stabilität, und daraus folgert er weiter:

„Here the birth of a double star is a process very different from that just considered. Mathematically the main distinction is, that there is no longer any uniform relation between the density and the angular velocity of rotation, and so far as can be seen, the process of separation may take place with an extremely small angular velocity. For the agency which effects the separation will no longer be rotation alone; gravitation also will tend toward separation. Indeed a nebula can split into two parts under gravitation alone, the two nuclei being held apart by the pressure of the layer of gas which separates them, instead of by the so-called centrifugal force."

Auch Moulton („Notes on the Possibility of Fission of a contracting Rotating Fluid Mass": *ApJ* 29 [1909] 1) meint, „that in masses with densities increasing outward from their centers . . . fission into two stable masses is extremely improbable. . . . We may still retain the hypothesis that binaries and multiple stars of several members have developed from nebulae, but apparently they must have had originally well-defined nuclei. The photographs of many nebulae support this hypothesis. But we observe that if we are forced to this position we do not explain anything — we only push by an assumption the problem of explaining the binary systems a little farther back into the unknown."

Hat sich aus einem Doppelnebel ein Doppelstern entwickelt, und stehen die beiden Komponenten dieses Doppelsterns in genügend großer Entfernung, so verläuft,

wie Emden ausführt, „dieser Kontraktionsprozeß bei beiden in annähernd gleichem Tempo und resultiert ein Doppelstern, dessen Komponenten Helligkeit von gleicher Größenordnung besitzen. Es ist aber auch der Fall möglich, daß die Geschwindigkeit dieser Kontraktion für beide Komponenten verschieden ist. Stehen diese nahe genug, so kann ihr gegenseitiger Energieaustausch durch Strahlung von Einfluß sein. Wärmegewinn und Wärmeverlust durch gegenseitige Zustrahlung braucht sich bei beiden Komponenten nicht aufzuheben. Die eine Gaskugel, bei der die Ausstrahlung überwiegt, wird sich rascher kontrahieren, der Kontraktionsprozeß der andern Kugel wird durch die mehr zugestrahlte Wärme gehemmt; die erstere Kugel wird sich rascher erwärmen wie die andere, die bei starker Zustrahlung sich sogar abkühlen kann. Die Temperaturdifferenz beider und der gegenseitige Energieaustausch sind in Zunahme begriffen. Das Resultat ist ein Doppelsternsystem, dessen Komponenten starke Helligkeitsdifferenzen aufweisen, und zwar wird dies namentlich eintreten, wenn die Komponenten sich nahe stehen, wobei in der Regel die Rotationsgeschwindigkeit um den gemeinsamen Schwerpunkt groß sein wird. Der bedeutend dunklere Begleiter verrät sich dann durch die spektroskopisch nachweisbare Geschwindigkeit des Hauptsterns oder dessen periodischen Lichtwechsel“ (R. Emden, Gaskugeln [1907] 291 f).

Sechzehntes Kapitel.

Die Theorien von Russell und Shapley.

H. N. Russell und H. Shapley haben ihre Berechnung der Bahnelemente für die Verfinsterung von Doppelsternen zuerst im *ApJ* 35 (1912) 315 und 36 (1912) 54 239 385 und dann zusammenfassend in den *Contributions* der Princeton-Sternwarte Nr 3 (1915) dargelegt.

Russell leitet seine Theorie der Bedeckungsveränderlichen mit den Worten Bauschingers ein (Die Bahnbestimmung der Himmelskörper S. 649): „Der Zusammenhang zwischen den Größen-, Formen- und Helligkeitsverhältnissen der Körper und den Elementen der elliptischen Bahn einerseits und der Lichtkurve anderseits ist ein so komplizierter, daß man eine allgemeine Theorie wohl kaum aufstellen kann, sondern die Lösung von Fall zu Fall den vorliegenden Verhältnissen anpassen muß.“

Es ist das große Verdienst Russells und seines Mitarbeiters Shapley, daß sie dieses schwierige Problem angegriffen und in erschöpfender Weise ausgearbeitet haben. Die beiden Forscher haben nicht nur das Material, das von verschiedenen Seiten zur Lösung herbeigetragen war, gesammelt und geordnet, sie haben auch die Fragestellung erweitert und sie auf dunkelrandige Sterne ausgedehnt. Die von ihnen entwickelten Formeln und Tabellen machen die Bestimmung der verschiedenen Elemente, wo sie überhaupt möglich ist, zu einer leichten Sache. Dadurch haben sie einem Mangel abgeholfen, der sich mit der wachsenden Zahl

der Bedeckungsveränderlichen und der Verfeinerung der photometrischen Methoden in steigendem Maße fühlbar machte.

Wir geben im folgenden eine Übersicht der Lösungsmethoden von Russell und Shapley. Manches davon ist schon in den vorhergehenden Kapiteln enthalten; es soll aber hier nichts Wesentliches fortgelassen werden, um dem Zusammenhang des Ganzen nicht zu schaden. Die von Russell und Shapley berechneten Tabellen im *ApJ* (Bd 35 und 36) sind mit gütiger Erlaubnis der beiden Verfasser am Schluß des Bandes abgedruckt.

A. Verfinsterung gleichmäßig leuchtender Sterne.

Im ersten Teil seiner Abhandlung betrachtet Russell die einfachere Aufgabe: Zwei kugelförmige Sterne, die sich als gleichmäßig leuchtende Scheiben projizieren, verfinstern sich gegenseitig bei ihrem Kreislauf um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt. Aus der beobachteten Lichtkurve soll man die relativen Dimensionen und Helligkeiten der beiden Sterne und die Neigung der Bahn ableiten.

Als Längeneinheit wird die Halbachse der relativen Bahn, als Helligkeitseinheit das Gesamtlicht der beiden Sterne gewählt. So bleiben noch folgende Unbekannte zu bestimmen:

Halbmesser des größeren Sterns $(S_1) = r_1$,
Halbmesser des kleineren Sterns $(S_2) = r_2 = k r_1$,
Helligkeit des größeren Sterns $\cdot \cdot = L_1$,
also Helligkeit des kleineren Sterns $= L_2 = 1 - L_1$,
Neigung der Bahn $\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot = i$.

Bezeichnet l die scheinbare Helligkeit des Systems, m die scheinbare Sterngröße zur Zeit t, m_0 die von einem Minimum zum nächsten konstante Größenklasse des Doppelsystems, so besteht die bekannte Beziehung:

$$\log l = 0.4\,(m_0 - m). \tag{1}$$

Zwischen den beiden Verfinsterungen ist $l = L_1 + L_2 = 1$; während der Verfinsterung von S_2 durch S_1 ist

$$l_1 = 1 - \alpha L_2, \tag{2}$$

wo $0 < \alpha \leqq 1$ ist; α bedeutet das Verhältnis des verfinsterten Teiles zur ganzen Lichtscheibe S_2. Genau eine halbe Periode nachher ist S_1 durch S_2 verfinstert, und man hat:

$$l_2 = 1 - k^2 \alpha L_1. \tag{3}$$

Da $L_1 + L_2 = 1$ ist, so ergibt sich hieraus:

$$1 - l_1 + \frac{1 - l_2}{k^2} = \alpha. \tag{4}$$

29. Bei Behandlung der Aufgabe in dieser einfachsten Form sind vier Fälle zu unterscheiden:

a) Konstante Phase im kleinsten Lichte.

1. Beide Minima sind völlig beobachtet.
2. Das Nebenminimum ist nur unvollkommen beobachtet.

b) Keine konstante Phase im kleinsten Lichte.

3. Beide Minima sind beobachtet.
4. Nur das Hauptminimum ist beobachtet.

a1) In den konstanten Phasen hat man eine totale und eine ringförmige Verfinsterung, und α ist gleich 1. Bezeichnen λ_1 und λ_2 die in diesen Phasen beobachteten Lichtintensitäten, so ist nach (4) und (2):

$$k^2 = \frac{1-\lambda_2}{\lambda_1}, \qquad L_1 = \lambda_1 = 1 - L_2. \tag{5}$$

So bleiben noch r_1 und i als Unbekannte übrig; auch ist k einstweilen noch nicht unzweideutig bestimmt, da man noch nicht weiß, welchem der beiden beobachteten Minima die totale Verfinsterung entspricht.

a2) Bedeutet λ_p die Intensität im beobachteten Hauptminimum, so ist

$$L_2 = 1 - \lambda_p \quad \text{oder} \quad k^2 L_1 = 1 - \lambda_p,$$

je nachdem die beobachtete Finsternis total oder ringförmig ist. Unbekannt bleiben noch k, r_1 und i.

b3) Wenn α_0 den Maximalwert von α bezeichnet, so ist

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1-\lambda_2}{k^2}. \tag{6}$$

Da $\alpha_0 = (1-\lambda_1)/L_2$, so bleiben noch die vier Unbekannten α_0, r_1, i und k aus der Intensitätskurve und aus Gleichung (6) zu bestimmen.

b4) Die Sache liegt wie im vorhergehenden Fall, nur daß Gleichung (6) nicht verwendbar ist.

30. Lösung der Fälle a1 und a2; Verfinsterung total.

Die Grundgleichung für a2 lautet:

$$\alpha = \frac{1-l}{1-\lambda}. \tag{7}$$

Die rechte Seite der Gleichung ist eine aus der beobachteten Intensitätskurve bekannte Funktion der Zeit t, α ist eine Funktion der Unbekannten r_1, k, i und der Zeit t. Setzt man die Winkel, unter denen die gemeinschaftliche Sehne der Kreisscheiben mit Halbmessern r_1 und r_2 von den Mittelpunkten dieser Kreise aus gesehen wird, gleich $2\varphi'$ und 2φ, so hat α den Wert:

$$\alpha = \frac{1}{2\pi k^2}\left\{(2\varphi' - \sin 2\varphi') + k^2(2\varphi - \sin 2\varphi)\right\}.$$

Bezeichnet δ die scheinbare Entfernung der beiden Mittelpunkte, so wird

$$\sin\varphi' = k\sin\varphi, \qquad \cos\varphi = \frac{\delta^2 + r_2^2 - r_1^2}{2\,r_2\,\delta} = \frac{\rho^2 + k^2 - 1}{2\,k\,\rho} \qquad \left(\rho = \frac{\delta}{r_1}\right).$$

Setzt man noch

$$\theta = \frac{2\pi}{P}(t - t_0), \tag{8}$$

worin t_0 den Zeitpunkt der Konjunktion im beobachteten Hauptminimum angibt, so hat man, da der Bahnhalbmesser $a = 1$ gesetzt ist:

$$\delta^2 = \sin^2\theta + \cos^2 i\cos^2\theta = \cos^2 i + \sin^2 i\sin^2\theta. \tag{9}$$

$\alpha = f(k, \rho)$ ist offenbar durch k und $\rho = \delta/r_1$ ganz bestimmt. Umgekehrt kann man also setzen:

$$\rho = \varphi(k, \alpha), \tag{10}$$

wo φ eine bekannte Funktion ist, für die eine Tabelle nach den Argumenten k und α berechnet werden könnte. Anstatt dieser Funktion gibt Russells Tabelle I eine Funktion $p(k, \alpha)$, derartig daß $\varphi(k, \alpha) = 1 + kp(k, \alpha)$ ist.

Die Substitution von (10) in (9) liefert:

$$\frac{\cos^2 i}{r_1^2} + \frac{\sin^2 i}{r_1^2}\sin^2\theta = \varphi^2(k, \alpha). \tag{11}$$

Führt man in (11) nacheinander drei bestimmte Werte von α: α_n, α_2, α_3, und die ihnen entsprechenden Werte von θ: θ_n, θ_2, θ_3 ein, so erhält man drei Gleichungen, aus denen man die zwei Unbekannten $(\cos i/r_1)^2$ und $(\sin i/r_1)^2$ eliminieren kann. Die so sich ergebende Gleichung:

$$\begin{vmatrix} \varphi^2(k, \alpha_n) & \sin^2\theta_n & 1 \\ \varphi^2(k, \alpha_2) & \sin^2\theta_2 & 1 \\ \varphi^2(k, \alpha_3) & \sin^2\theta_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{12}$$

dient zur Bestimmung von k. Mit Hilfe zweier der genannten Gleichungen findet man dann die beiden andern Unbekannten.

Theoretisch genügen allerdings drei Punkte der beobachteten Lichtkurve zur Bestimmung der Elemente. Wegen der Ungenauigkeit der Beobachtungen jedoch müssen natürlich mehr Punkte herangezogen werden, um den wahrscheinlichsten Wert von k zu finden. Russell hält nun zwei Punkte, a und b, mit den entsprechenden Werten $\alpha_2 = 0.6$ und $\alpha_3 = 0.9$ fest und läßt den dritten Punkt, der α_n entspricht, variieren. Die Gleichung (12) schreibt er in der Form:

$$\sin^2\theta_n = A + B\,\psi(k, \alpha_n), \tag{13}$$

wo $\psi(k, \alpha_n) = (\rho_n^2 - \rho_2^2)/(\rho_2^2 - \rho_3^2)$ von der einzelnen Lichtkurve unabhängig ist und sich nach k und α_n in eine Tabelle bringen läßt (Tabelle II). Hingegen sind die Werte

$$A = \sin^2\theta_2 \quad \text{und} \quad B = \sin^2\theta_2 - \sin^2\theta_3$$

der Lichtkurve zu entnehmen. Nachdem dies geschehen, berechne man $\psi(k, \alpha_n)$ aus (13) für eine Reihe von α_n-Werten und entnehme der Tabelle II die entsprechenden Werte von k. Nimmt man das Mittel der verschiedenen für k gefundenen Werte (mit Berücksichtigung ihrer Gewichte) und ändert die Lage der Punkte a und b in der Lichtkurve ein wenig, so läßt sich leicht die theoretische Kurve finden, die sich der beobachteten am besten anschmiegt. Ist einmal k bekannt, so kann man mit Hilfe von (13) die Lichtkurve sehr schnell ableiten.

Aus (11) findet man jetzt ohne Schwierigkeit, nach Einsetzung von θ_2, α_2 bzw. θ_3, α_3:

$$B\frac{\sin^2 i}{r_1^2} = \varphi^2(k, \alpha_2) - \varphi^2(k, \alpha_3),$$

$$B\frac{\cos^2 i}{r_1^2} = B\varphi^2(k, \alpha_2) - A\{\varphi^2(k, \alpha_2) - \varphi^2(k, \alpha_3)\}.$$

Setzt man noch

$$\varphi_1(k) = \varphi^2(k, \alpha_2) - \varphi^2(k, \alpha_3) \quad \text{und} \quad \varphi_2(k) = \frac{\varphi_1(k)}{\varphi^2(k, \alpha_2)},$$

so ergibt sich:

$$r_1^2 \operatorname{cosec}^2 i = \frac{B}{\varphi_1(k)}, \qquad \operatorname{cotg}^2 i = \frac{B}{\varphi_2(k)} - A. \tag{14}$$

Die Werte von $\varphi_1(k)$ und $\varphi_2(k)$ sind in Tabelle II*a* zusammengestellt.

Aus (11) folgen die Zeiten des Anfangs der Verfinsterung: $\alpha_n = 0$, $\varphi(k, 0) = 1 + k$, $\theta = \theta'$, und des Anfangs der Totalität: $\alpha_n = 1$, $\varphi(k, 1) = 1 - k$, $\theta = \theta''$. Eine Lösung von (14) ist nicht möglich, wenn $B/A < \varphi_2(k)$ ist. In diesem Falle setze man $\operatorname{cotg}^2 i = 0$, $i = 90^0$.

In dem besondern Fall, daß die Verfinsterung zentral ist ($i = 90^0$), hat man nach (14) und (13):

$$B = A\varphi_2(k), \quad \sin^2\theta_n = A\{1 + \varphi_2(k)\psi(k, \alpha_n)\} = A\Phi(k, \alpha_n).$$

Die so definierte Funktion Φ ist in Tabelle IV dargestellt. Für den Anfang der Verfinsterung und der Totalität gelten jetzt die Formeln:

$$r_1 = \tfrac{1}{2}(\sin\theta' + \sin\theta''), \qquad r_2 = \tfrac{1}{2}(\sin\theta' - \sin\theta''),$$

worin θ' und θ'' wiederum die Werte von θ beim Anfang der Verfinsterung und der Totalität bezeichnen.

Nun erübrigt noch die Frage: Ist die Verfinsterung im Hauptminimum (λ_p) total oder ringförmig? oder kurz: Ist $\lambda_p = \lambda_1$ oder $= \lambda_2$? Zur Entscheidung muß das Nebenminimum λ_s herangezogen werden.

Wir haben $k^2\lambda_p + \lambda_s = 1$, wenn $\lambda_p = \lambda_1$, und $k^2\lambda_s + \lambda_p = 1$, wenn $\lambda_p = \lambda_2$ ist. Es muß aber $\lambda_1 < 1$ sein. Wenn also $(1 - \lambda_p)/k^2 > 1$ ist, so ist die ringförmige Finsternis ausgeschlossen; ist dagegen $(1 - \lambda_p)/k^2 < 1$, so sind beide Fälle möglich. Öfters kann dann die aus der Rechnung folgende Tiefe des Nebenminimums die Frage entscheiden. Ist nämlich $\lambda_p = \lambda_1$, so ist $\lambda_s - \lambda_p = 1 - \lambda_p(1 + k^2)$; andern-

falls ist $\lambda - \lambda_p = \{1 - \lambda_p (1 + k^2)\}/k^2$. Ist die Verfinsterung im Hauptminimum total, so ist das Nebenminimum tiefer, als wenn sie ringförmig ist.

Wenn nahezu $\lambda_p (1 + k^2) = 1$, folglich $\lambda_p > \frac{1}{2}$ und ein Nebenminimum nicht beobachtet ist, so muß man untersuchen, ob vielleicht die Lichtperiode das Zweifache der angenommenen Periode ist; dann hätte man zwei Sterne von nahezu gleicher Oberflächenhelligkeit und zwei gleich tiefe Minima in jeder Periode.

Leicht ist jetzt der Fall a1 zu erledigen. Um zu entscheiden, ob $k^2 = (1 - \lambda_p)/\lambda_s$ oder $= (1 - \lambda_s)/\lambda_p$ ist, bestimme man nach der für den Fall a2 gegebenen Methode einen Näherungswert für k. Ist der Wert von k festgelegt, so hängt die Gestalt der Lichtkurve einzig von den Konstanten A und B in Gleichung (13) ab. Diese Konstanten werden durch wiederholte Annäherung endgültig bestimmt. Die Elemente der Bahn findet man wie im vorigen Fall.

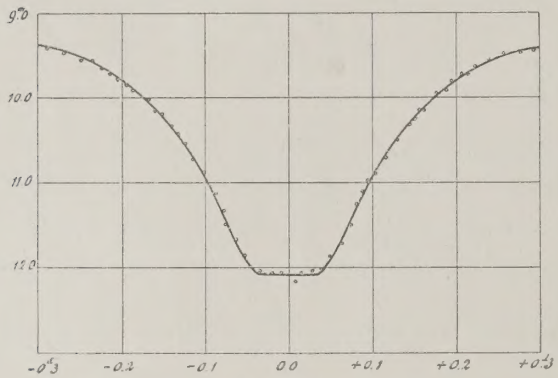

Fig. 29.

Die nebenstehende Fig. 29 stellt die Lichtkurve von *W Delphini* nach Russell dar (*ApJ* 36 [1912] 133). Sie ist ein typisches Beispiel für einen Algolveränderlichen mit einem tiefen Hauptminimum, mit konstanter Phase und ohne Nebenminimum.

31. In den Fällen b3 und b4 ist eine konstante Phase nicht vorhanden, die Verfinsterungen sind partiell.

Zuerst wird b4 behandelt: λ_s und folglich α_0 sind unbekannt. Statt (7) hat man die Grundgleichung:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = n = \frac{1 - l}{1 - \lambda}, \tag{15}$$

wo α_0 den Maximalwert von α bedeutet und $0 < n < 1$ ist.

Es sei $\theta(n)$ der zu $\alpha = n\alpha_0$ gehörige Wert von θ. Setzt man in (12) die Werte ein:

$$\alpha_n = n\alpha_0, \quad \theta_n = \theta(n); \qquad \alpha_2 = \alpha_0, \quad \theta_2 = \theta(1) = 0; \qquad \alpha_3 = \tfrac{1}{2}\alpha_0, \quad \theta_3 = \theta(\tfrac{1}{2}),$$

so findet man auf gleiche Weise wie oben S. 256:

$$\sin^2\theta(n) = D\chi(k, \alpha_0, n). \tag{16}$$

$D = \sin^2\theta(\frac{1}{2})$ wird durch Anwendung von (15) aus der beobachteten Lichtkurve gefunden, χ ist als neue Funktion eingeführt. Die Gleichung enthält noch zwei Unbekannte: k und α_0. Wenn man also für n nacheinander zwei verschiedene Werte von n, z. B. $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$, einsetzt, so könnte man theoretisch k und α_0 aus den zwei daraus sich ergebenden Gleichungen berechnen:

$$\begin{aligned} \sin^2\theta(\tfrac{1}{4}) &= \sin^2\theta(\tfrac{1}{2})\,\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}), \\ \sin^2\theta(\tfrac{3}{4}) &= \sin^2\theta(\tfrac{1}{2})\,\chi(k, \alpha_0, \tfrac{3}{4}). \end{aligned} \tag{16 a}$$

Tatsächlich findet man jedoch, daß beide Gleichungen innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der $\sin^2\theta$-Werte voneinander abhängig sind; eine theoretische Lichtkurve, mit beliebigem k abgeleitet, welche durch die drei Punkte der beobachteten Lichtkurve: $\alpha = \alpha_0$, $\frac{1}{2}\alpha_0$, $\frac{1}{4}\alpha_0$ geht, enthält sehr nahe auch den Punkt $n = \frac{3}{4}$. Dasselbe gilt für beliebige andere Punkte dieser Kurve. Hieraus ergibt sich die wichtige Schlußfolgerung:

Innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der photometrischen Messungen bleibt die Lösung unbestimmt, wenn die Elemente einzig aus der Lichtkurve eines Hauptminimums berechnet werden sollen, das keine konstante Phase hat.

Russell fand durch Versuche, daß innerhalb weiter Grenzen die Beziehungen zwischen den verschiedenen Funktionen $\chi(k, \alpha_0, n)$ sehr nahe linear sind. Er nimmt allgemein an:

$$\chi(k, \alpha_0, n) = \omega_1(n) + \omega_2(n)\,\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}). \tag{17}$$

Die Werte von $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ sind in Tabelle III, die von $\omega_1(n)$ und $\omega_2(n)$ in Tabelle III*a* ausgerechnet.

Setzt man in (17) die Werte der χ-Funktionen aus (16) und (16 a) ein, so wird

$$\sin^2\theta(n) = C\,\omega_2(n) + D\,\omega_1(n), \tag{18}$$

wo zur Abkürzung $C = \sin^2\theta(\frac{1}{4})$ und $D = \sin^2\theta(\frac{1}{2})$ geschrieben ist.

Jeder Punkt der Lichtkurve liefert eine Gleichung von der Form (18). Hat man für etwa zehn Werte von n die Werte von $\sin^2\theta(n)$ aus der Lichtkurve berechnet und die entsprechenden Werte von $\omega_1(n)$ und $\omega_2(n)$ der Tabelle III*a* entnommen, so erhält man eine Reihe von Bedingungsgleichungen, woraus man die besten Werte von C und D ableiten kann. Dann findet man $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ aus der Beziehung:

$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = \frac{C}{D}. \tag{19}$$

α_0 und k lassen sich nur bestimmen, wenn auch die Intensität des Nebenminimums beobachtet ist (Fall b3). Die Bestimmung geschieht mittels der Gleichung:

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda_2}{k^2}. \tag{6}$$

Die Gleichungen (19) und (6) werden am besten graphisch gelöst, indem man sie als Kurven mit den Koordinaten k und α_0 zeichnet. Dadurch ergibt sich:

1. Sind λ_1 und λ_2 beinahe gleich, so laufen die beiden Kurven über eine große Strecke hin einander fast parallel; die Lösung ist nahezu unbestimmt.

2. Sind λ_1 und λ_2 sehr verschieden, so ist die Lösung meist eindeutig bestimmt.

3. Ist $\lambda_2 > 0.60$ und $\lambda_1 > 0.70$, so kann es zwei Lösungen geben; liegen die Schnittpunkte nahe beisammen, so ist die Bestimmung der Elemente sehr unsicher.

4. Ist $\lambda_1 < \lambda_2$, so fällt die Kurve (6) steiler ab als (19); dabei ist α_0 als horizontale Koordinate gedacht. Wenn die beiden Kurven sich in einem Punkte $k < 1$ schneiden, so wird (6) bei $k = 1$ einen größeren Wert von α_0 geben. Das Umgekehrte geschieht, wenn $\lambda_1 > \lambda_2$ ist. Setzt man in (6) $k = 1$, so wird $\alpha_0 = 2 - \lambda_1 - \lambda_2$; wird der Wert von α_0, der aus (19) bei $k = 1$ folgt, mit β bezeichnet, so entspricht

der Ungleichung $2 - \lambda_1 - \lambda_2 \lesseqgtr \beta$ die andere Ungleichung $\lambda_1 \gtreqless \lambda_2$.

5. Sind die Minima beide sehr untief ($< 0^{\mathrm{M}}.15$), so ist die Lösung, ohne Heranziehung spektroskopischer Daten, im allgemeinen unbestimmt.

Nachdem k und α_0 berechnet sind, findet man aus (11):

(20)

für $\theta = \theta(1) = 0$:	$\frac{\cos^2 i}{r_1^2} = \varphi^2(k, \alpha_0)$
für $\theta = \theta(\frac{1}{2})$:	$\frac{\sin^2 i}{r_1^2} D = \varphi^2(k, \frac{1}{2}\alpha_0) - \varphi^2(k, \alpha_0)$
für $\theta = \theta(0)$:	$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta(0) = r_1^2 (1 + k)^2$.

Hat man i und r_1 aus den beiden ersten Gleichungen berechnet [vgl. (14)], so ergibt die dritte die Zeit des Anfangs der Verfinsterung.

$\theta(0)$ kann man auch direkt aus (18) bestimmen, und dann i und r_1 aus der ersten und dritten der Gleichungen (20). Den Wert von L_2 findet man aus $\alpha_0 = (1 - \lambda_1) / L_2$.

Sind die Beobachtungen nicht außergewöhnlich zahlreich und genau, so ist diese Lösung genügend. Sonst kann man die Lichtkurve, die den angenommenen Elementen streng entspricht, nach den Formeln berechnen:

$$\sin^2 \theta = A + B\psi(k, \alpha), \tag{13}$$

$$1 - l = \frac{a}{a_0}(1 - \lambda), \tag{21}$$

wo A und B aus r_1, k und i mittels (14) abzuleiten sind. Werden die beiden Minima noch nicht befriedigend dargestellt, so kann man die angenommenen Konstanten variieren lassen; als Grundlage der Rechnung wähle man λ_1, λ_2, k und A und bestimme α_0 mittels (6), B mittels (13), indem man

$$A + B\psi(k, \alpha_0) = 0 \tag{22}$$

setzt.

B. Verfinsterung dunkelrandiger Sterne.

32. Um den Einfluß der Randschwächung auf die Elemente zu berechnen, nehmen Russell und Shapley an, daß die Helligkeitsfunktion für die Oberflächeneinheit der Sternscheibe sich durch die Gleichung

$$I = I_0 (1 - x + x \cos \gamma) \tag{23}$$

ausdrücken lasse. Darin bedeutet I_0 die Helligkeit im Mittelpunkt, x den konstanten Schwächungskoeffizienten ($0 < x < 1$) und γ den Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Normalen. Bei $x = 0$ ist der Stern gleichmäßig leuchtend, bei $x = 1$ am Rande ganz dunkel.

Setzt man den Halbmesser des Sterns gleich R, so ist seine Helligkeit ausgedrückt durch

$$L = \int 2\pi r I dr \qquad (r \text{ von } 0 \text{ bis } R),$$

oder da $\cos\gamma = \sqrt{1 - r^2/R^2}$ ist, durch

$$L = \pi R^2 I_0 (1 - \tfrac{1}{3} x).$$

Ist der kleinere Stern (S_2) verfinstert, so hat man bei Berechnung der verdeckten Lichtmenge L' die beiden Fälle zu unterscheiden:

1) $r_1 + r_2 > \delta > r_1 - r_2$, Verfinsterung partiell.

$\delta > r_1$:

$$L' = \int 2\varphi r I dr \qquad (r \text{ von } \delta - r_1 \text{ bis } r_2);$$

$\delta > r_2$:

$$L' = \int 2\pi r I dr + \int 2\varphi r I dr \qquad (r \text{ von } 0 \text{ bis } r_1 - \delta \text{ bzw. von } r_1 - \delta \text{ bis } r_2).$$

2) $r_1 - r_2 > \delta > 0$, Verfinsterung total.

$$L' = L_2.$$

Ebenso hat man bei Verfinsterung des größeren Sterns (S_1) zu unterscheiden:

1) $r_1 + r_2 > \delta > r_1 - r_2$, Verfinsterung partiell.

$\delta > r_2$:

$$L'' = \int 2\varphi' r I dr \qquad (r \text{ von } \delta - r_2 \text{ bis } r_1);$$

$\delta < r_2$:

$$L'' = \int 2\pi r I dr + \int 2\varphi' r I dr \qquad (r \text{ von } 0 \text{ bis } r_2 - \delta \text{ bzw. von } r_2 - \delta \text{ bis } r_1).$$

2) $r_1 - r_2 > \delta > 0$, Verfinsterung ringförmig.

$\delta > r_2$:

$$L'' = \int 2\varphi' r I dr \qquad (r \text{ von } \delta - r_2 \text{ bis } \delta + r_2);$$

$\delta < r_2$:

$$L'' = \int 2\pi r I dr + \int 2\varphi' r I dr \qquad (r \text{ von } 0 \text{ bis } r_2 - \delta \text{ bzw. von } r_2 - \delta \text{ bis } r_2 + \delta)$$

$$\left(\varphi = arccos \frac{r^2 + \delta^2 - r_1^2}{2r\delta}, \qquad \varphi' = arccos \frac{r^2 + \delta^2 - r_2^2}{2r\delta}\right).$$

Setzt man die Werte, die L' und L'' bei $x = 0$ und bei $x = 1$ erhalten, gleich L_0', L_1' und L_0'', L_1'', so ist offenbar

$$(24)' \qquad L' = (1 - x) L_0' + x L_1', \qquad L'' = (1 - x) L_0'' + x L_1''.$$

Die Größen L_0'/L_2 und L_0''/L_1 sind mit α und $k^2\alpha$, einfachen Funktionen von φ und φ', identisch (vgl. Nr 30). Dagegen wird man bei Berechnung von L_1' und L_1'' zu elliptischen Integralen geführt, weshalb Russell und Shapley diese Größen durch eine Art mechanischer Quadratur berechnet haben.

Nach dieser allgemeinen Einleitung geben wir nun zuerst eine Übersicht über die Russell-Shapleysche Methode zur Berechnung der Elemente für vollkommen dunkelrandige Sterne ($x = 1$).

a) Die Lichtkurve habe eine konstante Phase im Minimum (λ_1).

Wir setzen jetzt

$$l' = 1 - \alpha' L_2, \qquad \lambda_1 = 1 - L_2.$$

Folglich:

$$\alpha' = \frac{1 - l'}{1 - \lambda_1} = f'(k, \rho).$$

Die erste der Gleichungen (5) gilt hier nicht.

Zur Berechnung der umgekehrten Funktion

$$\rho = \varphi(k, \alpha') = 1 + kp(k, \alpha')$$

liefert die Tabelle Ix die zugehörigen Werte von $p(k, \alpha')$. Durch Einführung der analogen Funktionen $\psi(k, \alpha')$ (Tabelle IIx), $\varphi_1'(k)$ und $\varphi_2'(k)$ (Tabelle IIax) wird die Aufgabe a) auf ganz dieselbe Weise gelöst wie für gleichmäßig leuchtende Sterne (Fall a2, Nr 30).

b) Die Lichtkurve habe keine konstante Phase.

Bei vorausgesetzter Randschwächung läßt sich aus der Gestalt der Kurve im Hauptminimum nicht entscheiden, ob die Verfinsterung ringförmig oder partiell ist. Die Größe α'' sei das Maß des Lichtverlustes in einer gegebenen Phase bei der Verfinsterung von S_1 durch S_2. Als Einheit nimmt Russell den Verlust im Augenblick einer innern Berührung der beiden Scheiben. Solang die Verfinsterung noch partiell ist, hat man somit $\alpha'' < 1$, wird sie ringförmig, dann $\alpha'' > 1$; bei zentraler Verfinsterung erreicht α'' seinen größten Wert $1 + \xi$, wo ξ eine Funktion von k ist.

Jetzt werden die Funktionen $\varphi(k, \alpha'') = 1 + kp(k, \alpha'')$ (Tabelle Iy), $\psi(k, \alpha_n'')$ (Tabelle IIy) und $\chi(k, \alpha_0'', n)$ (Tabelle IIIy) in derselben Weise definiert und berechnet wie oben S. 256 u. 258. Da aber die empirischen linearen Beziehungen (17) zwischen den verschiedenen χ-Funktionen für verschiedene Werte von n hier nicht gelten, so sind drei dieser Funktionen, für $n = 0$, $n = \frac{1}{4}$ und $n = \frac{3}{4}$, in den Tabellen IIIx und IIIy berechnet.

Wie im Falle gleichmäßig leuchtender Sterne ist es auch hier tatsächlich nicht möglich, die Elemente des Doppelsystems aus einem einzigen Minimum abzuleiten; man muß vielmehr die beobachteten Tiefen beider Minima und die Gestalt der Lichtkurve im tieferen Minimum in Rechnung ziehen.

1. Zunächst sei $\lambda_1 = \lambda_p$, und der kleinere Stern sei im Hauptminimum partiell verfinstert. Wir bezeichnen mit α_0 den verfinsterten Bruchteil des Lichtes für den kleineren Stern in der größten Phase, mit $\alpha_0 Q(k, \alpha_0)$ die entsprechende Größe für den größeren Stern im zweiten Minimum. Die neue Funktion Q ist in Tabelle V berechnet. Nun hat man:

$$\begin{aligned} 1 - l' &= \alpha' L_2 = n \alpha_0' L_2, \\ 1 - \lambda_1 &= \alpha_0' L_2, \\ n &= \frac{1 - l'}{1 - \lambda_1}, \\ 1 - \lambda_2 &= \alpha_0' Q(k, \alpha_0') L_1, \end{aligned} \tag{25}$$

und da $L_1 + L_2 = 1$ ist:

$$\alpha_0' = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda_2}{Q(k, \alpha_0')}, \tag{26}$$

oder:

$$Q(k, \alpha_0') = \frac{1 - \lambda_2}{\alpha_0' - (1 - \lambda_1)}. \tag{27}$$

Diese Gleichung tritt an Stelle von (6); in Verbindung mit Gleichung (16) und den χ-Tabellen (IIIx) für verdunkelte Sterne findet man die α_0' und k, welche die Lichtkurve am besten darstellen.

2. Nun sei $\lambda_2 = \lambda_p$, und der größere Stern sei im Hauptminimum partiell verfinstert. Nach der Definition von $Q(k, \alpha_0)$ ist $Q(k, 1) L_1$ die oben in b) angenommene Einheit des Lichtverlustes α''. Bedeutet α_0'' den größten Lichtverlust, ausgedrückt in derselben Einheit, so ist

$$\begin{aligned} 1 - l'' &= \alpha'' Q(k, 1) L_1 = n \alpha_0'' Q(k, 1) L_1, \\ 1 - \lambda_2 &= \alpha_0'' Q(k, 1) L_1, \\ n &= \frac{1 - l''}{1 - \lambda_2}, \\ \alpha_0'' Q(k, 1) &= \alpha_0' Q(k, \alpha_0'). \end{aligned} \tag{28}$$

Mit Gleichung (28) und Tabelle V findet man für jedes Wertepaar (k, α_0'), das die Gleichung (27) befriedigt, den entsprechenden Wert α_0''. Sodann ergeben sich mittels der Funktionen $\chi(k, \alpha_0'', n)$ (Tabelle IIIy) die Werte von k, α_0', α_0'', die der beobachteten Lichtkurve am besten genügen.

Welcher der beiden Fälle 1 und 2 im Hauptminimum auftritt, muß versuchsweise entschieden werden.

Die Frage, ob die Verfinsterung ringförmig sein könne, hat nur im Fall 2 Bedeutung, und zwar nur dann, wenn der größere Stern viel heller als der kleinere ist, da sonst das Nebenminimum tief genug sein würde, um die Beobachtung der konstanten Phase zu ermöglichen. Ist das Nebenminimum so wenig tief, daß es die Entscheidung nicht herbeiführen läßt, so muß man wie bei einer partiellen Verfinsterung verfahren. Es versteht sich, daß Q bei der ringförmigen Verfinsterung als Funktion von k und ρ betrachtet werden muß. Russell gibt die

Werte von $Q(k, \alpha_0') = \alpha_0'' Q(k, 1) = 1 - (1 - k^2)^{\frac{1}{2}}$ für zentral-ringförmige Finsternisse ($\alpha_0'' = 1 + \xi$); der Wert $Q(k, 1)$ entspricht der tangential-ringförmigen Verfinsterung; für die zwischenliegenden Fälle ($\alpha_0'' = 1 + m\xi$; $m < 1$) darf man linear interpolieren.

Ist näherungsweise $k > 0.8$, so ist nur eine Lösung möglich; ist $k < 0.8$, so hat man zwei Lösungen: die eine gibt eine ringförmige oder große partielle Finsternis, die zweite eine kleinere partielle, wenigstens bei Sternen, deren Helligkeit nicht sehr verschieden ist. Bisweilen wird das Nebenminimum die Entscheidung bringen. Übrigens kann die Bedingung, unter welcher zwei Lösungen möglich sind, auch auf die Form $1 - \lambda_2 < 0.78\,\lambda_1$ gebracht werden. Ist die Lichtabnahme in beiden Minima gering, z. B. weniger als $0^{\mathrm{M}}.4$ und nahezu gleich, so ist die Lösung fast unbestimmt, es sei denn, daß die relative Helligkeit der beiden Sterne aus spektrographischen Messungen bekannt ist.

Nachdem k und α_0' oder α_0'' gefunden sind, kann man den Wert von $\sin^2\theta\,(\frac{1}{2})$ leicht so wählen, daß die berechneten Werte von $\sin^2\theta$ für Anfang und Ende der Verfinsterung und für die Zeitpunkte, in denen der Lichtverlust $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ des maximalen Verlustes beträgt, nahe mit den beobachteten Werten übereinstimmen. Ist die Lichtkurve nicht sehr genau bekannt, so braucht man nicht weiter zu gehen. Bedarf es größerer Genauigkeit, so berechne man L_1 und L_2 mittels (25) und bestimme aus der beobachteten Lichtkurve für eine Reihe von Punkten die Werte von $\sin^2\theta$, die einem Lichtverlust von $\alpha' L_2$ bzw. $\alpha'' L_1 Q(k, 1)$ entsprechen. Dann berechnet man aus der Gleichung $\sin^2\theta = A + B\,\psi(k, \alpha)$ die theoretischen Werte von $\sin^2\theta$. Die Werte von $\psi(k, \alpha)$ findet man in den Tabellen IIx und IIy; die Konstanten A und B sind so zu bestimmen, daß die Reihe der Gleichungen und besonders die Beziehung $A + B\,\psi(k, \alpha_0) = 0$ so getreu wie möglich durch die entsprechenden α und θ, die sich aus der Beobachtungskurve ergeben, befriedigt werden.

Die übrigen Elemente findet man aus den Gleichungen (20) S. 260, worin die für den betrachteten Fall geeigneten Funktionen einzusetzen sind. Die Werte von $\varphi(k, \alpha_0)$ berechnet man mit Hilfe der Tabellen Ix oder Iy, je nachdem die Verfinsterung partiell oder ringförmig ist. Die Lichtkurve des Nebenminimums wird nachträglich mittels geeigneter χ- oder ψ-Funktionen abgeleitet, je nachdem die Verfinsterung hier partiell (ringförmig) oder total ist.

c) Einfluß der Randverdunklung, wenn $0 < x < 1$ ist. Zur unmittelbaren Lösung dieser Aufgabe könnten wieder für verschiedene Werte von x eigene Tabellen berechnet werden; um jedoch eine so umständliche Arbeit zu vermeiden, zieht Russell hier eine indirekte Methode vor.

Es sei α das Verhältnis des verfinsterten Flächenteils des kleineren Sternes zur ganzen Lichtscheibe. Der Lichtverlust steht offenbar, da $I = I_0\,(1 - x + x\cos\gamma)$ ist, nicht im Verhältnis zu α, sondern zu $\alpha\{1 + x\,X(k, \alpha)\}$. Man kann also schreiben:

$$(29) \qquad \begin{aligned} 1 - l_1 &= \alpha L_2\{1 + x X(k, \alpha)\}, \\ 1 - l_2 &= k^2 \alpha L_1\{1 + x Y(k, \alpha)\}, \end{aligned}$$

wo X und Y (siehe Tabelle VI) zwei neue Funktionen bezeichnen, die aus den Tabellen I, Ix und Iy zu berechnen sind. Es ist nämlich nach der Definition von α' und α'':

$$(30) \qquad \alpha\{1 + X(k, \alpha)\} = \alpha', \qquad \alpha k^2\{1 + Y(k, \alpha)\} = \alpha'' Q(k, 1).$$

Die Werte von α und α' bzw. α'', die demselben k und gleichen Werten von $p(k, \alpha)$ und $p(k, \alpha')$ bzw. $p(k, \alpha'')$ entsprechen, suche man in den Tabellen I und Ix bzw. Iy und setze sie in (30) ein. Einen Näherungswert k findet man durch Interpolation zwischen den k-Werten bei $x = 0$ und $x = 1$. Ist eine der Finsternisse total, so erhält man unmittelbar L_1 und L_2. Sonst findet man sie zugleich mit α_0 mittels des angenommenen Wertes von k aus den Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 - \lambda_1 &= \alpha_0 L_2\{1 + x X(k, \alpha_0)\}, \\ 1 - \lambda_2 &= k^2 \alpha_0 L_1\{1 + x Y(k, \alpha_0)\}, \end{aligned} \qquad (L_1 + L_2 = 1).$$

Sind k und L_2 bekannt, so kann man aus (29) den Wert l berechnen, der zu irgend einem gegebenen Flächenteil α gehört. Aus der Lichtkurve findet man den entsprechenden Wert von $\sin^2\theta$ und mittels der Tabellen für gleichmäßig leuchtende Sterne den theoretischen Wert dieser Größe. Schließlich sind beide Werte miteinander zu vergleichen.

33. Zwischen den Elementen für gleichmäßig leuchtende und für dunkelrandige Sterne bestehen mehrere Beziehungen. Nach dem Vorgehen von Russell und Shapley sollen die beiden Voraussetzungen durch ***U*** (uniform disks) und ***D*** (darkened disks) unterschieden werden; ferner sei $x = 1$.

a) Die Lichtkurve habe eine konstante Phase im Minimum λ_1. Aus systematischen Rechnungsversuchen ergeben sich folgende Sätze:

1. Ist eine Lichtkurve gegeben, die der totalen Verfinsterung eines ***D***-Sterns entspricht, so kann man eine andere Lichtkurve finden, welche die totale Finsternis eines ***U***-Sterns darstellt und fast vollkommen mit der Lichtkurve des ***D***-Sterns übereinstimmt.

2. Die Lichtänderungen am Anfang und am Ende der Verfinsterung sind in der ***D***-Hypothese viel langsamer als in der ***U***-Hypothese. Dasselbe gilt von der Lichtänderung in unmittelbarer Nähe der Totalität, ausgenommen wenn $k_d > 0.83$ ist.

3. Die Konstanten A_d und B_d sind nahezu gleich A_u und B_u; k_u ist viel kleiner als k_d und kann als Funktion von k_d in Tabellenform gebracht werden.

4. In dem äußersten Fall, daß $k_d = 1$ und die Finsternis zentral ist, führen die ***U***-Elemente zu einer nicht ganz totalen Verfinsterung.

Die Änderung der Konstante B beim Übergang von der U- zur D-Hypothese ist nur eine Funktion von k; die Änderung von A ist ungefähr die Hälfte jener von B. Man kann also schreiben:

$$B_u = B_d + \delta B_d, \qquad A_u = A_d + \tfrac{1}{2}\delta B_d, \tag{31}$$

und mit Berücksichtigung der Gleichungen (14):

$$\begin{aligned} r_{1u}\operatorname{cosec}^2 i_u &= \alpha\, r_{1d}\operatorname{cosec}^2 i_d, \\ r_{2u}\operatorname{cosec}^2 i_u &= \beta\, r_{2d}\operatorname{cosec}^2 i_d, \\ \operatorname{cotg}^2 i_u = \operatorname{cotg}^2 i_d + \gamma B &= \operatorname{cotg}^2 i_d + \gamma'^2 r_{1u}^{\prime 2}\operatorname{cosec}^2 i_u, \end{aligned} \tag{32}$$

wo α, β, γ, γ' Funktionen von k_d oder k_u sind.

Setzt man noch $\gamma B = \operatorname{cotg}^2 i_0$, so ist

$$\begin{aligned} \operatorname{cotg}^2 i_u &= \operatorname{cotg}^2 i_d + \operatorname{cotg}^2 i_0, \\ \operatorname{cotg} i_0 &= \gamma' r_{1u}\operatorname{cosec} i_u. \end{aligned} \tag{33}$$

Hier muß $i_u \gtrless i_0$ sein, damit i_d reell werde. Die tabulierten Größen α, β, γ', δ gestatten mit Hilfe von (32) und (33) den unmittelbaren Übergang von der einen Hypothese zur andern.

Die Tiefe des zweiten Minimums, in dem der größere Stern verfinstert wird, ist in beiden Hypothesen verschieden. Der Lichtverlust werde mit $\alpha_u'' L_1$ bzw. $\alpha_d'' L_1$ bezeichnet. Bei ringförmiger Verfinsterung von U-Sternen ist $\alpha_u'' = k_u^2$; bei D-Sternen ist α_d'' eine Funktion von ρ. Das Maximum dieser Funktion, das bei $\rho = 0$ eintritt, ist $\alpha_d'' = 1 - (1 - k_d^2)^{\frac{3}{2}}$; das Minimum, bei $\rho = 1 \quad k$, sei α_d'''. Auch diese Werte, α_u'', α_d'' und α_d''', wurden mit α, β, γ', δ für verschiedene Werte von k_d und k_u in eine Tabelle (C) vereinigt.

Aus dieser Tabelle C ergeben sich u. a. zwei Folgerungen:

1. Es ist immer $r_{1u} > r_{1d}$, $r_{2u} < r_{2d}$, $i_u < i_d$. Wenn also die D-Hypothese zutrifft, führt die U-Hypothese zu einer zu kleinen Dichte von S_1, zu einer zu großen Dichte von S_2 und zu einem übergroßen Unterschied der Oberflächenhelligkeiten. Die berechnete Dichte des kleineren Sterns wird im Mittel doppelt so groß wie die wahre Dichte.

2. In der D-Hypothese wird die Tiefe des Nebenminimums um ungefähr 0.3 von dem Lichte des schwächeren Sternes größer sein als in der U-Hypothese. Diese Tatsache kann bisweilen zwischen den beiden Hypothesen entscheiden.

Wenn die Lichtkurve nicht sehr genau bekannt ist, kann man zum Übergang von der einen zur andern Hypothese ohne weiteres die Tabelle anwenden.

Ein Ausnahmefall ist noch zu erledigen. Ist $\operatorname{cotg} i_u < \operatorname{cotg} i_0$ [vgl. (16)], so wird $\operatorname{cotg} i_d$ für den Wert von k_d nach der Tabelle imaginär. Dann bleibt nichts anderes übrig, als $\operatorname{cotg} i_d = 0$ zu setzen und die andern Elemente so gut wie möglich mit den Beobachtungen in Einklang zu bringen. Man hat nun wieder, wie im ähnlichen Fall der U-Sterne (vgl. oben S. 257):

$$B = A\varphi_2'(k), \qquad \sin^2\theta_n = A\{1 + \varphi_2'(k)\,\psi(k, \alpha_n')\} = A\Phi(k, \alpha').$$

Mit Hilfe der bei *D*-Sternen geltenden Funktion $\Phi(k, \alpha')$, die in der Tabelle IVx ausgerechnet ist, wird das Problem gelöst.

b) Die Lichtkurve sei ohne konstante Phase, die Finsternis sei partiell oder ringförmig. Wie unbestimmt die Lösung auch in diesem Falle meistens ist, geht am deutlichsten aus Fig. 30 hervor (vgl. *ApJ* 36, 386). Die Kurven der Figur stellen die Lichtabnahme dar, die von einer zentralen ringförmigen Verfinsterung eines *D*-Sterns durch einen andern Stern von neunmal geringerer Helligkeit herrührt. Anfang und Ende der ringförmigen Phase sind durch kurze Striche bezeichnet. Es leuchtet ein, daß es unmöglich ist, die Dauer der ringförmigen Phase aus der Kurve abzuleiten. Die kleinen Ringe stellen Punkte von Kurven dar, die für partielle Verfinsterungen von *U*-Sternen, mit denselben Tiefen

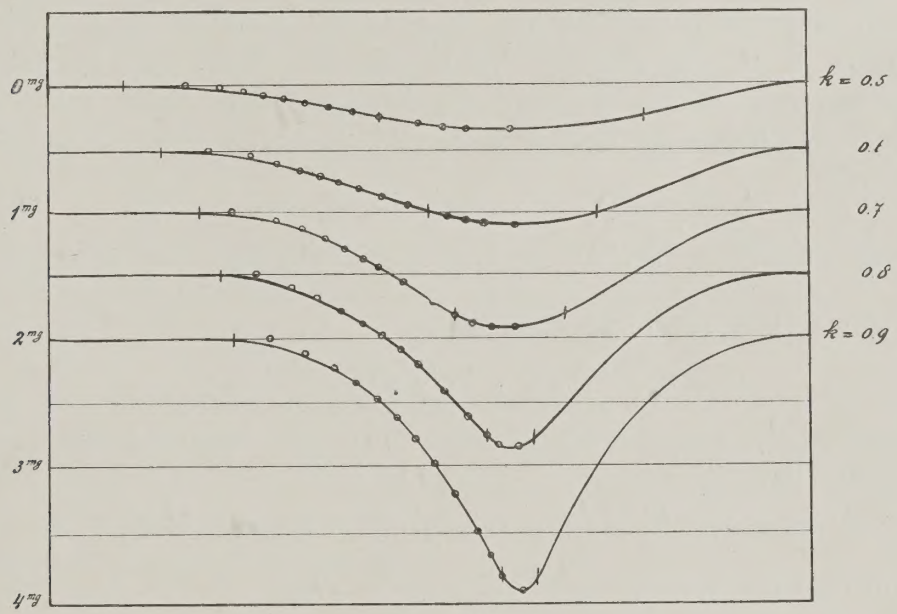

Fig. 30.

der beiden Minima, berechnet sind. Die Übereinstimmung ist so gut wie möglich, nur liefert die *U*-Hypothese eine kürzere Dauer für die äußerste Phase (erste Berührung). Im allgemeinen gelten die folgenden Sätze:

1. In der *D*-Hypothese ist der größere, in der *U*-Hypothese der kleinere Stern der hellere.

2. Sind die *D*-Sterne nicht von entschieden ungleicher Helligkeit, so ist die *U*-Hypothese unbrauchbar.

3. Lichtkurven für nicht-zentrale Verfinsterung zweier *D*- oder *U*-Sterne können aus den Kurven für zentrale Verfinsterung durch eine konstante Verminderung aller Werte von $\sin^2\theta$ abgeleitet werden. Deshalb gelten obige Betrachtungen auch für nicht-zentrale Verfinsterungen von *D*-Sternen. Mit seltenen Ausnahmen (wie eben bemerkt) kann der Lichtwechsel auch in der *U*-Hypothese erklärt werden.

C. Ellipsoidisch geformte Doppelsterne.

Ist die Lichtkurve eines Veränderlichen stetig, und ist die Helligkeit in der Mitte zwischen zwei Minima größer als unmittelbar vor und nach der Verfinsterung, so kann man annehmen, daß die beiden Sterne durch gegenseitige Anziehung verlängert sind. Wir setzen also voraus, daß die Komponenten gleichförmige Ellipsoide sind, deren große Achsen mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte zusammenfallen.

34. A. Roberts hat darauf hingewiesen, daß es in diesem Falle nicht möglich ist, aus der Lichtkurve die polare Abplattung zu finden. Ein allgemeiner Beweis dafür kann folgendermaßen geführt werden: Die Größen der scheinbaren elliptischen Sternscheiben sind durch den senkrechten Durchschnitt des Zylinders bestimmt, der die Gesichtslinie zur Achse hat und die beiden Ellipsoide umhüllt. Sind φ, χ und ψ die Winkel, welche diese Achse mit den Hauptachsen des Ellipsoids, $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$, bildet, so ist die Gleichung des Zylinders:

$$\left(\frac{\cos^2\varphi}{a^2} + \frac{\cos^2\chi}{b^2} + \frac{\cos^2\psi}{c^2}\right)\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1\right) = \left(\frac{x\cos\varphi}{a^2} + \frac{y\cos\varphi}{b^2} + \frac{z\cos\psi}{c^2}\right)^2$$

und die Größe eines senkrechten Schnittes:

$$\Omega = \pi(a^2b^2\cos^2\psi + b^2c^2\cos^2\varphi + c^2a^2\cos^2\chi)^{\frac{1}{2}}.$$

Führt man statt φ, χ, ψ die Winkel $\beta = nt$ und i ein, so wird, wenn c die Umdrehungsachse ist:

$$\Omega = \pi(a^2b^2\cos^2 i + b^2c^2\cos^2\beta\sin^2 i + c^2a^2\sin^2\beta\sin^2 i)^{\frac{1}{2}},$$

oder wenn man $b = q_1 a$, $c = q_2 a$ setzt:

$$\Omega = \pi a^2\cos i\{q_1^2 + q_2^2\,\mathrm{tg}^2 i\,(q_1^2\cos^2\beta + \sin^2\beta)\}^{\frac{1}{2}}.$$

Die Lichtänderung ist offenbar nur abhängig von q_1 und $q_2\,\mathrm{tg}\,i$; man kann also vorläufig $q_2 = q_1$ nehmen, so daß die Ellipsoide Umdrehungskörper werden, deren große Achsen mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte zusammenfallen. Hat man dann q_1 und i aus der Lichtkurve bestimmt, so kann man q_2 durch geeignete Änderung von $\mathrm{tg}\,i$ so wählen, daß das Achsenverhältnis den Gesetzen der Gleichgewichtsfiguren rotierender Gasmassen möglichst gut entspricht.

Sind die Körper nur wenig von der Kugelgestalt verschieden, so ist annähernd

$$b - c = \tfrac{2}{3}(a - b).$$

Für mehr verlängerte Ellipsoide können Darwins Gleichgewichtsfiguren für gleiche homogene, inkompressible Flüssigkeitsmassen zur Richtschnur dienen. Russell fand, daß die Achsenverhältnisse mit merkwürdig großer Annäherung dargestellt werden können durch die empirischen Formeln:

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{1 - 4.4\,a^3}{1 + 3.1\,a^3}, \qquad \frac{c^2}{a^2} = \frac{1 - 3.4\,a^3}{1 + 8.6\,a^3},$$

wenn der Abstand der Mittelpunkte als Längeneinheit gewählt wird.

35. Ellipsoidische Sterne ohne Randverdunklung. Wir bezeichnen mit a_1, b_1 die große und die kleine Achse des größeren, mit $a_2 = k a_1$, $b_2 = k b_2$ die Achsen des kleineren Ellipsoids, mit d_1 und $d_2 = k d_1$ die großen Achsen der beiden elliptischen Projektionen, deren kleine Achsen b_1 und b_2 konstant bleiben; ferner mit l_1 und l_2 die Lichtmengen, die von jedem der Sterne ohne Verfinsterung zu uns kommen würden, und mit L_1 und L_2 deren Maximalwerte.

Solange beide Ellipsen einander nicht teilweise bedecken, ist

$$\frac{l_1}{L_1} = \frac{l_2}{L_2} = \frac{l_1 + l_2}{1} = \frac{d_1}{a_1} = \frac{d_2}{a_2}.$$

Bedeutet φ den Winkel der Gesichtslinie mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte und ε die Exzentrizität des Meridianschnittes, so ist

$$d_1 = a_1(1 - \varepsilon^2 \cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad \cos\varphi = \sin i \cos\theta.$$

Bezeichnen wir den verfinsterten Flächenteil der kleineren Scheibe zur Zeit t mit α, so ist die zu uns gelangende Lichtmenge ausgedrückt durch

$$(34) \qquad l = l_1 + (1 - \alpha)\, l_2 = (1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \cos^2\theta)^{\frac{1}{2}} \{L_1 + (1 - \alpha)\, L_2\}.$$

a) Um α zu berechnen, merke man, daß diese Größe nur von den Verhältnissen $d_1 : d_2 : \delta$ abhängt, nicht aber von ε. Folglich kann man zur Berechnung von α die Ellipsen durch zwei Kreise ersetzen, deren Halbmesser 1 und k sind, und deren Mittelpunkte um $\rho' = \delta / d_1$ voneinander abstehen. Da nun $\alpha = f(k, \rho')$ ist, so findet man durch Umkehrung:

$$\rho' = \varphi(k, \alpha).$$

b) Das Produkt $\varepsilon^2 \sin^2 i = z$ erhält man auf folgende Weise: Solang keine Verfinsterung eintritt, ist

$$l^2 = 1 - z \cos^2\theta \quad \text{oder} \quad z \cos^2\theta = 1 - l^2.$$

Aus Punkten der Lichtkurve an beiden Seiten und in der Nähe der Maxima ($\theta = 90^0$ und $\theta = 270^0$) läßt sich z graphisch oder durch Ausgleichung bestimmen. Ebenso kann man verfahren, wenn die beiden Sterne einander nahezu berühren, denn der verfinsterte Teil ist anfangs sehr klein (von der Ordnung $\cos^3\theta$). Ist auf diese Weise z gefunden, so kann die Lichtkurve „berichtigt“ werden. Die Sterngrößen sind bekanntlich dem Logarithmus der Lichtintensität proportional; daher läßt sich jener Teil der Lichtänderung, der von der Elliptizität der Sterne verursacht ist, nach (34) durch einfache Subtraktion eliminieren; es bleibt dann eine Kurve vom gewöhnlichen Algoltypus mit konstantem Lichte zwischen den Minima übrig.

c) Da $\rho_n = \rho_n'(1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\theta_n)^{\frac{1}{2}} = f_n\rho_n'$ ist [vgl. (13) S. 212], nimmt Gleichung (12) jetzt die Form an:

$$\begin{vmatrix} f_n^2\rho_n'^2 & \sin^2\theta_n & 1 \\ f_2^2\rho_2'^2 & \sin^2\theta_2 & 1 \\ f_3^2\rho_3'^2 & \sin^2\theta_3 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Statt dessen kann man schreiben:

$$(35)\qquad \frac{\rho_n'^2-\rho_2'^2}{\rho_2'^2-\rho_3'^2} = \frac{(\sin^2\theta_n-\sin^2\theta_2)f_3^2}{(\sin^2\theta_2-\sin^2\theta_3)f_1^2};$$

Die linke Seite wird gleich $\psi(k, \alpha_n)$ gesetzt, wie oben S. 256, und die sich ergebende Gleichung tritt an die Stelle von (13).

Hat man k bestimmt, so berechnet man θ' und θ'' für den Augenblick der Randberührung und für den Anfang der Totalität, und dann a_1 und i aus

$$(36)\qquad \begin{aligned} f'^2 a_1^2(1+k)^2 &= \cos^2 i + \sin^2 i\sin^2\theta', \\ f''^2 a_1^2(1-k)^2 &= \cos^2 i + \sin^2 i\sin^2\theta''. \end{aligned}$$

Endlich hat man die Elemente:

$$(37)\qquad \varepsilon^2 = z\operatorname{cosec}^2 i, \qquad b_1^2 = a_1^2(1-\varepsilon^2), \qquad a_2 = k a_1, \qquad b_2 = k b_1.$$

d) Bei einer partiellen Finsternis kann man ebenso verfahren. Man setzt wieder

$$\alpha_n = n\alpha_0, \qquad \theta_n = \theta(n), \qquad f_n = f(n), \qquad \alpha_2 = \alpha_0, \qquad \theta_2 = \theta(1) = 0,$$
$$\alpha_3 = \tfrac{1}{2}\alpha_0, \qquad \theta_3 = \theta(\tfrac{1}{2}).$$

Statt (35) erhält man:

$$(38)\qquad \frac{\rho'^2(n)-\rho'^2(0)}{\rho'^2(\frac{1}{2})-\rho'^2(0)} = \frac{\sin^2\theta(n)f^2(\frac{1}{2})}{\sin^2\theta(\frac{1}{2})f^2(n)},$$

die linke Seite wird gleich $\chi(k, \alpha_0, n)$ gesetzt. Die Elemente findet man dann wie im Falle kugelförmiger Sterne.

36. Ellipsoidische Sterne mit Randverdunklung. Die Oberflächenhelligkeit der elliptischen Sternscheibe sei dem Cosinus des Winkels γ zwischen Normale und Visionsradius proportional. Die ganze Lichtmenge, die zum Auge gelangt, ist:

$$(39)\qquad L = I_0 f\cos^2\gamma\, d\sigma,$$

wobei das Integral sich über die sichtbare Hälfte des Ellipsoids erstreckt.

a) Nun seien l, m, n die Richtungscosinus der Normale von $d\sigma$ und λ, μ, ν die des Visionsradius, beide bezogen auf die Hauptachsen des Ellipsoids; dann hat man die beiden Gleichungen:

$$\cos\gamma = l\lambda + m\mu + n\nu,$$
$$L = \tfrac{1}{2}I_0(\lambda^2 f l^2 d\sigma + \mu^2 f m^2 d\sigma + \nu^2 f n^2 d\sigma),$$

die Integrale über das ganze Ellipsoid erstreckt. Die übrigen Integrale, von der Form $\int l m d\sigma$, sind sämtlich Null. Für die Winkel λ, μ, ν gelten die Ausdrücke:

$$\lambda = \sin i \cos\theta, \qquad \mu = \sin i \sin\theta, \qquad \nu = \cos i,$$

wenn i den Winkel des Visionsradius mit der Polarachse des Ellipsoids und θ den Positionswinkel der großen Achse der Äquatorellipse bezeichnet. Setzt man diese Werte in den obigen Ausdruck für L ein, so hat man:

$$L = A\sin^2 i\cos^2\theta + B\sin^2 i\sin^2\theta + C\cos^2 i \tag{40}$$
$$(A = \tfrac{1}{2} I_0 \int l^2 d\sigma, \qquad B = \tfrac{1}{2} I_0 \int m^2 d\sigma, \qquad C = \tfrac{1}{2} I_0 \int n^2 d\sigma).$$

Bei einem Umdrehungsellipsoid mit der Polarachse $2b$ und den Äquatorachsen $2a$ und $2b$ $(a > b)$ erreicht der Ausdruck (40) sein Maximum $L_0 = B = C$ bei $\theta = 90^0$, da $B > A$ ist. Statt (40) kann man hier setzen:

$$L_0 - L = (B - A)\sin^2 i\cos^2\theta.$$

b) Die Konstanten A, B, C für ein dreiachsiges Ellipsoid haben Russell und Shapley durch Reihenentwicklung nach Potenzen der Exzentrizitäten der Hauptschnitte berechnet. Bezeichnet ε die Exzentrizität des Äquators im Revolutionsellipsoid, so ergibt sich:

$$A = \frac{2}{3}\pi b^2 I_0\left(1 - \frac{1}{5}\varepsilon^2 - \frac{4}{35}\varepsilon^4 \cdots\right), \qquad B = \frac{2}{3}\pi a b I_0\left(1 + \frac{1}{10}\varepsilon^2 + \frac{9}{280}\varepsilon^4 \cdots\right),$$
$$a = b\left(1 + \frac{1}{2}\varepsilon^2 + \frac{3}{8}\varepsilon^4 \cdots\right).$$

Folglich:

$$\frac{A}{B} = \frac{A}{C} = 1 - \frac{4}{5}\varepsilon^2 - \frac{16}{175}\varepsilon^4 \cdots$$

und

$$L = L_0\left\{1 - \left(\frac{4}{5}\varepsilon^2 + \frac{16}{175}\varepsilon^4\right)\sin^2 i\cos^2\theta\right\}.$$

Setzt man $L = L_0(1 - Z\cos^2\theta)$, so ist mit genügender Annäherung

$$\varepsilon^2\sin^2 i = z = \frac{5}{4}Z - \frac{5}{28}Z^2.$$

Aus dem Verlauf der Lichtkurve in der nächsten Umgebung des Maximums lassen sich nun Z und z graphisch oder durch Ausgleichung bestimmen. Die Kurve kann vom Einfluß der Elliptizität befreit werden wie im Falle gleichmäßiger Helligkeit. Endlich wende man die Gleichung (35) oder (38) an.

Wie der Einfluß der ellipsoidischen Gestalt auf die Lichtkurve sich geltend macht, sieht man am besten aus den Figuren 31, S. 272 (nach Russell, *ApJ* 36 [1912] Nr 2). In Fig. a ist die Lichtkurve von *W Ursae mai.* ($P = 4^h.0$) dargestellt nach den Beobachtungen von Müller und Kempf (*ApJ* 17 [1903] 201) und von Baldwin (*MN* 69 [1908] 78—90). Fig. b ist die „berichtigte", d. h. vom Einfluß der Elliptizität befreite Lichtkurve desselben Sterns, bei einem Achsen-

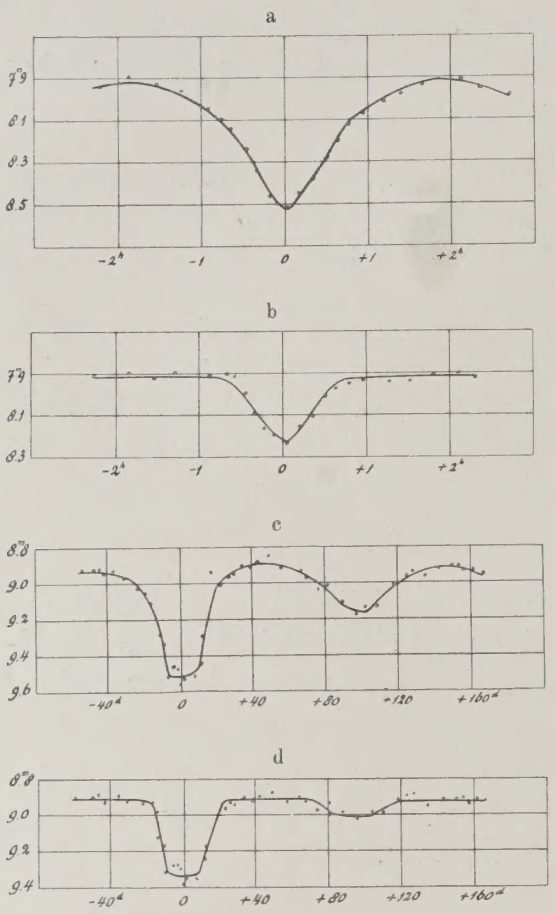

Fig. 31.

verhältnis 4 : 3. Die Figuren c und d stellen die beobachtete und die berichtigte Lichtkurve von *W Crucis* dar ($P = 198^{d}.5$), jene nach den photographischen Ausmessungen von Miss Leavitt (Harvard 1906), diese nach Russells Berechnung, bei einem Achsenverhältnis 13 : 11.

37. Ellipsoidische Sterne (entweder vielfache oder einfache) können auch ohne Verfinsterung lichtveränderlich erscheinen. Wenn eine rotierende leuchtende Masse die Reihe der ellipsoidischen Gleichgewichtsfiguren bis zum kritischen Ellipsoid durchläuft, so wird ihre Helligkeit, von der Erde aus gesehen, sich nicht periodisch ändern, bis sie die Gestalt des Jacobischen dreiachsigen Ellipsoids erreicht. Von da an wird sie, falls die Umdrehungsachse nicht mit der Gesichtslinie zusammenfällt, bei jeder Umdrehung zwei gleiche Maxima und zwei gleiche Minima zeigen. Das Maximum der Lichtänderung tritt beim kritischen Ellipsoid ein, wenn die Umdrehungsachse senkrecht zur Gesichtslinie steht. Die scheinbare Lichtintensität wird dann in der *U*-Hypothese durch die Formel ausgedrückt:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \theta},$$

wo $\theta = 2\pi/P$ ist und ε die Exzentrizität des Hauptschnittes, der die Halbachsen a und b habe, bezeichnet. Im Minimum ist $L = L_0 b/a = 0.432\, L_0$ und die Amplitude in Größenklassen gleich 0.91. Bedeutet i wieder die Neigung der Drehachse gegen die Gesichtslinie, so wird im allgemeinen die Lichtänderung

$$\text{in der } \textit{U}\text{-Hypothese:} \quad L = L_0 (1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}},$$
$$\text{in der } \textit{D}\text{-Hypothese:} \quad L = L_0 (1 - Z \cos^2 \theta),$$

während die Größe Z hier den Wert annimmt:

$$Z = \left(\frac{4}{5}\varepsilon^2 + \frac{16}{175}\varepsilon^4 \cdots\right) \sin^2 i.$$

Shapley fand, daß durch diese Formeln der Lichtwechsel von *RU Camelopardalis*, *SZ Tauri* und *S Antliae* befriedigend dargestellt werden kann. Seine Hauptergebnisse sind folgende:

Stern:	*RU Camelopardalis*		*SZ Tauri*		*S Antliae*	
Periode	$22^d.17$		$3^d.15$		$0^d.324$	
Amplitude	7.93 — 8.83		7.17 — 7.73		6.37 — 6.72	
Hypothese:	*U*	*D*	*U*	*D*	*U*	*D*
ε^2	0.82	0.62	0.67	0.47	0.475	0.33
b/a	424	617	574	728	724	819
c/a	341	443	421	490	489	524
$\omega^2/2\pi\rho$	1406	1706	1656	1794	1794	1844
ρ	00003	00003	0014	0013	119	116

Die Neigung $i = 90^0$ gesetzt, gibt $b/a = \sqrt{1-\varepsilon^2}$. Die Größen c/a und $\omega^2/2\pi\rho$ sind aus den Darwinschen Zahlen (S. 251) interpoliert, Einheit der Dichte ist die Sonnendichte. Merkwürdigerweise stimmt der Wert b/a für *RU Camelopardalis* in der *U*-Hypothese ungefähr mit dem des kritischen Ellipsoids überein.

Einen ähnlichen Fall bietet der spektroskopische Doppelstern π^5 *Orionis*. Nach Stebbins (*ApJ* 51 [1920] 218) ist sein Lichtwechsel stetig und hat eine Amplitude von $0^M.05$; die Lichtperiode beträgt die Hälfte der spektroskopischen Periode. Da keine Verfinsterungen eintreten, wird der ganze Lichtwechsel durch die ellipsoidische Gestalt der beiden Komponenten verursacht. Die Verlängerung der hellen Komponente soll etwa 5% betragen.

D. Störende Umstände physikalischer Natur.

Die in diesem sechzehnten Kapitel entwickelte Theorie der Lichtveränderlichkeit von Doppelsystemen ist wesentlich auf geometrische Betrachtungen gegründet. Tatsächlich jedoch sind physische Umstände im Spiel, die das rein geometrische Bild einer Theorie verzerren. In diesem Sinne können sie als Störungen aufgefaßt werden.

Eine Reihe derartiger Einflüsse sind schon im dreizehnten Kapitel unter C (S. 226) in Form von Einzelaufgaben behandelt worden. Wir fügen ihnen hier noch zwei hinzu: die gegenseitige Bestrahlung der Sterne und die Exzentrizität ihrer Bahn, um zu zeigen, wie die aufgestellten Formeln durch diese Einflüsse geändert werden.

Zuletzt wird aus der Vergleichung der photometrischen und spektroskopischen Bahnelemente auf eine mögliche Verfälschung der letzteren durch den Einfluß der Achsendrehung der beiden Komponenten geschlossen.

38. Infolge der gegenseitigen Bestrahlung werden die einander zugewandten Halbkugeln eines Doppelsystems etwas heller sein als die voneinander abgewandten. Die Helligkeiten der zugewandten Hälften seien $l_1 + c_1$ und $l_2 + c_2$,

die der abgewandten $l_1 - c_1$ und $l_2 - c_2$. Solang die Verfinsterung nicht eingetreten ist, wird die Lichtänderung des Systems durch die Formel ausgedrückt:

$$l = l_1 + l_2 + (c_2 - c_1)\cos\theta \sin i. \tag{41}$$

Russell nimmt an, daß die Energiemenge, die der eine Begleiter vom andern empfängt, dem Produkt der Gesamthelligkeit des strahlenden und dem Flächeninhalt des empfangenden Sterns proportional sei. Hieraus folgt, daß c_1 und c_2 im umgekehrten Verhältnis zu den beiden Oberflächenhelligkeiten stehen. Bei kreisförmigen Bahnen sind die Oberflächenhelligkeiten den Lichtverlusten in den beiden Minima proportional. Man hat also:

$$c_1(1 - \lambda_1) = c_2(1 - \lambda_2). \tag{42}$$

Um $(c_2 - c_1)\sin i$ zu bestimmen, wird das periodische Glied von (41) in Sterngrößen (Δm) umgerechnet. Δm ist im allgemeinen eine kleine Größe; man kann daher setzen:

$$\Delta l = (c_2 - c_1)\cos\theta \sin i = 1 - 2.514^{\Delta m} = \Delta m \log nat\, 2.514 \tag{43}$$
$$[\Delta m = -1.08\,(c_2 - c_1)\sin i \cos\theta].$$

Durch Vergleichung von Punkten der Lichtkurve außerhalb der Verfinsterungen, wo $\cos\theta$ gleiche, aber entgegengesetzte Werte hat, ergibt sich das Produkt $(c_2 - c_1)\sin i$. Setzt man, wie hier immer erlaubt ist, $\sin i = 1$, so sind c_1 und c_2 nach (42) und (43) bekannt.

Die weniger hellen Halbkugeln werden offenbar nie verfinstert. Macht man sie gleich hell wie die einander zugewandten Halbkugeln, so wird die Gesamthelligkeit des Systems während der ganzen Periode der Lichtänderung um einen Betrag gleich $c_1(1 + \cos\theta) + c_2(1 - \cos\theta)$ erhöht. Vermehrt man also die beobachteten Lichtintensitäten um diesen Betrag, so erhält man den Lichtwechsel eines Doppelsystems von gleichmäßig leuchtenden Sternen.

Ist die Bahn exzentrisch, so kann der Einfluß der Flutstörung auf den Lichtwechsel durch periodische Glieder wie

$$\Delta m = a\cos\theta + b\sin\theta$$

dargestellt werden. Das erste Glied, $a\cos\theta$, läßt sich von der Wirkung der Bestrahlung nicht trennen; das andere, $b\sin\theta$, verursacht einen Helligkeitsunterschied in den beiden Maxima.

39. Um den Einfluß der Bahnexzentrizität auf die Lichtschwankung in Rechnung zu bringen, nehmen wir die beiden Körper kugelförmig und die Exzentrizität der Bahn so klein, daß ihre zweite Potenz vernachlässigt werden kann. Dabei gehen wir von der Gleichung aus [siehe (13) S. 212]:

$$\rho^2 = r^2(1 - \cos^2\beta \sin^2 i).$$

Wird die Zeit (t_c) von der Konjunktion aus gerechnet und $t_c 2\pi/P = \theta_c$ gesetzt, so erhält man die Werte von $\cos^2\beta$ und r^2 aus den Gleichungen:

$$\beta = \omega + v - \frac{\pi}{2} = \omega - \frac{\pi}{2} + M + 2e\sin M \cdots$$
$$= \theta_c + 2g\sin\theta_c - 2h(1-\cos\theta_c);$$
$$\cos^2\beta = \cos^2\theta_c - \sin 2\theta_c\{2g\sin\theta_c - 2h(1-\cos\theta_c)\}\cdots;$$
$$r = a(1 - g\cos\theta_c + h\sin\theta_c + \cdots), \qquad r^2 = a^2(1 - 2g\cos\theta_c + 2h\sin\theta_c \cdots).$$

Diese Werte in die Gleichung für ρ^2 eingesetzt, liefern:

$$\rho^2 = a^2\{1 - \cos^2\theta_c\sin^2 i - 2g\cos\theta_c(1 - 2\sin^2 i + \cos^2\theta_c\sin^2 i) +$$
$$+ 2h\sin\theta_c(1 - 2\cos\theta_c\sin^2 i + \cos^2\theta_c\sin^2 i)\}$$
$$= a^2\{1 - 2g\cos\theta_c(1 - 2\sin^2 i) - \cos^2\theta_c\sin^2 i(1 + 2g\cos\theta_c)\} +$$
$$+ 2h\sin\theta_c(1 - 2\cos\theta_c\sin^2 i + \cos^2\theta_c\sin^2 i).$$

Das letzte Glied ist meistens sehr klein und kann vernachlässigt werden; das erste schreiben wir in der Form:

$$\rho^2 = A^2(1 - \cos^2\theta_c\sin^2\gamma). \tag{44}$$

Die Werte von A und γ sind bestimmt durch

$$A = a\{1 + g\cos\theta_c(1 - 2\cos^2 i)\},$$
$$\sin\gamma = \sin i\,(1 + 2g\cos\theta_c\cos^2 i). \tag{45}$$

Ähnlich findet man für das zweite Minimum, wenn man g durch $-g$, h durch $-h$ ersetzt:

$$\rho^2 = B^2(1 - \cos^2\theta_c'\sin^2\gamma'),$$
$$B = a\{1 - g\cos\theta_c'(1 - 2\cos^2 i)\}, \tag{46}$$
$$\sin\gamma' = \sin i\,(1 - 2g\cos\theta_c'\cos^2 i).$$

Die Ausdrücke für ρ^2 in (44) und (46) kann man so auffassen, als handle es sich um kreisförmige Bahnen zweier Körper mit Halbmessern r_1 und r_2, deren Radien und Neigungen A und γ bzw. B und γ' sind. Diese Größen enthalten zwar noch die Veränderlichen $g\cos\theta_c$ und $g\cos\theta_c'$, man kann diese aber mit großer Annäherung durch ihren Mittelwert ηg ersetzen. Ist ζ der Wert von θ' am Anfang und Ende der Finsternis, so ist $\eta = \sin\zeta/\zeta$ oder annähernd $\eta = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\cos\zeta$. Setzt man also

$$A_m = a\{1 + g\eta(1 - 2\cos^2 i)\}, \qquad \sin\gamma_m = \sin i\,(1 - 2g\eta\cos^2 i),$$
$$B_m = a\{1 - g\eta(1 - 2\cos^2 i)\}, \qquad \sin\gamma_m' = \sin i\,(1 + 2g\eta\cos^2 i)$$

und nimmt als Längeneinheit den Halbmesser des größeren Körpers, so findet man:

$$r_1 = 1, \qquad r_2 = k, \qquad a = \frac{A_m + B_m}{2}, \qquad \sin i = \frac{\sin\gamma_m + \sin\gamma_m'}{2},$$
$$2g\eta = \frac{A_m - B_m}{A_m + B_m} - \frac{\sin\gamma_m - \sin\gamma_m'}{\sin\gamma_m + \sin\gamma_m'},$$

während h aus der bekannten Gleichung

$$2h(1+\operatorname{cosec}^2 i) = n(t_s - t_p) - \pi$$

gefunden wird, worin t_s und t_p die Zeiten des Neben- und des Hauptminimums bedeuten. Meistens ist jedoch das Nebenminimum nicht genau genug bekannt, um daraus B_m und γ_m' und folglich g zu bestimmen. Hiernach hat man zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Zeigt das Hauptminimum eine konstante Phase, so bestimmt man nach der üblichen Methode die Elemente k, A_m und γ_m, macht dann verschiedene Annahmen über g, berechnet die zugehörigen Werte

$$B_m = A_m(1+2g\eta), \qquad \sin\gamma_m' = \sin\gamma_m(1+4g\eta) \tag{47}$$

(wo in erster Annäherung $\cos^2 i = 1$ gesetzt ist), und wählt schließlich von g den Wert, der dem Nebenminimum am besten genügt.

2. Ist keine konstante Phase im Hauptminimum vorhanden, so setzt man den im Minimum verdeckten Bruchteil des Lichtes des kleineren oder größeren Sterns beziehungsweise gleich α_1 oder α_2, und man hat, nach den obigen Bezeichnungen, bei gleichmäßig leuchtenden Sternen:

$$\lambda_1 = 1-\alpha_1 L_2, \qquad \lambda_2 = 1-\alpha_2 k^2 L_1, \qquad L_1+L_2 = 1,$$
$$\frac{1-\lambda_1}{\alpha_1} + \frac{1-\lambda_2}{\alpha_2 k^2} = 1. \tag{48}$$

Bei dunkelrandigen Sternen muß man k^2 in (48) durch $Q(k, \alpha_2)$ ersetzen.

Sind beide Minima genügend durchbeobachtet, so liefern sie zwei Gleichungen von der Form:

$$\chi(k, \alpha_1, \tfrac{1}{4}) = \text{konst.}_1, \qquad \chi(k, \alpha_2, \tfrac{1}{4}) = \text{konst.}_2, \tag{49}$$

aus denen in Verbindung mit (48) α_1, α_2 und k gefunden werden.

Ist nur das Hauptminimum genügend bekannt, so mache man verschiedene Annahmen über k und bestimme aus (48) und von den Gleichungen (49) aus der dem Hauptminimum entsprechenden die zugehörigen Werte von α_1 und α_2. Dann hat man im Minimum (vgl. oben S. 218):

$$\rho_1 = \varphi(k, \alpha_1) = (1-g)\cos i, \qquad \rho_2 = \varphi(k, \alpha_2) = (1+g)\cos i,$$

und hieraus findet man:

$$g = \frac{\varphi(k, \alpha_2) - \varphi(k, \alpha_1)}{\varphi(k, \alpha_2) + \varphi(k, \alpha_1)}.$$

Endlich bestimme man die Kreiselemente, die das Hauptminimum am besten darstellen, und dann die zugehörigen Größen B_m und γ_m'.

Nach wenigen Versuchen findet man bald, zwischen welchen Grenzen ein annehmbarer Wert von k liegen muß. Je weiter diese Grenzen sind, desto unbestimmter wird die Lösung.

40. Vergleichung der photometrischen und spektroskopischen Bahnelemente der Bedeckungsveränderlichen.

a) In seinen Untersuchungen über Bedeckungsveränderliche (*AN* 216 [1922] Nr 5174/75) lenkt Hellerich die Aufmerksamkeit auf die Differenzen zwischen den Zeiten der Lichtminima und den Konjunktionszeiten, die bei mehreren Algolsternen festgestellt sind. Diese Differenzen seien zwar nicht so groß, daß dadurch die Zulässigkeit der Bedeckungshypothese in Frage gestellt würde, aber sie erreichten doch bei einzelnen Sternen Beträge, die sich nicht durch Beobachtungsfehler erklären ließen. So betrage das Zeitintervall (spektroskopische Konjunktion minus photometrische Epoche) bei *Algol* -73^m, bei δ *Librae* -112^m, bei *RZ Cassiopeiae* $+44^m$, bei *R Canis mai.* $+88^m$ usw. Theoretisch allerdings ergebe sich bei Bewegung in elliptischen Bahnen ein geringer Zeitunterschied [vgl. (23) und (24) S. 214/15], dieser könne aber bei den hier in Frage kommenden Exzentrizitäten ganz vernachlässigt werden.

b) Die Abhandlung Hellerichs enthält 15 Algolsterne, für welche gut verbürgte photometrische und spektroskopische Bahnelemente vorhanden sind. Aus der Übersichtstabelle dieser Elemente lassen sich nach Hellerich mehrere Sätze ableiten, die wir folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Werte der obengenannten Zeitdifferenzen und die den photometrischen Epochen entsprechenden Argumente der Breite (die für das Haupt- und Nebenminimum gleich 90^0 und gleich 270^0 sein müßten) zeigen einen Gang mit der Periastronlänge.

2. Die Abweichungen dieser Argumente der Breite von 90^0 und 270^0 sind ungefähr von der Größenordnung der Mittelpunktsgleichung und stimmen mit ihr dem Sinne nach überein. Hiernach treten die photometrischen Minima ein, als ob die Komponenten sich in kreisförmigen und nicht in den spektroskopisch bestimmten Bahnen bewegten. Mit diesem Ergebnis stimmt die Tatsache, daß

3. die Zeitdifferenzen (Nebenminimum minus Hauptminimum) den Werten der halben Perioden viel näher kommen als die Zeitdifferenzen der entsprechenden spektroskopischen Konjunktionen (β *Persei*, *u Herculis*, *R Canis mai.*, λ *Tauri*, *RZ Cassiopeiae*).

4. Die Abweichungen $B - R$ im Sinne: beobachtete minus aus den Bahnelementen hergeleitete Radialgeschwindigkeiten haben vor der Konjunktion positive, nach der Konjunktion negative Werte.

c) Um diese systematischen Unstimmigkeiten zwischen den spektroskopischen und photometrischen Epochen zu erklären, nimmt Hellerich an, daß infolge der Achsendrehung der Komponenten eines Algolsystems merkliche Verfälschungen der von der Bahnbewegung herrührenden Radialgeschwindigkeiten eintreten können. Vorausgesetzt, daß Umdrehungs- und Umlaufszeit in der Bahn einander gleich sind, wird die Achsendrehung, nach Hellerichs eigenen Worten, folgenderweise auf die Linienverschiebung einwirken:

„Solang keine Bedeckung der Komponenten erfolgt, bewirkt die Rotation nur eine symmetrische Verbreiterung, aber keine Verschiebung der Linien. Aber während der Finsternis wird vor bzw. nach der oberen Konjunktion der hellen Komponente nur der in Richtung der Bewegung vorangehende bzw. folgende Rand der hellen Komponente bedeckt. Dementsprechend werden während der einzelnen Phasen der Finsternis die Spektrallinien um Beträge verschoben erscheinen, die der Summe der in Richtung des Visionsradius fallenden Komponenten der Bahn- und der Rotationsgeschwindigkeit der uns zu der betreffenden Phase sichtbaren Oberflächenteile der hellen Komponente entsprechen.

„Es treten also zur Zeit der oberen Konjunktion der hellen Komponente Zusatzgeschwindigkeiten auf, welche stets eine Vergrößerung der absoluten Werte der wahren von der Bahnbewegung herrührenden Radialgeschwindigkeit bewirken. Zur Zeit der betreffenden Konjunktion verläuft also die Geschwindigkeitskurve steiler, als der wirklichen Bahnbewegung entspricht. Für den Fall einer Kreisbahn folgt, da das Periastron stets auf dem steiler verlaufenden Kurvenzweige liegt, daß das aus den durch Rotationseinflüsse, wie sie eben beschrieben sind, verfälschten Beobachtungen ermittelte Periastron in der Nähe der oberen Konjunktion der hellen Komponente liegen muß. Die tatsächlich beobachtete Verteilung der Periastronlängen ist auch eine dementsprechende. Das starke Überwiegen der Periastronlängen im ersten Quadranten deutet darauf hin, daß unter den Bahnen, deren Periastronlängen zwischen 0^0 und 90^0 liegen, Kreisbahnen vorhanden sind, deren Beobachtungen durch die eben angegebenen Einflüsse verfälscht sind, ein Ergebnis, welches mit den photometrischen Beobachtungen der sekundären Minima mehrerer dieser Sterne im Einklang steht, die ebenfalls Kreisbahnform anzeigen (λ *Tauri*, *u Herculis*, β *Persei*).“

Eine Bestätigung dieser Erklärung findet Hellerich in der Tatsache, daß bei Annahme einer Kreisbahn statt der elliptischen (spektroskopischen) Bahn die Differenzen der photometrischen und spektroskopischen Epochenzeiten bei β *Persei* von -73^m auf $+13^m$, bei *u Herculis* von -26^m auf -7^m, bei *RZ Cassiopeiae* von $+44^m$ auf $+2^m$ vermindert werden. Bei λ *Tauri* wachse bei dieser Annahme die Differenz zwar von -27^m bis auf -43^m, aber hier sei der mittlere Fehler einer photometrischen Normalepoche $\pm 40^m$. Außerhalb der Finsternis sei die Darstellung der Beobachtungen durch die Kreisbahnelemente ebenso befriedigend wie die Darstellung durch die elliptischen Bahnelemente. Auch die beobachtete Breite der Linien könne der Größenordnung nach durch die Annahme der Achsendrehung der Komponenten erklärt werden.

Die Größe der durch die Achsendrehung erzeugten Verfälschungen lasse sich aus dem vorhandenen Beobachtungsmaterial nicht quantitativ bestimmen, denn mit der Wirkung einer uns unbekannten Randverdunklung der sichtbaren Sternscheiben vermischten sich noch andere störende Einflüsse, wie der Blendeffekt des Spektrums der zweiten Komponente, sekundäre Wellen und langperiodische Bewegungen des Schwerpunkts. Es sei also verfrüht, mit Hilfe spektroskopischer

Elemente Fragen wie die Dispersion des Lichtes im Weltraum oder die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit der Lichtquelle lösen zu wollen. Auch die Erklärung der periodischen Schwankungen der photometrischen Epochenzeiten durch eine Apsidenbewegung erscheine jetzt in einem ganz andern Lichte. Wie Hellerich nachgewiesen hat, wird bei keinem der drei bisher in dieser Hinsicht untersuchten Sterne (β *Persei*, *RZ Cassiopeiae*, λ *Tauri*) die aus den photometrischen Beobachtungen abgeleitete Apsidenbewegung durch die spektroskopischen Beobachtungen bestätigt. Daraus könne man aber, wenn die spektroskopischen Elemente nicht richtig sind, keine Schlüsse ziehen.

Bemerkt sei noch, daß die beschriebenen Rotationswirkungen sich nicht immer zeigen. Hellerich fand, daß bei den drei Sternen mit Kreisbahnelementen: bei β *Aurigae*, *TX Herculis* und *VV Orionis*, sowie bei δ *Orionis* mit einer Bahnexzentrizität von 0.010 die photometrischen und spektroskopischen Beobachtungen übereinstimmen. Dagegen ergaben sich bei 1 Hev. *Cassiopeiae* aus den lichtelektrischen und den spektroskopischen Beobachtungen verschiedene Werte der Exzentrizität und der Periastronlänge.

Anhang I. Die Meteoritenhypothese Lockyers.

41. Im Anschluß an die Satellitentheorie sei hier noch die Hypothese J. Norman Lockyers erwähnt, der anstatt eines einzigen verdunkelnden Körpers einen Meteorschwarm annimmt, welcher die Lichtschwankung des Sterns verursachen soll. Dieser Erklärungsversuch gründet sich auf Lockyers allgemeine Meteoritenhypothese über den Ursprung und die Entwicklung der kosmischen Systeme; er ist nicht mathematisch ausgearbeitet, dürfte aber seinen geschichtlichen Wert behalten. Die Hauptgedanken Lockyers[1] sind folgende:

a) „Regular Variability. All regular variability in the light of cosmical bodies is caused by the revolution of one swarm or body round another (or their common centre of gravity).

„In the case of the revolution of one swarm round another an elliptic orbit is assumed, and the increase of the light at maximum is produced by collisions among the meteorites at periastron.

„In the case of the revolution of a swarm round a condensed body, the increase of the light at maximum is produced by the tidal action set up in the secondary swarm.

„In the case of one condensed body revolving round another, the reduction of the light at minimum is caused by an eclipse of one body by the other. This can only happen when the plane of revolution of the secondary body passes very nearly through the earth."

b) „Irregular Variability. All irregular variability in the light of cosmical bodies is caused (a) by the revolution of more than one swarm or body round

[1] The Meteoritic Hypothesis, London 1890, 475—479.

another (or their common centre of gravity); or (b) by the interpenetration of meteoritic sheets or streams.

„In the case of the revolution of more than one swarm round another in elliptic orbits, the irregular maxima are caused by differences of period and periastric conditions."

Sind beide Komponenten nicht-kondensierte Meteoritenschwärme, dann hat man nach Lockyer wie folgt zu unterscheiden:

„We may consider three cases of revolution. Taking that first in order which will give us the greatest light range, we find that this obviously will occur in those systems in which the orbits are most elliptic and the periastric distances least.

„On the other hand a mean ellipticity will give us a mean range.

„In these two cases, in order to account for the greatest difference in luminosity at periastron passage, we have supposed the minor swarm to be only involved in the larger one during a part of its revolution, but we can easily conceive a condition of things in which its orbit is so nearly circular that it is almost entirely involved in the larger swarm. Under these conditions, collisions would occur in every part of the orbit, and they would only be more numerous at periastron in the more condensed central part of the swarm, and it is to this that I ascribe the origin of the phenomena in those systems — small in number — in which the variation of light is very far below the normal range, one or two magnitudes instead of six or seven."

Anhang II. Verschleierungsveränderliche.

Bevor wir zur Behandlung der einzelnen Bedeckungsveränderlichen schreiten, müssen wir noch zwei Klassen von Veränderlichen besprechen, bei denen höchstwahrscheinlich eine Verdunklung durch vorüberziehende Nebelwolken (mit oder ohne Zusammenstöße) im Spiel ist, und die deshalb Verschleierungsveränderliche genannt werden können. Es sind dies die *R Coronae*-Sterne und die Veränderlichen im Orionnebel.

42. Über die mit *R Coronae borealis* verwandten veränderlichen Sterne handelt Ludendorff in Nr 5010 der *AN* (1919). Zu dieser Klasse gehören *RY Sagittarii*, *SU Tauri*, *T Orionis*, *X Persei* und *U Lupi*, und wahrscheinlich auch *T Tauri*, *R Monocerotis* und *R Coronae australis*. Von der galaktischen Anhäufung noch abgesehen, die den Neuen und den *R Coronae*-Sternen mit mehreren andern Klassen von Sternen gemeinsam ist, sind mehrere Anzeichen vorhanden, die nach Ludendorff einen Zusammenhang zwischen den beiden erstgenannten Klassen vermuten lassen. So zeigen einige unter den *R Coronae*-Sternen in ihrem Spektrum Eigentümlichkeiten (wie das Auftreten heller Linien), die an die Novae erinnern.

„Ferner ist hervorzuheben", sagt Ludendorff, „daß nicht nur *R Monocerotis* und *R Coronae australis*, sondern auch *T Tauri* und *T Orionis* in Nebeln liegen[1];

[1] *T Tauri* hat einen kleinen Nebelschweif, der veränderlich ist. Auch *R Monocerotis* und *R Coronae australis* liegen an der Spitze veränderlicher, einem kleinen Kometenschweife ähnlicher Nebel.

einen engen Zusammenhang mit Nebeln nimmt man aber auch bei den Neuen Sternen an. Es scheinen also tatsächlich gewisse Parallelen zwischen den Neuen Sternen und den Sternen der *R Coronae*-Klasse angedeutet zu sein, so unwahrscheinlich das zunächst auch klingen mag. Diese Beziehungen werden aber vollkommen verständlich, wenn man sich überlegt, auf welche Weise die merkwürdigen Lichtschwankungen der *R Coronae*-Sterne zu erklären sein können. Das charakteristische Merkmal der Lichtkurven — die oft sehr lange andauernde Konstanz in einer normalen Helligkeit, unterbrochen durch meist scharf einsetzende Minima — findet eine einfache Deutung, wenn wir annehmen, daß sich vor dem Stern zeitweise absorbierende kosmische Nebel — oder Staubmassen — vorüberbewegen.... Ist eine solche Nebelwolke regelmäßig geformt, so können Minima zustande kommen, die denen der Algolsterne ähneln, wie wir solche bei *R Coronae* und *SU Tauri* festgestellt haben. Sind dagegen die Nebelwolken von unregelmäßiger Struktur und wechselnder Durchsichtigkeit, so kann die Lichtkurve während des Minimums die verschiedensten Formen annehmen.

„Diese einfache Hypothese würde genügen, wenn nicht ein so erheblicher Teil der *R Coronae*-Sterne ein eigentümliches Spektrum mit hellen Linien zeigte. Dieser Umstand zwingt zu der Annahme, daß sich der Stern nicht einfach hinter, sondern wenigstens zeitweise in den Nebelwolken befinden muß. Die Bewegung durch die Wolke hindurch wird in dem Spektrum jene Eigentümlichkeiten erzeugen, so wie das nach der Seeligerschen Theorie auch bei den Neuen Sternen zutrifft; nur sind bei den *R Coronae*-Sternen die Änderungen augenscheinlich nicht so durchgreifender Natur und daher auch nicht mit so starker Helligkeitszunahme verbunden, die Absorption durch die Wolke überwiegt jedenfalls die letztere. Ein gelegentliches Anwachsen über die normale Helligkeit, wie wir es bei *RY Sagittarii* in einem Falle festgestellt haben, läßt sich aber hiernach leicht erklären. Die durch die Bewegung innerhalb der Wolken entstandenen hellen Linien können auch in den auf die Minima folgenden Zeiten normaler Helligkeit, während deren sich kein absorbierendes Medium zwischen Beobachter und Stern befindet, bestehen bleiben, zumal es recht wohl möglich ist, daß sich der Stern auf seiner Wanderung durch die Wolke mit einer Nebelatmosphäre umgeben hat."

Eine Bestätigung dieser letzteren Möglichkeit findet Ludendorff im Spektrum von *T Tauri*. Nach ihm ragen hier die hellen Linien von *H*, *He*, *Ca* (und einige andere, nicht identifizierte Linien) über das kontinuierliche Spektrum hervor, was auf eine ausgedehnte Atmosphäre hindeute.

43. Ein anderes Beispiel einer durch Verfinsterung und vielleicht Reibung im Nebel verursachten Lichtschwankung bieten vermutlich die zahlreichen Veränderlichen im großen Orionnebel. Darüber handelt Shapley in seinen „Studies on the Colors and Magnitudes in Stellar Clusters" Nr XI (*ApJ* 49 [1918] 260). Gehören diese Veränderlichen, sagt er, wirklich zur Sterngruppe jenes Nebels, so bilden sie eine merkwürdig große Anhäufung von Sternen geringer Leuchtkraft.

Die mehr als hundert Veränderlichen innerhalb zwei oder drei Grade vom Trapez sind fast alle in ihrem hellsten Lichte schwächer als die 14te photographische Größe, und manche erreichen nie die 15te Größe. Nimmt man für die Nebelgruppe die Kapteynsche Parallaxe 0″.0054 an, so ist die mittlere absolute Helligkeit im Maximum nur $\frac{1}{10}\odot$ und im Minimum weniger als $\frac{1}{20}\odot$. Demnach wären es Zwergsterne, während alle andern Veränderlichen typische Beispiele hoher Leuchtkraft sind.

Falls diese Sterne wirklich in enger Verbindung mit den Nebelmassen stehen, so wäre es nach Shapley nicht ausgeschlossen, daß sie sich noch im Vor-Riesenstadium ihrer Entwicklung befinden. Es sei aber bis jetzt nicht möglich zu entscheiden, ob sie zu der Nebelgruppe von hellen Sternen gehören und physischen Änderungen unterliegen, oder ob sie größtenteils weiter von uns entfernt sind als die übrigen Orionsterne und ihr Lichtwechsel der zufälligen Bedeckung durch vorüberziehende Nebelwolken zuzuschreiben ist. Die meisten Anzeichen deuten darauf hin, sagt Shapley, daß diese Veränderlichen typische Zwergsterne innerhalb des Nebels sind, und daß ihre schwachen, unperiodischen Lichtschwankungen durch Reibung mit unregelmäßigen Nebelschleiern verursacht werden, deren differentielle Verschiebungen spektroskopisch nachgewiesen sind. Wir hätten also hier die gleiche, allerdings in sehr beschränktem Maße wirkende Ursache, die auch das Aufflammen einer Nova nach Seeligers Theorie befriedigend erklärt.

Siebzehntes Kapitel.

Der Doppelstern β *Persei*.

A. Die einfachen Bahnelemente.

44. Bei den frühesten Berechnungen der Bahnelemente wurde die Doppelsternnatur des *Algol*systems einfach vorausgesetzt. Wir erwähnen zuerst kurz die Ergebnisse der Arbeiten von Klinkerfues, Pickering und Harting.

a) Klinkerfues hat in den Göttinger *Nachrichten* 1865 S. 8 eine erste Berechnung der Bahn *Algols* versucht. Er betrachtet die Bahn von 68 Stunden 49 Minuten Umlaufszeit als nahezu kreisförmig und den Vorübergang des dunklen Begleiters als zentral. „Die Scheiben brauchen demnach 8 Stunden Zeit, [um] die Summen der Durchmesser, [und] 18 Minuten, [um] deren Unterschied, von der Erde aus gesehen, zu durchlaufen. Den gegenseitigen Abstand zur Einheit genommen, würden die Durchmesser der Scheiben = 0.46 und = 0.43 sich ergeben. Ihrer Fläche nach verhielten sich demnach die Scheiben zueinander wie 2116 : 1849, und durch das Vortreten der kleineren dunklen Scheibe würde das Licht der größeren helleren von 2116 auf 267 reduziert, was nahe dem beobachteten Sinken um 2 Größenklassen entspricht.“

Setzt man den Halbmesser des Hauptsterns gleich 1, so hat man für den Halbmesser $\varkappa$ des Begleiters und die Entfernung a nach Klinkerfues die einfachen Bahnelemente:

$$\varkappa = 0.935, \qquad a = 4.348, \qquad e = 0.$$

Die weitere geschichtliche Entwicklung der Algoltheorien bis 1900 ist in der bekannten „Proefschrift" Pannekoeks (1902) S. 7—53 hinreichend dargestellt; es genügt daher, kurz die Hauptsachen wiederzugeben.

b) Die Pickeringsche Arbeit von 1880 ist oben S. 205 f ausführlich behandelt. Als die wahrscheinlichsten Elemente findet er:

$$\varkappa = 0.764, \qquad a = 4.480, \qquad i = 87^{\circ}.0, \qquad e = 0.$$

Die Dauer 2τ der Verfinsterung ist zu $9^{h}\,10^{m}$ angenommen; das Minimum währt nur einen Augenblick bei der innern Randberührung.

c) Harting (Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β *Persei*, 1889) war der erste, der die Differentialformeln für die Variation der Lichtintensität als lineare Funktion der Variation der Bahnelemente entwickelte. Mit ihrer Hilfe findet er als wahrscheinlichste Kreisbahnelemente:

$$\varkappa = 0.7610, \qquad a = 4.5187, \qquad i = 88^{\circ}\,13', \qquad e = 0;$$
$$2\tau = 9^{h}\,12^{m}, \qquad 2\tau' = 56^{m}.$$

Sein weiterer Versuch, die Schönfeldsche Asymmetrie der Bahn durch Annahme einer Exzentrizität von 0.17 zu erklären, muß als verfehlt betrachtet werden, da die Ergebnisse durch Rechenfehler entstellt sind.

45. Der wichtigste Fortschritt in der Theorie der Algolveränderlichen waren die spektrographischen Untersuchungen von Scheiner und Vogel in Potsdam. Bis dahin stand man der Doppelsterntheorie sehr zweifelnd gegenüber, schien doch „ein System, dessen Komponenten in so geringer Entfernung sich befinden, höchst unwahrscheinlich, da es auf keinen Fall den Bedingungen der Stabilität mehr genügen kann" (Harting S. 59). Aber schon im Winter 1888/89 hatten die Spektralaufnahmen ergeben, daß *Algol* vor einem Minimum sich von der Sonne entfernt und nach dem Minimum sich ihr wieder nähert. Spätere Aufnahmen im Herbst 1889 lieferten ein vollkommen übereinstimmendes Ergebnis, so daß die Doppelsternnatur des Systems dadurch außer Zweifel gestellt war.

a) Als Mittel der auf Quadratur reduzierten Geschwindigkeiten findet Vogel:

vor dem Minimum + 39.7 km,
nach dem Minimum — 46.5 km.

Unter der Annahme, daß die Bahn kreisförmig sei und gegen die Gesichtslinie die Neigung Null habe, ist die Geschwindigkeit in der Bahn 42 km, die des

Systems in der Gesichtslinie — 4 km. In Verbindung mit der Lichtkurve findet dann Vogel:

Durchmesser des Hauptsterns . . . = 1700000 km,
Durchmesser des dunklen Begleiters = 1330000 km,
Entfernung der Mittelpunkte . . . = 5180000 km,
Bahngeschwindigkeit des Begleiters = 89 km.

Die Massen der beiden Körper sind $^4/_9$ und $^2/_9$ der Sonnenmasse.

b) Vorausgesetzt ist dabei, daß die beiden Sterne gleiche Dichte haben. Auch wurde für das Zeitintervall zwischen den äußern Randberührungen nicht die ganze Dauer der Lichtänderung angenommen, sondern nur $6^h\ 30^m$, und zwar zwischen den Punkten der Kurve, an denen die Krümmung anfängt merklich zu werden. Jedenfalls hat man sich nach Vogel die beiden Sterne mit mächtigen Atmosphären umgeben zu denken. Die Hülle des Hauptsterns müsse eine große Leuchtkraft, die des mehr abgekühlten Begleiters eine starke Absorptionsfähigkeit besitzen. Die kaum merkliche Biegung der Lichtkurve zu Anfang und Ende lasse sich recht wohl durch die Überdeckung der Atmosphären erklären. Die längste bisher aus der Lichtkurve abgeleitete Dauer der Verfinsterung: $9^h\ 45^m$ (vgl. Scheiners Untersuchungen über den Lichtwechsel *Algols* nach den Beobachtungen Schönfelds) liefere für die Atmosphären eine Höhe von 400000 bzw. 310000 km. Der geringste Abstand der Atmosphären beider Körper würde demnach 90000 km sein. Vogel bemerkt noch, „daß der Betrag der Lichtabnahme, der nach obiger Annahme auf die Atmosphären gerechnet ist, nur 0.1 Größenklassen erreicht" (*AN* 2947 [1889]).

B. Die gestörten Bahnelemente.

46. Die periodischen Glieder in der Epochenformel hat Chandler 1888 einer umfassenden Prüfung unterzogen.

a) Aus dem Beobachtungsmaterial von 1782 bis 1888 leitete Chandler die folgende Formel ab, deren periodische Glieder jahrzehntelang für die besten galten:

Zeit des Minimums gleich:

$$\begin{aligned} &1888\ \text{Jan. } 3\ 7^h\,30^m\,50^s.25\ \text{M.Z. Paris} \\ &+ 2^d\,20^h\,48^m\,55^s.425\,E + 173^m.3 \sin({}^1/_{50}{}^0 E + \\ &+ 202^0\,30') + 18^m.0 \sin({}^3/_{40}{}^0 E + 203^0\,15') + \\ &+ 3^m.5 \sin({}^1/_6{}^0 E + 90^0\,20'). \end{aligned}$$

Die drei letzten Glieder haben ersichtlich Perioden von 141, 38 und 17 Jahren.

b) Auf diese Veränderlichkeit der Periode hatte Argelander schon vierzig Jahre früher die Aufmerksamkeit gelenkt, indem er in Humboldts „Kosmos" III (1850) 247 schrieb: „Die Dauer der Periode wurde bisher für vollkommen gleichförmig gehalten, und Wurm konnte, indem er sie zu 2 Tagen 21 Stunden 48 Minuten $58^1/_2$ Sekunden annahm, alle Beobachtungen gut darstellen. Eine genauere

Berechnung, bei der ein fast doppelt so großer Zeitraum benutzt werden konnte, als Wurm zu Gebote gestanden, hat aber gezeigt, daß die Periode allmählich kürzer wird. Sie war im Jahre 1784 2 Tage 20 Stunden 48 Minuten 59.4 Sekunden, und im Jahre 1842 nur 2 Tage 20 Stunden 48 Minuten 55.2 Sekunden. Aus den neuesten Beobachtungen wird es außerdem sehr wahrscheinlich, daß auch diese Abnahme der Periode jetzt schneller vor sich geht als früher, so daß also auch bei diesem Sterne mit der Zeit eine Sinusformel für die Störung der Periode sich ergeben wird. Diese gegenwärtige Verkürzung der Periode würde sich übrigens erklären lassen, wenn wir annehmen, daß *Algol* sich uns jedes Jahr etwa 500 Meilen mehr nähert oder sich um so viel weniger von uns entfernt wie das vorhergehende: indem dann das Licht um so viel früher jedes Jahr zu uns gelangen muß, als die Abnahme der Periode fordert, nämlich ungefähr zwölf Tausendteile einer Sekunde. Ist dies der wahre Grund, so muß natürlich mit der Zeit eine Sinusformel sich ergeben."

47. Physikalische Erklärungen der gestörten Bahnelemente ließen nicht lange auf sich warten. Wie man sieht, hat Argelander die ungleiche Periodendauer *Algols* auf eine veränderliche Eigenbewegung des Sterns in der Gesichtslinie zurückgeführt, ohne noch auf deren Ursache näher einzugehen.

a) Den Argelanderschen Gedanken hat W. Ferrer einige Jahre später in einem Aufsatz „On the Variable Star *Algol*" weiter entwickelt (erschienen im *Nashville Journ. of Medicine and Surgery* 8 [1855] 277—282 und abgedruckt in *Astron. and Astroph.* 12 [1893]). Auf Grund der Argelanderschen Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Periode stellt er folgende Hypothese auf:

„I would here suggest that the diminution of the length of the periods may be owing to a variable diminution of the distance between us and *Algol*, just as the periods of the satellites of any of the planets would appear to vary annually if no allowance were made for the equation of light. But it is evident that the diminution of the distance would only produce a change in the length of the period without affecting its uniformity. It is also evident that the variation of distance which would account, upon our hypothesis, for the diminution of the period, cannot result from a change of distance on account of the proper motions of the Sun and of *Algol* around some great central sun of the universe, as Maedler's: for such motions being connected with great revolutions and immense periods of time, would produce an apparent diminution in the period, which would not differ sensibly, in a few centuries, from a uniform diminution, which is entirely at variance with the observations which have been made.

„A variable diminution of the distance, then, between the solar system and *Algol*, such as would account, upon our hypothesis, for the phenomenon in question can only arise from some revolution of the Sun or of *Algol*, connected with a comparatively short period of time, as a few centuries. But we know that the

Sun has no such motion, and therefore, if there is any such motion it must be connected with *Algol*. But here the question naturally arises, where is the centre of attraction around which *Algol* revolves? I answer some large opaque body in its vicinity. . . .

„. . . Let us now endeavor to determine whether the hypothesis of such a motion in *Algol* is consistent with what we know of its motion, or of the motions of stars in general, based upon observations of their proper motions, and calculations of their distance. Without going into an accurate investigation of the subject, by means of mathematical formulae, it may be easily determined approximately, from the table of diminishing periods . . ., that the minima of 1848 occurred about 16 000 seconds earlier than they would have done had the length of the period not been diminished any since the year 1784. This number multiplied by 190 000 miles, the distance through which light passes in a second, gives in round numbers about 3000 millions of miles for the space through which the light would pass in that time. Hence in order to account for the minima's occurring 16 000 seconds earlier and for the consequent gradual diminution of the periods, it is only necessary to suppose that *Algol*, in 1848, was 3000 millions of miles nearer the solar system than it would have been had it moved on with the same uniform velocity which it had in 1784. Great as this distance is, at the distance of *Algol* it could only be detected by the most accurate observations. For, according to Struve, the average parallax of stars of the second magnitude is a little over $^1/_{10}$ of a second, a motion of 3000 millions of miles in an arc at *Algol* would only subtend an angle of about 3 seconds. If we suppose the variation of distance to be produced by the motion of *Algol* in an orbit, it is evident, that about the year 1784, and since, its motion must have been for the most part in a direction from the solar system, and consequently it would not have affected its apparent proper motion to the amount of 3 seconds. Now a variation of 3 seconds from uniformity in the proper motions of the stars since the year 1784, could not have been detected unless by the most accurate observations. Hence, if even a variable motion in any of the stars had never been detected, our hypothesis is not at variance with anything we know about the motion of the stars, and is in some measure confirmed by the discovery of Bessel. An orbit with a period of several centuries might be assigned to *Algol*, upon our hypothesis, with such eccentricity and position, that the equation of light, applied to the observations, which have been made, would render the periods very nearly equal, and in the course of time, the orbit might be pretty accurately determined from the observations of the minima; and then this, together with the observations upon the variable proper motion of *Algol*, if such motion should ever be detected, might furnish much more reliable data by which to calculate the distance of *Algol*, than any which we now have. It is considerations of this kind which invest this subject with a very high degree of interest."

b) Im Jahre 1892 hat Chandler alle ihm bekannten Ortsbestimmungen *Algols* in Verbindung mit den beobachteten Minimumzeiten nach der auf S. 232 f angegebenen Methode auf periodische Eigenbewegung geprüft und ist zum folgenden Ergebnis gekommen:

„*Algol*, together with the close companion,—whose revolution in $2^d\ 20^h.8$ produces by eclipse the observed fluctuations in light—, . . . is subject to still an other orbital motion, of a quite different kind. Both have a common revolution about a third body, a large, distant and dark companion or primary, in a period of about one hundred and thirty (130.91) years. The size of this orbit around the common center of gravity is about equal to that of *Uranus* around the Sun. The plane of the orbit is inclined about 20^0 to our line of vision. *Algol* transited the plane passing through the center of gravity perpendicular to this line of vision, in 1804 going outwards, and in 1869 coming inwards. Calling the first point the ascending node, its position angle, reckoned in the ordinary way, is about 65^0. The orbit is sensibly circular or of very moderate eccentricity. The longest diameter of the projected ellipse, measured on the face of the sky, is about $2''.7$. A necessary consequence of this theory is an irregularity of proper motion with an amplitude of something over a fifth of a time-second in right ascension and nearly one and a half seconds in declination; the middle point being the center of gravity of *Algol* and the distant unknown companion, and the uniform proper motion of the latter being $-0^s.0010$ and $+0''.0120$ annually, in the two coordinates, respectively. The annual parallax of the star is about $0''.07$. The mean period of light variation is $2^d\ 20^h\ 48^m\ 56^s.00$ and the principal epoch of minimum, from which E is counted is 1800 Jan. $1^d\ 18^h\ 22^m.0$ Gr. M. T.

„The proof of the above propositions rests, in the first line, upon the inequality in the period of *Algol* . . .; in the second upon the irregularity in its proper motion. . . . Notwithstanding the extreme delicacy of the problem, the evidence of such an irregularity seems to me to be satisfactory, but if as may easily be, there still remains reasonable doubt about it in conservative minds, I beg it to be observed that such doubts can affect merely the particular numerical results and not the tenability of the hypothesis itself; since it may be shown, by a strong inductive train of reasoning, irrespective of any recognizable irregularity in proper motion, that the observed disturbances in the times of minima, whose existence and character are as well substantiated as any fact in astronomy can be, require for their explanation a perturbation by a third body situated, with reference to the other two, according to some such general relations as are outlined in the above theory."

c) In einem Bericht über A. Searles „Relative Places of β *Persei* and Comparison Stars" (*VJS* 29 [1894] 196) ist J. Bauschinger ausführlich auf die Chandlersche Arbeit eingegangen, soweit sie sich auf eine periodische Bahnbewegung *Algols* bezieht. Er faßt sein Ergebnis in die Worte zusammen: „Bei genauerer Untersuchung der von Chandler aufgestellten Örter des *Algol* . . . stößt man . . .

auf eine Reihe von Inkorrektheiten . . .; ferner erregt die Behandlung der Gewichte Bedenken. . . . Referent entschloß sich deshalb, Ort und Bewegung des *Algol* nochmals objektiv zu untersuchen. . . .“ Zuletzt ergab sich, „daß nach den Beobachtungen von 1755 bis 1891 eine Veränderlichkeit der Eigenbewegung oder eine Bahnbewegung des *Algol* in einem meßbaren Betrage nicht vorhanden ist. Die Chandlersche Hypothese als solche wird hierdurch natürlich noch nicht angetastet, nur seine Zahlen und die darauf basierte Bahnbestimmung sind als unbegründet zurückzuweisen“.

d) Eine neue Prüfung der *Algol*örter hat Lewis Boss im *AnJ* 15 (1895) 49 („On the Proper Motion of *Algol*“) vorgenommen. Seine Tabellen der Rektaszension und Deklination für β *Persei* „differ in many instances from those deduced by Dr. Bauschinger from practically the same basis. One reason for this is found in the fact that Dr. Bauschinger sometimes neglected important corrections which would naturally follow from his tables. . . . The general effect of the omissions has been to obscure the evidence of orbital motion“. Es ergaben sich die folgenden periodischen Glieder:

$$\text{in } \alpha\colon\ 0''.348 \sin(M + 278^0.7), \qquad \text{in } \delta\colon\ 0''.449 \sin(M + 230^0.3),$$
$$\pm 0''.113 \qquad \pm 20^0.6 \qquad\qquad \pm 0''.096 \qquad \pm 12^0.1$$

wo $M = 2^0.75\,(t - 1865)$ ist, t ausgedrückt in Jahren.

Boss schließt hieraus: „I venture the opinion . . . that there is a preponderance of probability in favor of the real existence of a periodic element in the proper motion of *Algol*. . . . Supposing the periodic terms to be real, they indicate that the apparent motion of the star is an ellipse. The position-angle of the northern end of the major axis is 34°; the semi-axis major is $0''.522 \pm 0''.103$, and the semi-minor, $0''.224$; the inclination of the real orbit to our line of sight under the hypothesis of circular motion is 23°. Under the fundamental hypothesis *Algol* would have passed through the plane perpendicular to the line of sight at the center of gravity of the hypothetical system in 1808 $\pm 4^y.5$. Dr. Chandler finds for this date 1804. Consulting Dr. Chandlers table (*AJ* 11, 121, col. O), in order to have the testimony of the variable-star observations alone, it will be seen that, under the hypothesis, this date must be somewhere between limits of about 1802 to 1812, and apparently very near 1807. The coincidence of these dates computed from two entirely distinct sources of evidence (except for the assumption of the period 130.91 years in common) appears to me as significant as its certainty was unforeseen. We may summarize the state of the case thus. The foregoing computation indicates that *Algol* revolves in an orbit of which the maximum calculated radius is five times the probable error; and the same computation indicates that the star passed the major axis of the apparent orbit within 3 or 4 years from the most probable date derived from the observations of *Algol* as a variable star.“

Pannekoek bemerkt dazu, daß diese Übereinstimmung wesentlich von der willkürlichen Annahme der Kreisbahn abhänge; bei einer andern Gestalt der Bahn würden andere Punkte der scheinbaren Bahn mit dem Durchgang durch den Knoten zusammenfallen; weder durch die Ergebnisse der Ortsbestimmungen noch durch die beobachteten Zeiten des kleinsten Lichtes sei eine andere Gestalt der Bahn ausgeschlossen.

48. Als Boss seine Untersuchungen über die *Algol*örter veröffentlichte, hatte Tisserand schon eine neue Erklärung des periodischen Hauptgliedes in der Epochenformel gegeben. In *CR* 120 (1895) S. 126 schreibt er („Sur l'étoile variable β de *Persée* [*Algol*]"):

„Je pense qu'on peut l'expliquer [cette inégalité] très simplement, en admettant l'existence d'un seul satellite obscur, l'ellipticité de son orbite, et un faible aplatissement de l'étoile principale. Cet aplatissement ferait tourner le grand axe de l'orbite d'un mouvement direct et uniforme. . . ."

a) Aus der Vergleichung von

$$t = t_0 + EP + \frac{P}{\pi} e \sin(\omega_0 + \nu t)$$

mit den ersten Gliedern der empirischen Chandlerschen Formel findet Tisserand:

$$\frac{P}{\pi} e = 173^{\mathrm{m}}, \qquad e = 0.132, \qquad \omega_0 = 202^0.5, \qquad \nu = 2^0.55.$$

Ausgehend von seiner Voraussetzung, leitet er einen Näherungswert für die Abplattung her. Er setzt

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{2}, \qquad \frac{a}{R} = 5$$

und erhält damit für die Abplattung:

$$\varepsilon - \tfrac{1}{2}\chi = \frac{1}{480}.$$

Nimmt man *Algol* homogen an, so ist $\varepsilon = \frac{5}{4}\chi$; folglich wäre $\varepsilon = 1/288$. Ist aber der Hauptstern nicht homogen, so wird nach einem Satze Clairauts

$$\varepsilon = \tfrac{5}{4}\chi(1-u), \qquad 0 < u < \frac{3}{5}; \qquad \text{folglich:} \quad \varepsilon = \frac{5-5u}{3-5u} \cdot \frac{1}{480}, \qquad \varepsilon > \frac{1}{288}.$$

Wählt man für u den Mittelwert $3/10$, so wird $\varepsilon = 1/206$. Eine solche Abplattung hätte nichts Unwahrscheinliches.

b) Falls diese Erklärung richtig ist, wird die Drehung der Apsidenlinie periodische Schwankungen verursachen, sowohl in der Minimalhelligkeit als in der totalen Dauer der Verfinsterung und in der Asymmetrie der Lichtkurve.

Die kleinste Helligkeit wird durch das Minimum des scheinbaren Abstandes ρ der Mittelpunkte bedingt. Man hat nämlich:

$$\rho_0 = r \cos i = \frac{p \cos i}{1 + e \cos \omega}.$$

Dieser Wert schwankt zwischen

$$\frac{p\cos i}{1+e} = 0.88\,\rho_0^0 \quad \text{und} \quad \frac{p\cos i}{1-e} = 1.15\,\rho_0^0 \qquad (\rho_0^0 = p\cos i).$$

Nach Tisserand folgt hieraus eine kleine Schwankung des kleinsten Lichtes in 140 Jahren. Berechnet man diese Schwankung für $\varkappa = 1.0$ und nimmt im Mittel $I_0^0 = 0.3871$ (Lichtschwächung gleich 1.03 Größenklassen), so findet man nach der Formel (61) S. 231:

$$I_0 = 0.3871 \pm 0.0495,$$

entsprechend einer Lichtschwächung von 0.90 bis 1.18 Sterngrößen. (Die Pannekoekschen Zahlen [a. a. O. 29] sind gleich $-{}^{10}\log L$, nicht gleich L.) Eine derartige Schwankung könnte nicht unbemerkt bleiben.

c) Die Variation der ganzen Dauer der Verfinsterung ist nach (29) S. 216:

$$-\frac{2}{n}\,e\sin n t_0\,(1 - \operatorname{cotg}^2 i \operatorname{cosec}^2 n t_0)\cos\omega.$$

Mit Vernachlässigung des Gliedes $\operatorname{cotg}^2 i \operatorname{cosec}^2 n t_0$ und unter der Voraussetzung $n t_0 = 23^0$ und $e = 0.132$ erhält Tisserand für diese Variation den Wert

$$-1^h.13\cos\omega.$$

Nach der Theorie soll die Dauer im Jahre 1808 am kleinsten, 1879 am größten gewesen sein. Tisserand sieht eine Bestätigung dafür in den Beobachtungen Wurms, der um 1800 die Dauer zu 6.5 Stunden angab, während Schönfeld aus seinen Beobachtungen zwischen 1860 und 1870 volle 9 Stunden fand.

d) Schließlich wird die Asymmetrie nach (34) S. 216 ausgedrückt durch

$$-\frac{e}{n}\sec n t_0\,(1 - \cos n t_0)\,(\operatorname{cosec}^2 i - \cos n t_0)\sin\omega.$$

Nimmt man $\operatorname{cosec}^2 i = 1$, so wird die Gesamtschwankung dieser Asymmetrie $0^m.75$, die sich der Beobachtung entzieht.

49. Die Annahme, daß das periodische Hauptglied in der Epochenformel durch die Drehung der Apsidenlinie zu erklären sei, hat durch ihre Einfachheit viel Bestechendes; auch liegt in der Voraussetzung eines abgeplatteten Körpers und einer schwach exzentrischen Bahn nichts Willkürliches. Aber wie Pannekoek richtig hervorhebt, darf die Drehung der Apsidenlinie nicht von vornherein als Folge der Umdrehungsabplattung allein angesehen werden. Die Anziehung des Begleiters verursacht nämlich ihrerseits eine neue Gestaltveränderung des Hauptsterns, welche die Bewegung der Apsidenlinie stark beeinflussen kann.

a) Um das zu beweisen, hat Pannekoek unter einfachen Voraussetzungen (s. oben Nr 22, S. 242) die Gesamtveränderung angenähert berechnet.

Zu diesem Zweck drückte er die Abweichung von der Kugelgestalt durch Kugelfunktionen aus, von denen er die Glieder erster und zweiter Ordnung bestimmte.

Doch haben diese Glieder kaum eine Bedeutung; wir beschränken uns deshalb auf die Glieder erster Ordnung, die ein dreiachsiges Ellipsoid darstellen (siehe oben Nr 22, b, S. 243). Es ist klar, daß auch diese Glieder für *Algol* nur annähernd richtig sein können, da die Exzentrizität der Bahn nicht berücksichtigt ist.

b) Nach unsern vereinfachten Formeln für die Umdrehungsgeschwindigkeit der Apsidenlinie [(84), S. 247] fanden wir

$$\nu = \tfrac{9}{5} \cdot \frac{\sigma}{1+\tau} \cdot \frac{R^2}{p^2} \varepsilon_1 n \qquad (n = 2\pi/P).$$

Für ε_1 hat man:

$$\varepsilon_1 = \frac{1+7\tau}{6} \cdot \frac{1}{1-\frac{3}{5}\sigma} \cdot \left(\frac{R}{a}\right)^3.$$

Setzt man wieder näherungsweise

$$\tau = \frac{1}{2}, \qquad \frac{R}{a} = \frac{1}{5}, \qquad e = 0.132,$$

so wird bei $\sigma = 1$

$$\nu = \frac{1}{1340} n.$$

Die Periode der Umdrehung der Apsidenlinie wäre also gleich 1340 Perioden des Lichtwechsels oder 10.5 Jahre. Ist $\sigma < 1$, so hat man diese Dauer noch mit $(5 - 3\sigma)/2\sigma$ zu multiplizieren. Bei $\sigma = {}^1/_6$ würde die Periode mit den Beobachtungen übereinstimmen. Bei einem Massenverhältnis $\tau = {}^1/_2$ wäre die durch die Achsendrehung hervorgerufene Abplattung gleich ${}^1/_{150}$, und auch die durch die Anziehung des Begleiters verursachte Verlängerung wäre gleich ${}^1/_{150}$, wenn man unter dieser Verlängerung den Unterschied der Achsen in der Richtung zum Begleiter und senkrecht darauf versteht.

Diese Betrachtungen zeigen, obschon sie nur als ganz rohe Annäherungen gelten dürfen, doch zur Genüge, wie sehr die Einzelheiten des *Algol*systems noch im dunkeln liegen.

50. In einem Aufsatz über die Lichtgleichung *Algols* bemerkt Charlier (vgl. Bd I, S. 508), daß in Chandlers Formel die Perioden der drei Sinusglieder 141, 38 und 17 sich ungefähr verhalten wie 8 : 4 : 1, und er wirft die Frage auf, ob die Abplattung *Algols* Ursache dieser „Störungen" in der Periodendauer sein könne. Anderseits hat Pannekoek unter seinen S. 242 erwähnten Voraussetzungen über das *Algol*system die Zeiten des kleinsten Lichtes in eine Sinusreihe entwickelt:

$$t_m = t_0 + EP + \Sigma_n A_n \sin(n\alpha E + B_n),$$

wo $\alpha = {}^{1.0}/_{50}$ und $A_1 = 173^m$ ist. Hieraus ergab sich:

$$A_2 = -9^m, \qquad A_3 = +0^m.5, \qquad A_4 = -0^m.03.$$

Es ist also unmöglich, unter den gemachten Voraussetzungen die Chandlerschen Glieder durch diese Reihe zu erklären. Übrigens sind die höheren periodischen

Glieder noch so unsicher, daß die darauf gestützten theoretischen Betrachtungen kaum einen wirklichen Wert beanspruchen dürfen. Zur Bestätigung diene, daß Chandler in seiner letzten Bearbeitung des *Algol*systems (*AnJ* 22 [1902] 39) folgende Epochenformel ableitete:

$$1888\ \text{Jan. } 3\ 8^h\,11^m.2\ \text{M.Z.Gr.} + 2^d\,20^h\,48^m\,55^s.60\,E + \\ + 147^m \sin(0^0.024\,E + 226^0) + 22^m \sin(\tfrac{1}{13}{}^0 E + 216^0).$$

Die Amplitude des Hauptgliedes entspricht jetzt in Tisserands Hypothese einer Exzentrizität von 0.112 statt 0.132, die Hauptperiode ist 118 statt 141 Jahre. Periode und Amplitude des zweiten Gliedes sind nahezu die gleichen geblieben; die Periode von 37 Jahren ist jetzt annähernd $^1/_3$ statt $^1/_4$ der Hauptperiode.

51. Nach der grundlegenden Arbeit Vogels haben Belopolsky, Schlesinger und Curtiss die Geschwindigkeit *Algols* in der Gesichtslinie neu bestimmt.

a) Die Beobachtungen Belopolskys aus dem Jahre 1897 (22 Spektrogramme) ergaben für die Bahnelemente die Werte (Pulkowo-*Mitteilungen* I, Nr 8, S. 103):

$$1897\ \text{E.B.} = -2\ \text{km}, \quad u_1 = 96^0, \quad e = 0.11, \quad a_1 \sin i = 1\,663\,000\ \text{km}, \\ T = \text{Minimum} + 2^d.39.$$

Hier bedeutet E.B. die Eigenbewegung des ganzen Systems, u_1 die (vom aufsteigenden Knoten an gerechnete) Bahnlänge des nächsten Punktes, in dem die Radialgeschwindigkeit der Bahnbewegung gleich 0 ist, T die Zeit des Periastrondurchgangs.

In den Jahren 1902—1905 hat Belopolsky neue Untersuchungen angestellt; sie zerfallen in drei Teile: 1. Winter 1902/03, 2. Winter 1903/04, 3. Jahr 1904/05. Die aus den Linien $\lambda = 448.1\,\mu\mu$, $\lambda = 434.1\,\mu\mu$ und $\lambda = 447.2\,\mu\mu$ bestimmten Geschwindigkeiten lieferten folgende Elemente:

Jahre	E. B.	u_1	e	$a \sin i$	n
1902/03	+ 12 km	92°	0.14	163×10^4 km	35
1903/04	— 3 „	87°	0.09	165×10^4 „	27
1904/05	+ 12 „	92°	0.07	164×10^4 „	23

Die E.B. sind auffallend verschieden und können nicht durch Beobachtungsfehler erklärt werden; die von 1903/04 stimmt mit der von 1897 und mit dem Vogelschen Ergebnis von 1889/90 (— 3 km) überein. Belopolsky fügt hinzu, daß die Frage, ob diese Schwankungen wirkliche sind, nur durch fortgesetzte Untersuchungen entschieden werden kann.

Um alle Beobachtungen aus den Jahren 1902—1905 zu einer einzigen Kurve vereinigen zu können, wurden die Geschwindigkeiten aus den Jahren 1903 und 1904 durch Hinzufügung der konstanten Größe + 15 km mit den übrigen

vergleichbar gemacht. Die aus sämtlichen Beobachtungen sich ergebenden endgültigen Werte waren:

Jahr	E. B.	u_1	ω'	e	$a \sin i$	T
1902—1905	+ 11.2 km	92°	69°	0.13	162×10^4 km	Minimum + $2^d.700$

In den Jahren 1905—1907 erhielt Belopolsky weitere 68 Spektrogramme; sie zerfallen in zwei Gruppen, von denen die eine die Herbst- und Wintermonate 1905/06, die andere dieselben Jahreszeiten von 1906/07 umfaßt. Aus der ersten Gruppe findet er E. B. = + 2 km, aus der zweiten E. B. = + 6½ km. Diese neuen Resultate, mit den älteren verglichen, scheinen ihm eine 1¾-jährige Periode der E. B. mit einer Schwankung von + 12 km bis — 5 km anzudeuten. Um die E. B. auf den für 1902—1905 angenommenen Wert von + 11.2 km zurückzuführen, fügte er zur ersten Gruppe (1905/06) die Größe + 9.2 km, zur zweiten (1906/07) + 4.5 km hinzu. Aus dem Gesamtmaterial von 1902—1907 findet er dann nach der Methode von Lehmann-Filhés:

$\omega' = 42°.5 \pm 1°.35$, $e = 0.0476 \pm 0.0037$, $a \sin i = 1693523$ km ± 100,
$T = 2^d.509 \pm 0.00019$, nach dem Helligkeitsminimum der Ephemeriden.

Die Radialgeschwindigkeit in der Bahnbewegung ist Null bei $t = -0^d.035 \pm 0^d.0018$, gerechnet vom Helligkeitsminimum nach den Ephemeriden Hartwigs.

Eine neue Bearbeitung derselben Beobachtungen nach der Methode von Schlesinger ergab (Pulkowo-*Mitteilungen* III, Nr 28):

$\omega' = 49°.27 \pm 5°.43$, $e = 0.029 \pm 0.011$, $a \sin i = 1669800 \pm 20000$ km,
$T = 2^d.544 \pm 0^d.043$, E. B. = + 10.38 km.

H. Tikhoff fand mit Benützung der gleichen Normalwerte, nach der Methode von Wilsing:

$\omega' = 58° 40'$, $e = 0.037 \pm 0.018$, $a \sin i = 1681000 \pm 31000$ km

und als Epoche der Radialgeschwindigkeit: Null — $0^d.039 \pm 0^d.011$, gerechnet vom Helligkeitsminimum der Ephemeriden.

b) In Bd I, Nr 5 der *Publications* der Allegheny-Sternwarte haben Schlesinger und Curtiss die Ergebnisse ihrer *Algol*-Spektrogramme von 1906 und 1907 veröffentlicht. Auch hier war ein großer systematischer Unterschied zwischen den E. B. von 1906 und 1907 zu erkennen. Schlesinger fand 1906 eine E. B. von + 9 km, 1907 eine solche von — 2 km; nach Curtiss waren es + 13 und + 3 km. An die Geschwindigkeiten von 1906 wurde daher eine Korrektion von — 10 km angebracht.

Die Ergebnisse beider Beobachter sind getrennt gehalten. Eine erste Berechnung lieferte gut übereinstimmende Werte für beide, mit Ausnahme von ω', wofür Curtiss — 3°, Schlesinger + 44° fand. Die Kleinheit der Exzentrizität zieht

naturgemäß eine große Unsicherheit von ω' nach sich. Die Folge davon ist eine ebenso große Unsicherheit in der Zeit des Periastrondurchgangs. Es wurde deshalb für ω' der Mittelwert $+ 21^0$ angenommen, und unter dieser Voraussetzung ergab eine strenge Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate:

	e	T nach dem Min.	$a \sin i$	E. B.
Schlesinger	0.031 ± 0.022	$2^d.270$	157×10^4 km	-1.70 ± 0.60 km
Curtiss	0.060 ± 0.021	$2^d.264$	163×10^4 km	$+3.40 \pm 0.58$ km

c) Von Wichtigkeit für die *Algol*-Theorie ist die Frage: Stimmt das Ergebnis der Spektrogramme mit den photometrischen Beobachtungen überein? Um das zu untersuchen, berechnen wir zuerst, wann $u = 90^0 = \omega' + v$ ist (ω' vom aufsteigenden Knoten an gerechnet).

Da e klein ist, wenden wir die Formel an:

$$M = v - 2\,e \sin v + \tfrac{3}{4} e^2 \sin 2\,v \cdots$$

Für die Zeit T_0, wo $u = 90^0$ ist, finden wir dann:

$$T_0 = T + \frac{P}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \omega' - 2\,e \cos \omega' + \tfrac{3}{4} e^2 \sin 2\,\omega'\right).$$

Hier bedeutet T die Zeit des Periastrondurchgangs, P die Periode. So erhält man:

Belopolsky I, 1902—1905	$\omega' = +69^0$	$e = 0.13$	$T_0 = -0^d.038 = -55^m$	$T_N = -28^m$
Belopolsky II, 1902—1907	$+49\ .27$	0 029	$-0\ .016 = -23$	-31
Schlesinger 1906/07	$+21$	0.031	$-0\ .057 = -82$	-36
Curtiss 1906/07	$+21$	0.060	$-0\ .068 = -100$	-36

Die Zeiten T und T_0 sind vom Helligkeitsminimum der Hartwigschen Ephemeriden an gerechnet, die T_N sind die mittleren von Nijland (*AN* Nr 4211) aus seinen Beobachtungen abgeleiteten Korrektionen derselben Minimumzeiten. Wenn die Neigung der Bahnebene zur Gesichtslinie Null wäre, so müßte theoretisch T_0 mit T_N zusammenfallen. Bei einer Neigung gleich ε wäre

$$T_N - T_0 = -\frac{P}{2\pi} e \cos \omega' \operatorname{tg}^2 \varepsilon \left\{1 - e \sin \omega' \left(3 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon\right)\right\}.$$

Da aber $\cos \omega'$ im vorliegenden Fall positiv ist, so müßte $T_N - T_0$ negativ sein. Dies trifft zwar auch bei Belopolsky II zu; wollte man aber den Unterschied von $+ 8$ Minuten durch obige Formeln erklären, so käme man zu der ganz unwahrscheinlichen Bahnneigung von etwa 40^0. Übrigens zeigen die Zahlen für T_0 und T_N aufs neue, wie unsicher die Elemente des *Algol*systems noch sind. Von Einfluß muß sicher auch hier die große Unbestimmtheit in der E. B. des ganzen Systems sein, sowie die Unsicherheit in der Zurückführung der Radialgeschwindigkeiten der verschiedenen Jahre auf denselben Zeitpunkt.

d) Die Frage der Veränderlichkeit der E.B. hat Curtiss in einer Abhandlung „On the Orbital Elements of *Algol*“ (*ApJ* 28 [1908] 150—161) eingehend untersucht und dazu alle bis 1899 verfügbaren Beobachtungen verwendet. Er findet eine periodische Änderung von etwa 1.9 Jahren. Das würde zu einer nahe kreisförmigen Bahn des *Algol*systems um ein Zentrum in ungefähr 89×10^6 km Abstand führen. Die Amplitude der Radialgeschwindigkeitskurve ist 9.4 km; dabei bleibt noch eine konstante Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes von + 4.1 km. Die Epoche der Minimalgeschwindigkeit ist 1901.85, die mittlere jährliche Bewegung $189^0.6$. Die beobachteten Schwankungen in der E.B. werden dadurch auffallend gut dargestellt.

Wenn diese Erklärung zutrifft, so muß in der Minimumepoche gleichfalls ein periodisches Glied auftreten von der Form:

$$-5^m \sin\{189^0.65\,(t - 1901.85)\},$$

über dessen wirkliches Vorhandensein aber bis jetzt noch keine Untersuchungen vorliegen. Zur Feststellung dieses Gliedes sind fortgesetzte, sehr genaue Beobachtungen des kleinsten Lichtes unumgänglich notwendig.

Curtiss weist noch auf die Möglichkeit einer Schwankung von ungefähr 0.10 in der Exzentrizität hin; die Periode könne etwa 15 Jahre betragen, so wie die Chandlersche kurze Periode. Im Jahre 1890 wäre e nahezu 0.0 gewesen. Auch diese Schwankung würde eine Veränderung der Lichtperiode verursachen. Die Beobachtungsergebnisse sind aber noch viel zu unsicher, um theoretische Folgerungen daraus zu verbürgen.

e) Neue photometrische Elemente für *Algol*, nebst einer Untersuchung der Ungleichheiten der Perioden, gab Hellerich in Nr 5007 der *AN* (1919). Aus allen ihm bekannten, bis 1917 beobachteten Minimumzeiten hat er 53 Normalepochen abgeleitet und daraus folgende Elemente erhalten:

$$\begin{aligned}\text{Min. helioz. M.Z.Gr.} = {} & 2378497^d.7588 + 2^d.86731077\,n + \\ & + 0^d.1266 \sin 0^0.01786\,(n - 176) + \\ & + 0^d.0119 \sin 0^0.08762\,(n - 188).\end{aligned}$$

Das erste Sinusglied hat eine Periode $V_1 = 158.3$ Jahre, das zweite eine Periode $V_2 = 32.3$ Jahre (nahezu $= \frac{1}{5} V_1$).

Das erste Glied kann nach Hellerich nicht durch eine Apsidenbewegung erklärt werden. Die zwei ersten der durch diese Bewegung (mit Winkelgeschwindigkeit ν) verursachten periodischen Ungleichheiten werden nämlich ausgedrückt durch:

$$\frac{P}{2\pi}(-2e\cos\omega' + \tfrac{3}{4}e^2 \sin 2\omega') \qquad (\omega' = \nu t + c).$$

Nun sei aber

1. der aus der Amplitude des Hauptgliedes folgende Wert $e = 0.14$ wesentlich größer als die Werte von e, welche Curtiss und Schlesinger aus den Allegheny-

Spektrogrammen und Hellerich aus den Pulkowo-Spektrogrammen der Jahre 1905 bis 1910 abgeleitet haben[1].

2. Die dem Gliede der zweiten Ordnung entsprechende Ungleichheit mit einer Amplitude von $\frac{3}{8} e \times 0^d.1266 = 0^d.0658$ und einer Periode $V_2 = \frac{1}{2} V_1$ fehlt[2].

3. Zur Zeit der Stebbinsschen Beobachtungen ($n = 14000$) teilen Haupt- und Nebenminimum die Periode in zwei gleiche Intervalle; die Annahme der Apsidenbewegung fordere aber zu dieser Zeit einen Unterschied von $0^d.23$ zwischen den beiden Intervallen.

Das zweite, kurzperiodische Glied allein könne durch eine Apsidenbewegung erklärt werden, mit einer Umlaufszeit von 32.3 Jahren, wenn man den Apastrondurchgang der helleren Komponente auf die Epoche $n = 188$ setze. Die entsprechende Exzentrizität sei $e = 0.013$. Zur Zeit der Allegheny-Beobachtungen wäre dann die Länge des Apastrons gleich 188°, zur Zeit der Pulkowo-Beobachtungen gleich 225°, beidemale in genügender Übereinstimmung mit den spektroskopischen Elementen. Zur Bestätigung dieser Apsidenbewegung wären aber neue spektroskopische Beobachtungen notwendig.

Wie schon S. 233 erörtert wurde, tritt eine Schwankung der Lichtwechselperiode auch dann auf, wenn das *Algol*system sich um einen dritten Körper bewegt. Der Ausdruck für dieses periodische Glied ist: $8^m.3\, a \sin i \sin u$ (a in A.E.), wenn die Bahn kreisförmig genommen wird. Wollte man das langperiodische Glied auf diese Weise erklären, so fände man: $V = 158.3$ Jahre, $a \sin i = 22$ A.E., $v \sin i = 4.1$ km/sec. (v = Geschwindigkeit *Algols* in der Bahn). Das kurzperiodische Glied ergäbe: $V = 32.3$ Jahre, $a \sin i = 2.07$ A.E., $v \sin i = 1.9$ km/sec. Auch hier müssen künftige spektroskopische Beobachtungen entscheiden, ob eine langperiodische Schwankung der Schwerpunktsgeschwindigkeit vorhanden ist, die den gefundenen Amplituden und Umlaufszeiten entspricht.

C. Die Lichtverhältnisse im *Algol*system.

52. Im Jahre 1890 hat J. Wilsing einige theoretische Untersuchungen über den Lichtwechsel *Algols* angestellt.

a) Zuerst wird der Einfluß des vom Begleiter reflektierten Lichtes besprochen. Wilsing schreibt darüber in den *AN* 124 (1890) 121 ff: „Die Dunkelheit des Begleiters ist nicht als eine absolute, sondern selbstverständlich nur als eine relative zu betrachten. Das von ihm ausgesandte Licht besteht erstens aus seinem Eigenlicht und zweitens aus dem reflektierten Licht des Hauptsterns. Soll nun der Einfluß der Phase des Begleiters, wie es die Beobachtungen verlangen, unmerklich sein, so darf ihre größte Helligkeit einen bestimmten Teil des Gesamt-

[1] Hellerich findet $\omega' = 45°.4 \pm 33°$, $e = 0.026 \pm 0.024$, in naher Übereinstimmung mit den Elementen „Belopolsky II“ (S. 294).

[2] Hellerich schreibt $0^d.011$ statt $0^d.0658$ und meint somit, die verlangte Amplitude sei vorhanden. Das ist wohl ein Rechenfehler.

lichtes beider Sterne nicht überschreiten. Ich beschränke mich auf die Berechnung der Lichtmenge, welche von dem Begleiter in der Richtung nach dem Hauptstern zurückgeworfen wird."

Für die scheinbare Helligkeit des Begleitsterns findet Scheiner den Ausdruck:

$$H = \tfrac{2}{3} I \mu \frac{R^2}{r^2} \left\{ \frac{(2a^3 + r^3) - (2a^2 - r^2)\sqrt{a^2 + r^2}}{a^2 r} \right\},$$

wo R den Radius des Hauptkörpers, r den Radius des Begleiters, a die Entfernung der Mittelpunkte, I die Helligkeit des Hauptsterns, μ die Albedo des Begleiters bedeutet. Der Ausdruck enthält aber, wie Pannekoek bemerkt hat, einen Faktor R^2/r^2 zuviel. Wilsing betrachtet die ganze Dauer der Lichtänderung als Verfinsterung und setzt deshalb

$$R = 940000 \text{ km}, \quad r = 734000 \text{ km}, \quad a = 3890000 \text{ km};$$

für μ nimmt er den Wert 0.5 an.

Berechnet man mit diesen Zahlen die Helligkeit des Begleiters nach der richtigen Formel, so findet man für das Lichtverhältnis der beiden Sterne $^1/_{78}$; daraus würde ein Nebenminimum mit einer Helligkeitsabnahme von 0.014 Größenklassen folgen, das der Beobachtung nur schwer zugänglich sein dürfte.

b) Wilsing hat weiter die Gestaltveränderung des Hauptsterns durch die Anziehung des Begleiters mit roher Annäherung untersucht; die Abplattung durch die Achsendrehung läßt er unberücksichtigt. Zur Berechnung der Gestaltveränderung bedient er sich des Verfahrens, das auch die Gezeitenerscheinungen in ihren allgemeinen Zügen darstellt: man denkt sich die Hälfte der Masse des störenden Körpers auf die andere Seite des Hauptsterns in die gleiche Entfernung verlegt.

Setzt man in den Ausdrücken unter a) S. 245 mit Wilsing näherungsweise $\tau = \frac{1}{2}$, $R/a = \frac{1}{4}$, so findet man für das Achsenverhältnis $1 + \frac{3}{2}\varepsilon_1'$

$$\text{im Grenzfall } \sigma = 0: \quad 1 + \tfrac{3}{2}\varepsilon_1' = 1.012,$$
$$\text{im Grenzfall } \sigma = 1: \quad 1 + \tfrac{3}{2}\varepsilon_1' = 1.029.$$

Nimmt man das Achsenverhältnis im Mittel gleich 1.02, so ergibt sich eine Helligkeitsschwankung, deren Amplitude gleich $0^M.02$, also kaum merkbar ist.

c) Die weiteren Untersuchungen Wilsings über die Absorption in der Atmosphäre des Begleiters und der Versuch, die Schönfeldsche Asymmetrie der Kurve durch die Bahnexzentrizität zu erklären, sind, wie Pannekoek nachgewiesen hat, nicht stichhaltig[1]. Setzt man in der Formel (34) S. 216 $\operatorname{cosec} i = 1$, so nimmt der Ausdruck für die Asymmetrie seinen größten Wert an, wenn nt_0

[1] Auch der Wilsingsche Ausdruck H für die Helligkeit (*AN* Nr 2960, S. 125—126) ist nicht richtig, wie aus der Substitution $\alpha = 0$ erhellt.

am größten ist. Nimmt man t_0 gleich der halben Dauer der Verfinsterung, so wird $nt_0 = 24^0$, und man hat:

$$\Delta\tau = y \times 5^m.38.$$

Eine Exzentrizität von nur wenigen Hundertsteln kann also keine nennenswerte Asymmetrie in der Lichtkurve *Algols* verursachen.

53. Um die Randverdunklung *Algols* durch eine absorbierende Gashülle in Rechnung zu ziehen, wählt C. Rödiger in seinen „Untersuchungen über das Doppelsternsystem *Algol*" (Königsberg 1902) für die Helligkeitsverteilung eine Formel, die trotz ihrer Einfachheit die Intensitätsverteilung auf der Sonnenscheibe nach Pickering und Strange gut wiedergibt. Als solche nimmt er:

$$I_r = 1 - \tfrac{1}{2}r^2,$$

wo r in Teilen des *Algol*halbmessers ausgedrückt ist. Dann entwickelt er die Formel, welche die Lichtintensität als Funktion des scheinbaren Abstandes und der Halbmesser 1 und $\varkappa$ der beiden Sterne darstellt. In diese Formel geht die allgemeinere von Pannekoek über, wenn darin $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = 0$ gesetzt wird.

Rödiger legt seinen Untersuchungen die photometrische Kurve Müllers zugrunde. Nach dieser ist die Intensität im Minimum gleich 0.356. Den kleinsten Wert von $\varkappa$, $\varkappa_m$, findet man, da der Hauptstern in der Mitte am hellsten ist, wenn zentrale Verfinsterung vorausgesetzt wird:

$$\frac{4}{3\pi}\int 2\pi(1-\tfrac{1}{2}r^2)\,r\,dr = 1 - 0.356 \qquad (r \text{ von } 0 \text{ bis } \varkappa_m),$$

$$\varkappa_m^4 - 4\varkappa_m^2 + 1.932 = 0, \qquad \varkappa_m^2 = 0.5625, \qquad \varkappa_m = 0.75.$$

Ausgehend von den Werten $\varkappa = 1.0,\ 0.9,\ 0.8,\ 0.75$, berechnet Rödiger erst die zugehörigen Näherungswerte für a und i. Dann leitet er, unter Annahme der kleinen Exzentrizität e, die Differentialformeln zur Verbesserung der Elemente ab. Für die Fälle $\varkappa = 1.0,\ 0.8$ und 0.75 wurden von Stunde zu Stunde vor und nach dem Minimum Fehlergleichungen berechnet, im ganzen 15 Gleichungen. Die Unbekannten waren dp, di, $e\sin\omega$ und $e\cos\omega$. Die beiden letzteren ließen sich nicht trennen, weshalb Rödiger ganz willkürlich $e\sin\omega = -e\cos\omega$ und $\omega = 135^0$ setzt.

Die nachstehende Tabelle (S. 299) enthält die beobachteten Helligkeiten nach Müller und die berechneten nach Rödiger, ausgedrückt in Größenklassen. Da der mittlere Fehler bei $\varkappa = 0.75$ am geringsten ist, so betrachtet Rödiger seine letzten Elemente als endgültig. Offenbar ist die berechnete Kurve vollkommen symmetrisch, wie bei einer Exzentrizität von anderthalb Tausendsteln zu erwarten war. Eine solche Exzentrizität kann überhaupt keinen merkbaren Einfluß auf die Lichtkurve haben; das Ergebnis der Rechnung ist daher, auch abgesehen von der ganz willkürlichen Annahme $\omega = 135^0$, als hinfällig zu betrachten. — Tabelle:

Zeit	Beobachtung	Rechnung	$B-R$	Zeit	Beobachtung	Rechnung	$B-R$
-7^h	$2^M.43$	$2^M.43$	$0^M.00$	$+7^h$	$2^M.43$	$2^M.43$	$0^M.00$
-6	2 .45	2 .43	+0 .02	+6	2 .44	2 .43	+0 .01
-5	2 .49	2 .45	+0 .04	+5	2 .46	2 .45	+0 .01
-4	2 .57	2 .54	+0 .03	+4	2 .51	2 .55	−0 .04
-3	2 .73	2 .71	+0 .02	+3	2 .67	2 .71	−0 .04
-2	2 .95	2 .95	0 .00	+2	2 .95	2 .95	0 .00
-1	3 .26	3 .26	0 .00	+1	3 .27	3 .26	+0 .01
0	3 .55	3 .53	+0 .02	0	3 .55	3 .53	+0 .02

Unter der Voraussetzung, daß beide Körper gleiche mittlere Dichtigkeit haben, und daß die Geschwindigkeit *Algols* in kreisförmiger Bahn 42 km beträgt, leitet Rödiger noch folgende Elemente ab:

Durchmesser des Hauptkörpers = 1569000 km, Masse = 0.588 Sonnenmassen;
Durchmesser des Begleitsterns = 1177000 km, Masse = 0.248 Sonnenmassen;
Entfernung der beiden Mittelpunkte = 5562000 km.

54. Die Randverdunklung nach Pannekoek. Wir haben schon oben S. 228 das Verfahren angegeben, dessen sich Pannekoek bedient hat, um die ungleiche Helligkeit verschiedener Teile der *Algol*scheibe als Folge einer absorbierenden Hülle in Rechnung zu ziehen. Als Helligkeitsfunktion wurde von Pannekoek die Gleichung

$$I = 1 - 0.2\,r^2 - 0.4\,r^4$$

angesetzt, die sehr nahe das Mittel der von Vogel für $\lambda = 512$ und $\lambda = 580$ gefundenen Intensitäten der Sonnenoberfläche darstellt, ausgenommen am äußersten Rand bei $r = 1$. Sodann wurde unter verschiedenen Voraussetzungen über die drei Elemente $\varkappa, \tau$ (halbe Dauer der Verfinsterung) und L_0 (Lichtschwächung im Minimum) mit und ohne Randverdunklung die Lichtabnahme für jede volle Stunde der Phase berechnet. Aus der Vergleichung der sieben Lichtkurven ergab sich der Einfluß der Variationen $\Delta\varkappa$, $\Delta\tau$, ΔL_0 und der Randverdunklung ΔI. Es fand sich, daß die von Pannekoek aus Müllers photometrischen Messungen abgeleitete symmetrische Lichtkurve (M_{12}) sich sehr genau mit der theoretischen Kurve deckt, wenn $\varkappa = 0.93$ gesetzt und die Randverdunklung zu 0.6 der Randverdunklung der Sonne angenommen wird, wie aus der Zeile $B-R$ dieser Tabelle hervorgeht:

Phase	$0^h\,0^m$	$1^h\,0^m$	$2^h\,0^m$	$3^h\,0^m$	$4^h\,0^m$	$5^h\,0^m$
M_{12}	1.187	0.952	0.592	0.295	0.103	0.007
$B-R$	0	−3	+5	−3	−3	−1

Hier bedeutet M_{12} die Lichtabnahme in Größen, während $B-R$ in Tausendstelgrößen gegeben ist.

Die aus den Harvard-Messungen und den Argelanderschen Beobachtungen abgeleiteten Kurven lassen sich durch die mit $\varkappa = 0.82$ berechneten Kurven, wenn der Einfluß der Randverdunklung mit 0.6 in Rechnung gebracht wird, recht gut darstellen. Dagegen fordern die aus den Stufenschätzungen Pannekoeks und Plaßmanns abgeleiteten Kurven einen Wert $\varkappa > 1$ und eine Randverdunklung wie bei der Sonne.

55. Die absolute Helligkeit *Algols* und seines Begleiters läßt sich nach Charles Nordmann („Sur les éclats intrinsèques et les températures effectives d'*Algol* et de son satellite": *Bulletin Astronomique* 27 [1910] 145—152) wie folgt untersuchen:

a) Bezeichnen i, G, R, Δ die Oberflächenhelligkeit, die Größe, den Halbmesser und die Erdentfernung für die helle Komponente des *Algol*systems, $i_\odot$, $G_\odot$, $R_\odot$, $\Delta_\odot$ die entsprechenden Größen für unsere Sonne, so besteht zwischen ihnen die Beziehung:

$$\frac{R^2 \Delta^{-2} i}{R_\odot{}^2 \Delta_\odot{}^{-2} i_\odot} = 2.514^{G_\odot - G}.$$

Setzt man mit Nordmann

$$R = 1.2\, R_\odot, \qquad \pi = 0''.052 \ (= \text{Parallaxe } \textit{Algols}),$$
$$G = 2.1, \qquad G_\odot = -26.83,$$

so wird[1]

$$i = 2.514^{-28.93} (1.2 \sin 0''.052)^{-2} \times i_\odot = 29.27\, i_\odot,$$

das heißt, unter den obigen Voraussetzungen über den Halbmesser und die Parallaxe *Algols* wäre dessen Oberflächenhelligkeit ungefähr 29mal so groß wie die der Sonne.

b) Für die Helligkeit des Begleiters suchte Nordmann einen Grenzwert zu bestimmen. Aus den vereinigten photometrischen und spektrographischen Beobachtungen geht nämlich hervor, daß der Halbmesser des Begleiters ungefähr dem der Sonne gleichkommt, und daß der Begleiter sich in den Syzygien ganz auf den Hauptstern projiziert. Ein Nebenminimum in der Lichtkurve war bei der damaligen, geringeren Genauigkeit photometrischer Beobachtungen noch nicht festgestellt.

Nun machte Nordmann die Annahme, die Helligkeit eines Sterns könne mit den vorhandenen Hilfsmitteln bis auf 0.04 Größen genau bestimmt werden, und setzte demnach

$$\frac{I + I_s}{I} \leq 2.514^{0.04},$$

worin I die Gesamthelligkeit des Hauptsterns und I_s die des Begleiters bedeutet. Hieraus ergibt sich:

$$I_s \leq 0.038\, I,$$

[1] Nordmann findet nach einer nicht erforderlichen Zwischenrechnung: $26.21\, i_\odot$.

oder wenn G_s die Helligkeit des Begleiters ist:

$$G_s \geq G + 3^{M}.55, \quad \text{folglich:} \quad G_s \geq 5^{M}.65.$$

Hätte die Sonne die Parallaxe $\pi = 0''.052$, wie sie für *Algol* angenommen wurde, so wäre ihre Helligkeit $6^{M}.16$. Daraus folgt:

Die Annahme, daß der *Algol*begleiter ein dunkler Körper sei, ist nicht begründet; mit der jetzigen Genauigkeit der photometrischen Messungen wäre es nicht unvereinbar, daß seine Helligkeit ungefähr der der Sonne gleichkäme.

D. Das Nebenminimum *Algols* und die Untersuchungen von Stebbins.

56. Bei der Annahme eines Doppelsystems lag es nahe, nach einem sekundären Minimum *Algols* auszuschauen. Indes, die bisherigen Beobachtungsmethoden schienen der dazu erforderlichen Genauigkeit nicht gewachsen zu sein.

a) Pannekoek hat in seiner Dissertation über *Algol* (1902) auch den mittleren Verlauf des vollen Lichtes untersucht auf Grund von drei längeren Beobachtungsreihen: der Schönfeldschen, zwischen 1869 und 1875, der Plaßmannschen und seiner eigenen, aus den Jahren 1890—1900. Er fand, daß eine wirkliche Lichtschwächung *Algols* im vollen Lichte nicht verbürgt sei. Zwar zeigen sich in den zwei letztgenannten Beobachtungsreihen einige negative Abweichungen zwischen 34^{h} und 40^{h} Abstand vom kleinsten Lichte, die sich auch, obgleich in kleinerem Betrag, in den Schönfeldschen Zahlen vorfinden; weil aber diese Abweichungen im Verhältnis zum durchschnittlichen Fehler der Beobachtungsmittel zu klein waren, durfte das Vorhandensein eines sekundären Minimums nicht mit Sicherheit behauptet werden. Pannekoek begründet diese Ansicht mit den Worten (S. 113):

„Nur wenn aus andern Quellen abgeleitet wird, daß dort die Stelle der Opposition liegt (nach der Tisserandschen Theorie ist diese $38^{h}.6$ im Jahre 1893, $34^{h}.4$ im Jahre 1873), wird man es für wahrscheinlich halten können, daß die negativen Zeichen zum Teil als Anzeichen eines sekundären Minimums zu betrachten sind, und daß die Bedeckung des Begleiters durch *Algol* eine Schwächung des vollen Lichtes um ungefähr 0.02 Größenklassen bewirkt.

„Um zu sehen, in welchem Maße in den Abweichungen eine regelmäßige Änderung, sei es durch die Achsendrehung des deformierten Hauptsternes, sei es durch das von dem Begleiter reflektierte Licht, bemerkbar ist, wurde der Zeitraum zwischen Ende und Anfang der Verfinsterung in sechs gleiche Abschnitte geteilt und die symmetrischen zusammengenommen. Die mittlere Abweichung fand sich:

für Phase	$\pm 6^{h}$ bis $15^{h}.5$	$15^{h}.5$ bis $24^{h}.9$	$24^{h}.9$ bis $34^{h}.4$
bei Plaßmann	+ 0.05	— 0.02	— 0.03
bei Pannekoek	— 0.11	+ 0.07	+ 0.02
bei Schönfeld	+ 0.03	— 0.01	— 0.01.

Nur der Gang bei meinen Mittelzahlen entspricht einigermaßen dem, was aus dem Zusammenwirken der beiden Einflüsse zu erwarten ist; er wird jedoch durch den entgegengesetzten Gang bei den zwei andern Beobachtern aller Ansprüche auf Wirklichkeit beraubt. Man wird daher sagen können, weil die Einheit, in der die angeführten Beträge ausgedrückt sind, nur 0.1 Größenklasse ist, daß weder aus der einen noch aus der andern Ursache eine Helligkeitsschwankung des vollen Lichtes entsteht, die 0.01 Größenklasse erreicht."

b) Im Jahre 1878 stellte sich G. Müller die Aufgabe, den Lichtwechsel *Algols* andauernd photometrisch auf etwaige sekundäre Minima zu verfolgen, nicht nur im Lichtminimum, sondern auch im vollen Lichte; leider aber war es ihm nicht gegönnt, seinen Plan länger als bis 1881 durchzuführen. Die Beobachtungen wurden erst 1901 veröffentlicht (*AN* Nr 3732, S. 33). Die Gestalt der Lichtkurve im Minimum konnte daraus mit großer Genauigkeit gefunden werden. Indessen war die Zahl der Messungen im vollen Lichte zu einer endgültigen Entscheidung der Frage nach einem sekundären Minimum nicht ausreichend; nur so viel ging aus ihnen mit einiger Sicherheit hervor, daß etwaige Lichtschwankungen außerhalb der Minima den Betrag von $0^{M}.1$ schwerlich überschreiten können. Bemerkenswert war jedoch dabei, daß die Beobachtungen für die Zeit nahe der Mitte zwischen zwei aufeinanderfolgenden Minima eine etwas geringere Helligkeit ($2^{M}.48$) als im vollen Lichte ($2^{M}.43$) vermuten ließen.

c) Nach diesen vergeblichen Untersuchungen von Pannekoek und Müller schien es fast, als ob die Hilfsmittel der Photometrie versagten, um die Frage nach dem sekundären Minimum *Algols* zur Entscheidung zu bringen. Es war deshalb ein glücklicher Gedanke von Joel Stebbins, am *Algol*problem die Kraft seines Selenphotometers zu prüfen. Die in meisterhafter Weise durchgeführten Beobachtungen, die das Vorhandensein des sekundären Minimums unzweifelhaft dartun, bedeuteten einen mächtigen Fortschritt auf dem Gebiet der Photometrie.

Im Grunde ist die Beobachtungsweise sehr einfach: Die Oberfläche der Selenzelle wird dem Licht eines Sternes nahe dem Brennpunkt einer großen Linse ausgesetzt, und die Widerstandsänderung des lichtempfindlichen Selens wird mittels eines Galvanometers abgelesen: je heller der Stern, desto größer die Galvanometerablenkung. Auf die peinliche Sorgfalt, die verwendet werden mußte, um die Selenzelle vor störenden Einflüssen zu schützen, gehen wir hier nicht ein.

Die Beobachtungen Stebbins' erstreckten sich von September 1909 bis März 1910. Sie lieferten eine Verbesserung von $-1^{h}16^{m}$ zu Hartwigs Ephemeride der Minima. Die nach Phasen geordneten beobachteten Größen wurden zu Normalwerten vereinigt, und zwar

in der Nähe des Hauptminimums je 3,
in der Nähe des Nebenminimums je 6,
zwischen den Minima . . . . . je 9 oder mehr.

Außer in der Nähe des Hauptminimums verbürgte die gute Übereinstimmung der Beobachtungen die Berechnung der Normalgrößen bis zur dritten Dezimalstelle. Der wahrscheinliche Fehler der Normalgrößen war nämlich:

in der Nähe des Hauptminimums $\pm 0^{M}.023$,
im übrigen Teil der Lichtkurve $\pm 0^{M}.006$.

Das erste, was in der Lichtkurve auffällt, ist das Nebenminimum mit einer Lichtabnahme von 0.06 Größen. Bemerkenswert ist auch die stetige Lichtänderung zwischen den Minima; der Stern erscheint dadurch als ein entfernter Verwandter von β *Lyrae*.

57. Theorie des *Algol*systems nach Stebbins. Stebbins nimmt näherungsweise an, daß die relative Bahn des Begleiters um den Hauptkörper kreisförmig sei; beide Sterne seien kugelförmig, ohne merkbare atmosphärische Randschwächung. Die kontinuierliche Lichtänderung zwischen den Minima erkläre sich am einfachsten, wenn man annehme, daß der Begleiter an der vom Hauptstern bestrahlten Hälfte merklich heller sei als an der andern Hälfte. Es wird also vorausgesetzt, daß der Begleiter während eines Umlaufes sich einmal gleichmäßig dreht, und daß die Oberfläche in zwei Hälften von verschiedener, aber gleichförmiger Helligkeit geteilt ist. Den Halbmesser *Algols* nehmen wir $= 1$, den des Begleiters $= \varkappa$. Ferner setzen wir die Oberflächenhelligkeit des Hauptsterns $= 1$, die der weniger hellen Halbkugel des Begleiters $= \lambda$, die der helleren Halbkugel $= \lambda + \lambda_1$. Die Bahn sei, wie schon erwähnt, in erster Annäherung kreisförmig, die Neigung der Bahn zur Gesichtslinie gering. Endlich sei β die wahre Anomalie in der relativen Bahn des Begleiters, gerechnet vom Zeitpunkt des Hauptminimums.

a) Unter diesen Voraussetzungen hat man für die Helligkeit des Systems:

(α) außerhalb der beiden Minima:

$$I = \pi + \pi\varkappa^2\{\lambda + \tfrac{1}{2}\lambda_1(1 - \cos\beta)\};$$

(β) in der Nähe des Hauptminimums:

$$I_M = \pi + \pi\varkappa^2\lambda - M;$$

(γ) in der Nähe des Nebenminimums:

$$I_m = \pi + \pi\varkappa^2(\lambda + \lambda_1) - M(\lambda + \lambda_1).$$

b) Bezeichnen wir mit I_0 die Helligkeit bei $\beta = 90^0$, d. h. nach einer Viertelsperiode, also

$$I_0 = \pi + \pi\varkappa^2(\lambda + \tfrac{1}{2}\lambda_1),$$

und setzen

$$\frac{I}{I_0} = J, \quad \frac{I_M}{I_0} = J_M, \quad \frac{I_m}{I_0} = J_m,$$

so sind die J, J_M und J_m aus der beobachteten Lichtkurve leicht abzuleiten und daher als bekannt zu betrachten. Bestimmt man so die Werte J für eine Reihe von

Punkten zwischen den beiden Minima, so erhält man eine Anzahl Gleichungen von der Form:

$$(1 + \varkappa^2\lambda) + \tfrac{1}{2}\varkappa^2\lambda_1(1 - \cos\beta) = J\{(1 + \varkappa^2\lambda) + \tfrac{1}{2}\varkappa^2\lambda_1\},$$

oder:

$$(\alpha') \qquad (1 + \varkappa^2\lambda) + \tfrac{1}{2}\varkappa^2\lambda_1\left(1 - \frac{\cos\beta}{1 - J}\right) = 0.$$

Aus diesen Gleichungen (α') läßt sich das Verhältnis ableiten:

$$(\alpha'') \qquad \sigma = (1 + \varkappa^2\lambda) : \tfrac{1}{2}\varkappa^2\lambda_1.$$

Im Hauptminimum ist

$$(\beta'') \qquad I_{M_0} = \pi + \pi\varkappa^2\lambda - M_0 = J_{M_0}\{\pi + \pi\varkappa^2(\lambda + \tfrac{1}{2}\lambda_1)\},$$

im Nebenminimum

$$(\gamma'') \qquad I_{m_0} = \pi + \pi\varkappa^2(\lambda + \lambda_1) - M_0(\lambda + \lambda_1) = J_{m_1}\{\pi + \pi\varkappa^2(\lambda + \tfrac{1}{2}\lambda_1)\}.$$

Die drei Gleichungen enthalten vier Unbekannte: $\varkappa$, M_0, λ, λ_1. Macht man jetzt eine bestimmte Annahme über $\varkappa$, so findet man die zugehörigen Werte von λ und λ_1. Hat man außerdem vorläufige Werte für die Bahnachse $2r$ und die Neigung i gewählt, so berechne man aus (β) und (γ) die Lichtephemeride für eine Anzahl von Zeitpunkten und bilde die Reste $B - R$. Dann suche man die Verbesserungen $d\varkappa$, dr und di mittels der Differentialausdrücke für dI; mit dem verbesserten Wert von $\varkappa$ berechne man λ und λ_1 aufs neue, usw., bis die Reste genügend herabgedrückt sind. So findet Stebbins:

$$\varkappa = 1.14 \pm 0.05, \qquad r = 4.77 \pm 0.05, \qquad i = 82^0.3 \pm 0^0.3,$$
$$\lambda_1 = 0.038 \pm 0.007, \qquad \lambda = 0.050 \pm 0.010.$$

Nach der Formel

$$\cos n\tau = \frac{\sqrt{r^2 - (1 + \varkappa)^2}}{r\sin i}$$

ergibt sich die Dauer der Finsternis:

$$2\tau = 9^h.80.$$

c) Die Helligkeit des Begleiters erhält man auf folgende Weise: Da $\varkappa^2\lambda = 0.065$, $\varkappa^2(\lambda + \lambda_1) = 0.114$, so ergibt sich leicht, daß die hellere Halbkugel um 2.4, die weniger helle um 3.0 Größen schwächer ist als der Hauptstern. Nimmt man für den Hauptstern die Größe 2.2 an, so hat man also für die beiden Halbkugeln des Begleiters ein Gesamtlicht von 4.6 und 5.2 Sterngrößen.

Um die Helligkeiten mit der Sonne zu vergleichen, müßte man die Parallaxe kennen; diese ist aber noch sehr unsicher. Unter zwei verschiedenen Voraussetzungen über die Parallaxe π und unter den Annahmen $g_\odot = -26.6$, $g_* = 2.2$ findet Stebbins für die Helligkeiten des Hauptsterns und seines Begleiters:

Parallaxe	Hauptstern	Begleiter	
π	*Algol*	hellere Seite	dunklere Seite
0″.07	26 ⊙	3.0 ⊙	1.7 ⊙
0″.03	240 ⊙	28 ⊙	16 ⊙

Der Begleiter ist also mehrere Male heller als die Sonne.

d) Um die Dimensionen des *Algol*systems zu berechnen, setzt Stebbins $a \sin i = 1\,600\,000$ km, das Mittel der beiden von Schlesinger und Curtiss gefundenen Werte.

Die Annahme $e = 0$ bedeutet, daß das sekundäre Minimum die Lichtperiode genau halbiert ($68^h.82 / 2 = 34^h.41$). Dies ist zwar nicht der Fall, aber der Unterschied ($34^h.67$ statt $34^h.41$ nach dem Hauptminimum) ist so gering und so wenig verbürgt, daß man ihn vernachlässigen kann.

e) Stebbins macht jetzt zwei verschiedene Voraussetzungen:

1. die Begleiter haben gleiche Dichte: $d = d_s$;

2. die Masse m des Hauptsterns ist doppelt so groß wie die Masse m_s des Begleiters, also $m = 2\,m_s$.

Setzt man noch $r = a + a_s$, so wird

$$a + a_s = a\left(1 + \frac{1}{\varkappa^3}\right) \qquad \text{(bei } d = d_s\text{)},$$

$$a + a_s = 3\,a \qquad \text{(bei } m = 2\,m_s\text{)}.$$

Weiter findet man die Gesamtmasse des Doppelsterns aus

$$m + m_s = \frac{4}{10^{20}} \cdot \frac{(a + a_s)^3}{P^2},$$

worin a und a_s in Kilometern, P in Tagen gemessen ist. Da $i = 82^0.3$ und $a \sin i = 1\,600\,000$ km, so folgt:

$$a = 1\,610\,000 \text{ km}.$$

Den Sonnenradius setzt Stebbins zu 697 000 km an und findet dann folgende Verhältnisse zwischen Sonne und *Algol*system:

Voraussetzung	(1) $d = d_s$	(2) $m = 2\,m_s$
R *Algol*-Radius	0.81 ⊙	1.45 ⊙
$R\varkappa$ Radius des Begleiters	0.92	1.66
m Masse *Algols*	0.04	0.37
m_s Masse des Begleiters	0.06	0.18
d Dichte *Algols*	0.07	0.12
d_s Dichte des Begleiters	0.07	0.04

f) Im *ApJ* 23 (1906) Nr 5 behandelt Stebbins die Frage, ob die größere Helligkeit des Begleiters auf der dem Hauptkörper zugewandten Seite vielleicht durch Reflexion zu erklären sei. Nach Formel (51) S. 228 hat man:

$$I_2 = \tfrac{2}{3}\pi I \mu\,(\gamma^2 + \tfrac{3}{4}\gamma^3 + \cdots),$$

also

$$\frac{I_2}{I_1} = \varkappa^2\lambda_1 = \tfrac{2}{3}\mu\,(\gamma^2 + \tfrac{3}{4}\gamma^3 + \cdots),$$

und folglich

$$\mu = \tfrac{3}{2}\cdot\frac{\varkappa^2\lambda_1}{\gamma^2 + \tfrac{3}{4}\gamma^3 + \cdots}.$$

Substituiert man die gefundenen Werte

$$\varkappa^2\lambda_1 = 0.049, \qquad \gamma = \frac{\varkappa}{a} = \frac{1.14}{4.77},$$

so wird

$$\mu = 1.10.$$

Die Albedo des Begleiters müßte also > 1 sein. Mithin läßt sich die größere Helligkeit auf der einen Hälfte des Begleiters nicht durch Reflexion allein erklären, vielmehr muß sie hauptsächlich auf die Erhitzung durch den nahen Hauptkörper zurückgeführt werden.

g) In den Jahren 1919 und 1920 hat Stebbins photo-elektrisch eine neue Lichtkurve von *Algol* bestimmt, welche die von 1909/10 an Genauigkeit noch weit übertrifft. Die Lichtabnahme im Hauptminimum war jetzt $1^{\mathrm{M}}.134$, im Nebenminimum $0^{\mathrm{M}}.042$. Das Nebenminimum fand $34^{\mathrm{h}}.65$ nach dem Hauptminimum statt, also fast genau wie im Jahre 1910 ($34^{\mathrm{h}}.67$). Photometrisch bestehen keine Anzeichen einer Bahnexzentrizität, und von einer schnellen Umdrehung der Bahnachse kann keine Rede sein. Die neu berechneten Elemente stimmen mit denen von 1910 genau überein. Aus der neuen Lichtkurve ließ sich außerdem die ellipsoidische Gestalt der beiden Sterne ableiten. Die Rechnung wurde nach der Methode von Russell für gleichmäßig leuchtende Sterne durchgeführt.

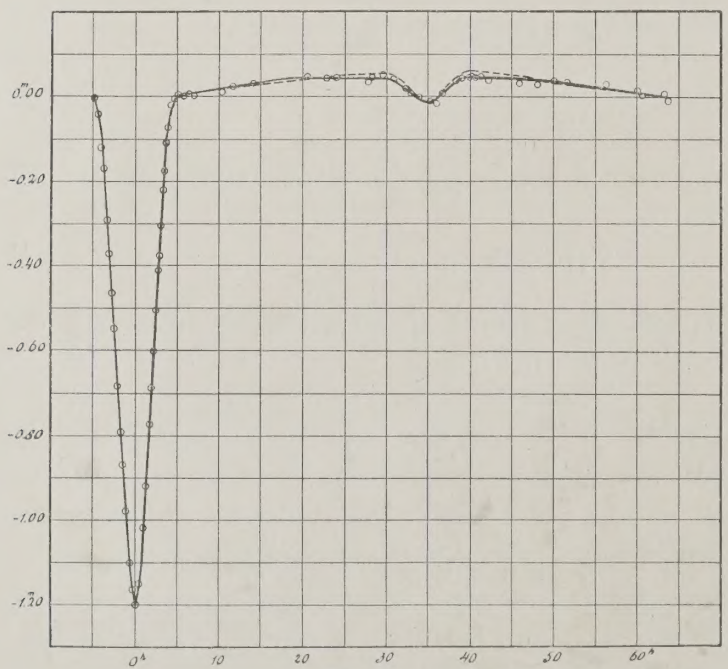

Fig. 32.

In Fig. 32 (Lichtkurve *Algols*) ist die voll gezogene Kurve die von 1920, die gestrichelte die von 1910. Die Elemente von 1910 und 1920, beide nach Russells Bezeichnungsweise, gibt Stebbins in Tabellenform wie folgt:

Elemente des *Algol*systems		1920	1910
Verhältnis der Halbmesser	k	0.85	0.88
Verfinstertes Areal des helleren Sterns im Hauptminimum	a_0	0.700	0.711
Helligkeit des helleren Sterns	L_b	0.925	0.898
Helligkeit der helleren Seite des schwächeren Sterns	L_f	0.075	0.102
Helligkeit der schwächeren Seite des schwächeren Sterns	$L_f - 2\,b_f$	0.045	0.058
Verhältnis der Oberflächenhelligkeiten der helleren Seiten	J_f / J_b	0.059	0.088
Halbmesser des helleren Sterns (Bahnhalbachse = 1)	a_b	0.207	0.210
Halbmesser des schwächeren Sterns (Bahnhalbachse = 1)	a_f	0.244	0.239
Cosinus der Neigung der Bahn	$\cos i$	0.142	0.134
Ellipsoidische Konstante	z	0.027	0.0
Verhältnis der Achsen der Ellipsoide	b/a	0.987	1.0
	c/a	0.978	1.0
Mittlere Dichte des Systems (Sonne = 1)	ρ_0	0.07	0.07
Dauer der Verfinsterung	—	$9^h.66$	$9^h.80$
Albedo nach Lamberts Gesetz	μ_1	0.7	1.1
Albedo nach Seeligers Gesetz	μ_2	1.0	1.5

Auffallend ist der Unterschied zwischen den Verhältnissen 0.059 und 0.088 der Oberflächenhelligkeiten nach der photo-elektrischen und der selen-photometrischen Methode, obwohl die letztere tatsächlich dieselbe Farbenempfindlichkeit hat wie die visuelle Methode. Stebbins schließt daraus, daß der Begleiter gelber ist als der Hauptstern.

Achtzehntes Kapitel.

Der Doppelstern β *Lyrae*.

A. Geschichtliches.

„Der veränderliche Stern β *Lyrae*, bemerkenswert durch die eigentümliche Form seiner Lichtkurve, zählt in spektralanalytischer Beziehung zu den interessantesten Objekten des nördlichen Himmels“ (Vogel in den Berliner *Berichten* 1894, Nr 6).

Schon lange bevor die Spektraluntersuchungen Belopolskys die Doppelsternnatur von β *Lyrae* wahrscheinlich machten, hatte Plaßmann eine Erklärung des Lichtwechsels dieses Sterns gegeben. Nach ihm beruht der Lichtwechsel hier teils auf Fluterscheinungen, teils auf gegenseitiger Verfinsterung zweier ungleich heller und ungleich großer Himmelskörper („Die Veränderlichen Sterne“, Köln 1888). Plaßmann hat seine Theorie, wie er (ebd. 52) sagt, schon seit 1881

verteidigt und sie dann 1885 im *Jahresbericht* des Westfälischen Provinzial-Vereins der Görres-Gesellschaft veröffentlicht. Da heißt es:

„Die Vermutung, daß ein solches System vorliege, gewinnt bei β *Lyrae* eine bedeutende Stütze an dem spektroskopischen Verhalten des Veränderlichen. . . . Der Stern ist gelblich-weiß, im übrigen ähnelt sein Spektrum dem des ersten Typus. Aber anstatt der dunklen Wasserstofflinien, welche durch ihr Auftreten in den Spectris der weißen Sterne eine wasserstoffreiche absorbierende Atmosphäre andeuten, hat unser Veränderlicher helle Wasserstofflinien[1], wodurch also ein selbständiges Glühen dieses Elementes verraten wird. Auch sonst gibt sein Spektrum Rätsel auf. Dieselben lassen sich vielleicht weniger gut durch die von anderer Seite geäußerte Hypothese einer an glühendem Wasserstoff reichen, die Photosphäre mit ihrem kontinuierlichen Spektrum überstrahlenden Fixstern-Atmosphäre, als durch unsre Annahme erklären, nach welcher die Spektra von zwei verschiedenen in ungleichen Phasen der Entwicklung begriffenen Sternen sich übereinander lagern. . . ."

Mit Rücksicht auf die Regelmäßigkeit der Lichtkurve setzt Plaßmann die Exzentrizität der Bahn als klein voraus. Die Perioden der Achsendrehung und des Bahnumlaufes sind nach ihm durch Flutreibung einander gleich geworden. Die Welle der Zenitflut ist wegen der großen Annäherung der Körper viel stärker als die Nadirflut, namentlich wenn man noch die bei einer so schnellen Umdrehung unvermeidliche Abplattung hinzuzieht.

Den Verlauf der Lichtschwankungen, wie er sich aus diesen Voraussetzungen ergibt, beschreibt Plaßmann ausführlich S. 55 der angeführten Schrift. „Bei einem Gase", sagt er, „welches so intensiv glüht, daß es durch helle Linien auf dem hellen Grund des kontinuierlichen Spektrums sich verrät, darf man nicht von einer Vermehrung der Absorption durch die Flutwelle reden. . . . Käme nun die Rotation des Zentralsterns allein mit der Flutwelle in Betracht, so würden wir wahrnehmen 1) ein sehr helles Maximum bei der Konjunktionsflut; 2) ein schwaches Nebenmaximum bei der Oppositionsflut; 3) zwei Minima bei den Ebben. Nun ist aber auch der Begleiter mit seiner geringeren Helligkeit und den möglichen Okkultationen zu betrachten. Hierdurch wird verursacht, wenn man die Oberfläche zunächst als homogen leuchtend ansieht, 1) ein starkes Minimum bei der untern Konjunktion, weil dann der Satellit den Hauptstern teilweise bedeckt; 2) ein schwächeres Minimum bei der obern Konjunktion, wo der Begleiter fast ganz vom Hauptstern bedeckt wird; 3) zu den Zeiten, wo keine dieser Okkultationen stattfindet, eine horizontal verlaufende Kurve, wie beim *Algol*. Diese horizontalen Teile werden jedoch nicht sehr groß werden, weil die gewaltige, von der Flut verursachte Annäherung der sich gegenüberliegenden Teile aneinander, z. B. der glühenden Wasserstoffhülle des Hauptsterns an den Trabanten,

[1] Von Secchi entdeckt („Le stelle" [1877] 147): „Questa stella ci presentò una volta nel massimo di sua luce le righe lucide dell' idrogeno come γ *Cassiopeia*."

fast in eine Berührung übergehen wird. Legt man nun die von Rotation und Revolution verursachten Kurven übereinander, so sieht man, daß eine Lichtkurve wie die tatsächlich beobachtete recht wohl sich ergeben kann; nämlich 1) bei der untern Konjunktion wird durch das Einschieben des weniger hellen Körpers das Maximum in ein Hauptminimum verwandelt; 2) statt des schwachen Nebenmaximums bei der obern Konjunktion entsteht, weil der Begleiter verdeckt ist, ein Nebenminimum; 3) etwa zur Zeit der Quadraturen, wo beide Sterne für uns leuchten, zeigen sich die Maxima."

B. Die aus der Lichtkurve folgenden Bahnelemente.

Die Lichtkurve, auf die sich die Berechnungen der Bahnelemente des Doppelsystems $\beta\,Lyrae$ gründen, läßt sich mit wenigen Worten beschreiben. Im allgemeinen ist die Lichtänderung von $\beta\,Lyrae$ stetig; sie besitzt zwei ungleiche Minima und zwei gleiche Maxima. Im Hauptminimum ist der Stern von der Größe 4.5, im ersten Maximum, nach $3^d\,3^h$, von der Größe 3.4; zum Nebenminimum, von der Größe 3.9, sinkt er in $3^d\,6^h$ herab; dann steigt er zum zweiten Hauptmaximum in $3^d\,3^h$ und erreicht nach $3^d\,10^h$ wieder das Hauptminimum. Die Dauer der Periode ist nicht beständig; die Epoche des Hauptminimums, abgeleitet aus sämtlichen Beobachtungen bis 1920, wird nach den neuesten Untersuchungen Hellerichs (*AN* 216 [1922] Nr 5163) ausgedrückt entweder durch die Formel ohne periodisches Glied:

$$m_1\,(\text{M.Z.Gr.}) = 2\,398\,590^d.534 + 12^d.9\,080\,286\,E + 0^d.000\,003\,923\,E^2 - \\ - 0.000\,000\,000\,012\,E^3,$$

oder durch die Formel mit periodischer Ungleichheit:

$$m_1\,(\text{M.Z.Gr.}) = 2\,398\,590^d.538 + 12^d.9\,079\,948\,E + 0^d.000\,003\,932\,E^2 - \\ - 0^d.050\cos(0^0.2\,E + 30^0).$$

Welcher von den beiden Formeln der Vorzug zu geben ist, können nach Hellerich erst zukünftige Beobachtungen entscheiden.

Die Ursache der Veränderung der Periode liegt noch im dunkeln; so viel aber scheint sicher, daß eine Bewegung der Apsidenlinie der Bahn nicht als Ursache angenommen werden kann.

58. Aus der Lichtkurve von $\beta\,Lyrae$ sind mehrfach die Bahnelemente des Systems, dieses als Doppelsystem vorausgesetzt, berechnet worden.

a) Zum erstenmal hat G. W. Myers in seinen „Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes $\beta\,Lyrae$" (Inauguraldissertation 1896) es unternommen, aus der Lichtkurve die Beschaffenheit des Doppelsystems abzuleiten. Er ging dabei von den Voraussetzungen aus, die der Theorie (oben S. 210) zugrunde liegen: der Lichtwechsel wird durch zwei ähnliche, verlängerte Umdrehungsellipsoide verursacht, die sich in schwach elliptischen Bahnen um ihren gemeinschaftlichen

Schwerpunkt bewegen. Die großen Achsen der Ellipsoide bleiben bei dieser Bewegung immer in einer gemeinschaftlichen Geraden. Um die Lichtintensität zu berechnen, wird man füglich die Ellipsoide durch ihre gleichmäßig hellen Projektionen auf das Himmelsgewölbe ersetzen. Myers bediente sich der Argelanderschen Lichtkurve („vera" für 1850), die, in Stufen ausgedrückt, von 3.35 im Hauptminimum bis 12.35 im Maximum steigt. Für den Stufenwert fand Myers 0.13 Größenklassen. Die aus den Elementen abgeleitete Lichtkurve läßt in der Nähe des Hauptminimums Abweichungen von ungefähr zwei Stufen übrig.

b) Die Rechnungen wurden vom Verfasser dieses Bandes mit verbesserten Differentialformeln wiederholt („β *Lyrae* as a Double Star": *Versl.* Kon. Ak. Amsterdam 16 [1907] 459). Aber auch so blieb 18 Stunden vor dem Hauptminimum noch eine Differenz $(B - R)$ von 1.2 Stufen. Sie ist durch eine Asymmetrie in der Argelanderschen Kurve veranlaßt. Denn in der theoretischen Kurve fällt das Hauptminimum $0^d.063$, das zweite Minimum $0^d.069$ vor das Argelandersche. Daher wurde unter der Voraussetzung, daß das Hauptminimum in Argelanders Kurve $0^d.08$ früher falle, ein zweites Elementensystem entwickelt, wodurch die Asymmetrie größtenteils verschwand; der Abstand zwischen den zwei Minima entsprach dann genau einer halben Lichtperiode. Es muß also entweder die Bahn kreisförmig sein, oder die Apsidenlinie muß mit der Gesichtslinie zusammenfallen. Für beide Voraussetzungen wurden die Elemente berechnet. Außerdem wurde auch für Pannekoeks Kurve (*Verh.* Kon. Ak. Amsterdam 5 [1897] Nr 7) durch wiederholte Annäherung ein Elementensystem abgeleitet.

c) Im Jahre 1909 veröffentlichte J. v. Hepperger seine Abhandlung „Über den Zusammenhang zwischen der Lichtänderung und den Elementen des Systems β *Lyrae*" (Wiener *Berichte* Bd 118, Abt. IIa, S. 923). Als Grundlage für die Bestimmung der Elemente dienten hier die Lichtkurven von Argelander, Pannekoek und Stratonow. Bei jeder Lichtkurve wurden zwei Annahmen gemacht: einmal daß die kleinere Komponente die größere Oberflächenhelligkeit habe, und das andere Mal, daß dies bei der größeren Komponente zutreffe. Das Ergebnis war, daß, soweit die Lichtkurven in Betracht kommen, beide Annahmen nahezu dieselbe Wahrscheinlichkeit beanspruchen können.

d) Eine neue Lösung für die Elemente von β *Lyrae* findet Shapley, der den Stern „one of the most puzzling systems in the sky" nennt („A Study of the Orbits of Eclipsing Binaries", 1915). Shapley gründet seine Untersuchung auf die Lichtkurve von Stratonow, ohne jedoch die sekundären Schwankungen, die er für nicht wirklich hält, zu berücksichtigen. Die Komponenten sind nach ihm dunkelrandig, da eine Lösung mittels gleichförmig leuchtender Oberflächen mit den spektroskopischen Beobachtungen nicht stimmte. Eine Bahnexzentrizität wurde nicht berechnet.

e) Zuletzt haben J. Guthnick und R. Prager nach der lichtelektrischen Methode eine andere Lichtkurve gezeichnet und daraus ein neues Elementensystem abgeleitet (Berliner *Berichte* 1917, Nr 12).

59. Eine Übersicht aller bis 1910 erschienenen Lösungen gab R. H. Curtiss in seiner Abhandlung „On the Photographic Spectrum of β *Lyrae*“ (*Publ.* Allegheny Obs. II [1911] Nr 11). Wir drucken seine Tabelle hier ab, ergänzt durch die neueren Elemente von Shapley und Guthnick-Prager. Die Buchstaben haben folgende Bedeutung:

T = Zeit des Periastrondurchgangs vom Hauptminimum an;
ω' = Länge des Periastrons für die im Hauptminimum verfinsterte Komponente, in der Bahnfläche vom aufsteigenden Knoten an;
ι = Neigung der Bahnebene gegen das Himmelsgewölbe;
e = Exzentrizität der Bahn;
ε = Exzentrizität der beiden gleichförmigen Ellipsoide;
k = Verhältnis der großen Achsen der beiden Komponenten;
I = Verhältnis der Oberflächenhelligkeiten der größeren und der kleineren Komponente;
A = große Halbachse der größeren Komponente, die große Halbachse der Bahn als Einheit genommen;
S = kürzester Abstand zwischen den Oberflächen der beiden Sterne.

	Lichtkurven: von Argelander, 1850						Pannekoek, 1895			Stratonow, 1896			Guthnick-Prager 1916
Elemente	Myers	Stein		v. Hepperger		Roberts	Stein	v. Hepperger		v. Hepperger		Shapley	Guthnick-Prager
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
T	$6^d.64$	$5^d.1$	$6^d.45$	$5^d.85$	$5^d.85$	—	—	$3^d.87$	$3^d.87$	$4^d.06$	$4^d.06$	—	—
ω'	$274°.9$	$231°.3$	$270°.0$	$256°.0$	$256°.0$	—	—	$195°.9$	$195°.9$	$200°.1$	$200°.1$	—	$< 270°$ $> 90°$
ι	$90°.0$	$90°.0$	$82°.07$	$90°.0$	$90°.0$	—	$90°.0$	$65°.0$	$90°.0$	$65°.6$	$90°.0$	$62°.02$	$90°$
e	0.020	0.017	0.04	0.038	0.038	—	0.00	0.037	0.037	0.028	0.028	—	$\geqq 0.013$
ε	0.556	0.694	0.699	0.599	0.599	0.57	0.726	0.820	0.754	0.822	0.748	0.652	0.592
k	0.753	0.498	0.501	0.500	0.757	—	0.538	0.200	0.600	0.200	0.600	0.400	0.530
I	0.399	0.225	0.228	0.287	4.09	—	0.290	0.069	∞	0.071	∞	0.106	0.347
A	0.516	0.551	0.581	0.522	0.503	—	0.651	0.794	0.602	0.788	0.607	0.678	0.557[1] 0.458[2]
S	0.095	0.173	0.128	0.217	0.116	0.01	0.000	0.047	0.037	0.054	0.029	0.051	0.149[1] 0.300[2]

Mit Recht bemerkt Curtiss, daß diese aus den geometrischen Lichtkurven allein bestimmten Elemente höchstens rohe Näherungswerte seien. Nicht nur sind dabei verschiedene Annahmen möglich, sondern eine Reihe von physikalischen Einflüssen, wie Lichtabsorption im System, Reflexion und sekundäre Gezeitenwirkung, sind gar nicht in Rechnung gezogen. Nur so viel läßt sich sagen, daß

[1] Aus dem Hauptminimum. [2] Aus dem Nebenminimum.

die Bahn nahezu kreisförmig ist, daß die Komponenten annähernd ellipsoidisch sind und einander sehr nahe stehen, und daß die Bahnebene einen Winkel von weniger als 30° mit der Gesichtslinie bildet.

Die Verwicklung des Problems wird noch vermehrt durch die sonderbaren Unregelmäßigkeiten, die von verschiedenen Beobachtern festgestellt wurden. Indessen haben Guthnick und Prager in diesen scheinbar regellosen Abweichungen von einem normalen Lichtwechsel dennoch einen gewissen systematischen Verlauf entdeckt. Sie fanden zwar ebenfalls, daß ihre Messungen sich einer regelmäßigen Lichtkurve vom sog. β *Lyrae*-Typus nicht streng einfügen wollen, erklären das aber in befriedigender Weise wie folgt: „Betrachtet man . . . die Darstellung [der

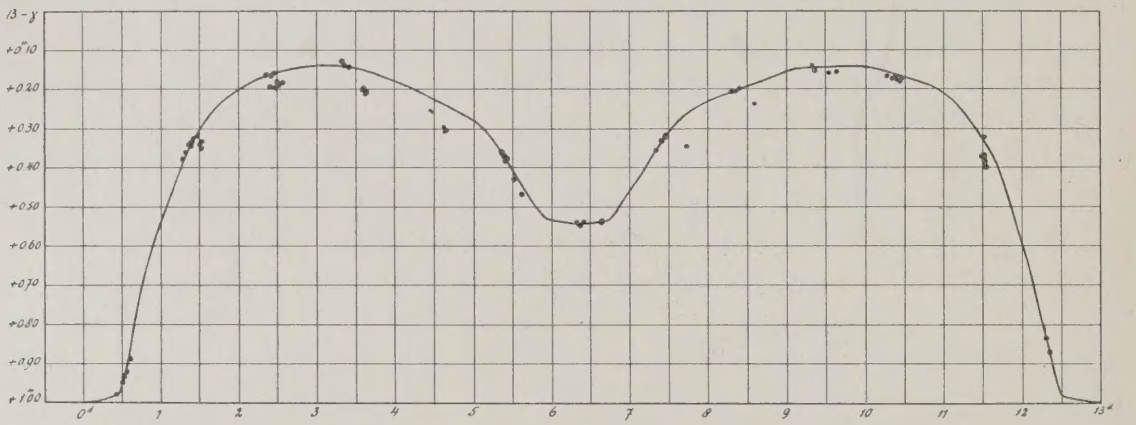

Fig 33.

Beobachtungen] genauer, so erkennt man einen merkwürdigen Umstand. Der geringe Unterschied der Periode von 13 Tagen bringt es mit sich, daß lange Zeit hindurch die Beobachtungen sehr nahe auf dieselbe Phase fallen und so gedrängte Gruppen bilden. In diesen Gruppen sieht man häufig ein Zerfallen der Einzelergebnisse in zwei Untergruppen, die eine hoch-, die andere tiefliegend. . . . Durch die hochliegenden Beobachtungen konnten wir nun eine strenge β *Lyrae*-Kurve legen, so daß die Darstellung der Beobachtungen nur wenig zu wünschen übrig ließ. . . .“

Fig. 33 stellt die Lichtkurve von β *Lyrae* nach den lichtelektrischen Messungen von Guthnick und Prager dar.

C. Die aus den Spektraleigenschaften abgeleiteten Elemente.

Zur Erklärung des Lichtwechsels von β *Lyrae* ist die Heranziehung der spektroskopischen Beobachtungen unumgänglich. In der Tat sind die allgemeinen Merkmale und die periodischen und unregelmäßigen Schwankungen im Spektrum des Sterns von einer Reihe von Astronomen, wie Secchi, E. Pickering, Vogel, Keeler, Lockyer, Sidgreaves, Belopolsky, untersucht worden. Die Besprechung dieser Menge von Beobachtungen kann hier um so mehr unterbleiben,

als die schon erwähnte Abhandlung von Curtiss alles Frühere weit überholt. Wir beschränken uns deshalb auf eine kurze Wiedergabe seiner hauptsächlichsten Ergebnisse.

60. Das Spektrum von β *Lyrae* ist nach Curtiss verwickelter Natur; es besteht aus einer Reihe von Linien, nämlich 1. einem System von oszillierenden dunklen Linien, ähnlich denen von *Rigel* oder eines Sternes vom Typus *B 8*; 2. einem System von nicht-oszillierenden dunklen Linien, das an Schärfe den entsprechenden Linien im Typus *B 8* ähnlich und mit einem Spektrum vom Typus *B 5* (*Bellatrix*) vergleichbar ist; 3. einem nicht-oszillierenden Spektrum von hellen Emissionsbändern, mit mehr oder weniger scharf ausgeprägten nicht-oszillierenden Rändern, welche die dunklen Linien von *H*, *He*, *Ca*, *Mg* und *Fe* und vielleicht noch andern Elementen begleiten. Die Emissionsbänder der *H*-Linien und der helleren *He*-Linien sind breit, öfters mit kräftigen, dunklen Rändern. Die dunklen Linien der ersten zwei Systeme liegen immer in den Emissionsbändern, wenn diese vorhanden sind, und zwar liegt die eine von beiden fest in der Mitte der Gruppe, während die andere von der einen zur andern Kante des hellen Bandes oszilliert. Schwankungen in der Intensität der verschiedenen Linien gehen mit der Lichtschwankung zusammen. Diese Änderungen weisen, abgesehen von dem kontinuierlichen Spektrum des *B 8*-Sterns, noch auf ein zweites Spektrum hin, das viel schwächer ist als das erste und dem im Nebenminimum verfinsterten Stern angehört.

Die relativen Intensitäten der zwei Systeme dunkler *He*-Linien deuten an, daß die Linien des *B 5*-Spektrums unter Umständen hervorgebracht werden wie die, welche im Vakuumrohr vorherrschen, während die des *B 8*-Spektrums wahrscheinlich in absorbierenden Schichten von höherer Temperatur ihren Ursprung haben. Auch die relativen Intensitäten der Emissionslinien von Helium stimmen mit denen der Linien im Vakuumrohr überein, wie sie von Runge und Paschen beobachtet wurden. Die Intensitäten der Emissionslinien schwanken in demselben Sinn wie das kontinuierliche Spektrum, haben aber größere Amplitude.

Während der ersten Hälfte der Lichtperiode, vom Hauptminimum an, sind die dunklen Linien mehr verwaschen und überlagern einander häufig; im Nebenminimum werden die dunklen Linien des *B 5*-Spektrums ziemlich schwach. Die Intensitätskurven der Emissionsbänder unterliegen großen Schwankungen, besonders während des Hauptminimums. Das Maximum der Emissionsbänder findet sich gewöhnlich auf der einen Seite, die oszillierende dunkle Linie auf der andern Seite der nicht-oszillierenden dunklen Linie; doch sind Ausnahmen von dieser Regel häufig. Die dunklen Ränder der Emissionsbänder haben verschiedene Intensitäten; bisweilen kommen sie den hervorragendsten dunklen Linien gleich.

61. Werden die Verschiebungen der Spektrallinien nach dem Dopplerschen Prinzip erklärt, so lassen sich daraus die radialen Geschwindigkeiten und die Elemente des Sternsystems berechnen.

a) Im Jahre 1897 gelang es Belopolsky, die periodischen Verschiebungen der *Mg*-Linie $\lambda = 448.16\,\mu\mu$, die zum System der dunklen oszillierenden Linien gehört, mit Hilfe eines künstlichen Eisenspektrums zu erkennen. Alle andern Linien seiner Spektrogramme waren für diesen Zweck unbrauchbar. Er fand eine periodische Änderung der Radialgeschwindigkeiten im Betrage von etwa 50 geographischen Meilen, die sich der Lichtperiode gut anschloß. Zur Zeit des Hauptminimums war die Geschwindigkeit gleich 0, nachher wurde sie negativ. Der *B8*-Stern wurde also im Hauptminimum verfinstert. Eine nach der Methode von Lehmann-Filhès berechnete Bahn ergab, wenn T vom Hauptminimum an gerechnet wird, die Elemente:

$$P = 12^d.908, \quad e = 0.07, \quad T = 6^d.62, \quad \omega' = 263^0.4,$$
$$K = 181.1 \text{ km}, \quad a \sin i = 31.8 \times 10^6 \text{ km}, \quad \gamma = -14.8 \text{ km}.$$

Aus denselben Beobachtungen fand der Verfasser nach der Methode von Wilsing (*AN* Nr 3198) die etwas verschiedenen Elemente:

$$P = 12^d.908, \quad e = 0.0235, \quad T = 7^d.61, \quad \omega' = 300^0\,51',$$
$$K = 180.0 \text{ km}, \quad a \sin i = 31.9 \times 10^6 \text{ km}, \quad \gamma = -15.45 \text{ km}.$$

Curtiss hat dann aus seinen Spektrogrammen von 1907 die Radialgeschwindigkeiten von 26 dunklen Linien des *B8*-Spektrums gemessen und daraus eine neue Geschwindigkeitskurve abgeleitet. Sie lieferte ihm die Elemente:

$$P = 12^d.9194 \text{ (angenommen)}, \quad e = 0.018 \pm 0.0027, \quad T = 9^d.867,$$
$$\omega' = 0^0.15 \pm 0^0.17, \quad K = 184.40 \text{ km} \pm 0.48 \text{ km},$$
$$a \sin i = 32.75 \times 10^6 \text{ km} \pm 85\,000 \text{ km}, \quad \gamma = -20.95 \text{ km},$$
$$m_s^3 \sin^3 i / (m + m_s)^2 = 8.41\,\odot.$$

b) Außerdem bestimmte Curtiss die Radialgeschwindigkeiten der dunklen Linien, die zum *B5*-Spektrum gehören; sie deuteten darauf hin, daß diese Linien innerhalb der Grenzen $\pm$ 10 km eine feste Stellung einnehmen. Die *H*-Linien sind im Mittel alle um — 55.3 km verschoben. Die Lagenänderungen der *He*-Linien wachsen mit zunehmender Wellenlänge von — 24.9 km bei λ 4009 bis — 85.5 km bei λ 5016. Die Radialgeschwindigkeit des *B5*-Sterns in der *K*-Linie von *Ca* fällt tatsächlich mit der Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes des Systems zusammen.

Sehr schwierig war es, mit genügender Genauigkeit den Ort der Emissionslinien auszumessen. Curtiss fand, daß die Absorptionsgegenden an den Rändern der hellen Bänder aus verschiedenen zusammengedrängten dunklen Maxima bestanden, die wahrscheinlich eine innerhalb $\pm$ 10 km feste Lage hatten. Die Verschiebung wurde für vier dieser Maxima an beiden Kanten der Emissionsbänder ausgemessen. Nahm man diese in symmetrisch zur Mitte liegende Paare zusammen und betrachtete die Mitte jedes Paares als die Mitte der betreffenden Emissionslinie, so ergab sich eine durchschnittliche Geschwindigkeit von — 33 km.

Curtiss fügt hinzu, daß die vier genannten Absorptionsmaxima einander bisweilen überlagern, wodurch die kräftigen dunklen Linien entstehen, die an den Rändern der hellen Linien wahrgenommen werden. Dies trete insbesondere bei der $H\beta$-Linie öfters ein. Dazu komme die Überlagerung der oszillierenden dunklen Linie, die in ihrer größten Verschiebung die Sache noch verwickelter macht. So entstehe ein scheinbares Hin- und Herschwanken der Absorptionslinien, und es werde der Eindruck vorgetäuscht, als wären diese Linien die Ränder eines oszillierenden hellen $H\beta$-Bandes.

c) Die wahrscheinlich nur scheinbaren Verschiebungen der hellen $H\beta$-Linie hatte schon Belopolsky im Jahre 1892 ausgemessen; es gelang ihm, sie durch eine nahezu kreisförmige Bahnbewegung zu erklären. Er fand

$$K_s = 90 \text{ km}, \qquad a_s \sin i = 15.8 \times 10^6 \text{ km}, \qquad \gamma_s = 0.0 \text{ km}.$$

Zur Zeit der beiden Lichtminima war die Radialgeschwindigkeit nahezu Null, nach dem Hauptminimum wurde sie positiv; der Körper, der die helle $H\beta$-Linie verursachte, verfinsterte den andern um diese Zeit, er muß also der $B5$-Stern sein.

Aus derselben Radialgeschwindigkeit fand der Verfasser (a. a. O.) nach der Wilsingschen Methode:

$$(P = 12^d.91), \qquad e = 0.075, \qquad T = 7^d.89, \qquad \omega_s' = 115^0\,20',$$
$$K = 85.9 \text{ km}, \qquad a_s \sin i = 15.3 \times 10^6 \text{ km}, \qquad \gamma_s = -0.72 \text{ km}.$$

Curtiss, der es für wahrscheinlich hielt, daß die Verschiebungen der $H\beta$-Linie nur scheinbar stattfinden, hat dennoch aus seinen Spektrogrammen die fragliche Geschwindigkeitskurve abgeleitet; diese lieferte ihm die Elemente:

$$(P = 12^d.9194), \qquad e = 0.018 \text{ (angenommen)}, \qquad T = 9^d.867,$$
$$\omega_s' = 180^0.15 \text{ (angenommen)}, \qquad K_s = 75.0 \text{ km}, \qquad a \sin i = 13.3 \times 10^6 \text{ km},$$
$$\gamma_s = -13.0 \text{ km}.$$

d) Die Massen des Doppelsystems findet man durch Verbindung der Bahnelemente der beiden Komponenten nach dem dritten Keplerschen Gesetz. Sie betragen

$$\text{nach Belopolsky:} \quad m = \frac{8.1}{\sin^3 i}\odot, \qquad m_s = \frac{17.1}{\sin^3 i}\odot;$$

$$\text{nach Curtiss:} \quad m = \frac{6.77}{\sin^3 i}\odot, \qquad m_s = \frac{16.64}{\sin^3 i}\odot.$$

Die Dichte des größeren Körpers, m_s, ist von der Ordnung $0.0004\,\odot$, die des kleineren von der Ordnung $0.0015\,\odot$.

D. Physikalische Störungen.

62. Viele der beobachteten Eigentümlichkeiten im Spektrum von β *Lyrae* finden in den berechneten Bahnbewegungen keine genügende Erklärung, — es sei nur an die ungleichen Verschiebungen der *H*- und *He*-Linien im $B5$-Spektrum

erinnert; vielmehr muß man hier an Ursachen rein physikalischer Natur denken. Nach Vogel (*ApJ* 11 [1900] 390) verdienen die Untersuchungen von Humphreys und Mohler, von Eder und Wilsing über die durch hohen Druck verursachten Änderungen des Spektrums besondere Beachtung. Wir verweisen außerdem auf die neueren Arbeiten von Ebert, Julius, Hartmann und Curtiss, deren Ansichten wir teilweise wörtlich wiedergeben.

a) Nach Ebert (*VJS* 41 [1906] 246) können Verschiebungen und Verdopplungen von Linien in den Spektren vieler kurzperiodischen Veränderlichen durch anomale Dispersion erklärt werden, ähnlich wie bei den Neuen Sternen.

b) W. H. Julius zeigt in seiner Abhandlung „Dispersion Bands in the Spectra of δ *Orionis* and *Nova Persei*“ (*ApJ* 21 [1905] 286), daß manchmal, wo das Dopplersche Prinzip versagt, die „Dispersionsbänder“ eine einfache Lösung darbieten. Er schreibt:

„When light, giving a continuous spectrum, passes through a selectively absorbing non-homogeneous mass of gas, the spectrum of the transmitted light contains places which, according to circumstances, may contrast as bright or as dark regions with their surroundings. Though resembling emission and absorption lines, these bands have a wholly different origin. They are due to anomalous dispersion and therefore the name dispersion bands has been suggested for them.

„Dispersion bands always appear in the proximity of absorption lines, covering them more or less symmetrically. They show great variety in width and strength, and the distribution of the light in them may be irregular, so as to give the impression that one is witnessing cases of shifting or doubling or complicated reversal phenomena of widened absorption lines. . . .

„In the spectrum of the various parts of the solar image dispersion bands play an important part. We can scarcely doubt that they are also present in stellar spectra; for the light coming from the stars must, as a rule, have travelled through immense gaseous envelopes and suffered ray-curving and anomalous dispersion, just as well as the light from the Sun.

„Taking for granted that most of the visible stars are rotating gaseous bodies, with or without a solid core, we must suppose them to have a structure, describable by surfaces of discontinuity with waves and vortices, and resembling the peculiar structure of the Sun, by which it has proved possible to explain solar phenomena. Consequently the stars too give existence to 'irregular fields of radiation' rotating with them. Our line of sight continually cuts other parts of the refracting mass; it may pass closely along surfaces of discontinuity, now on the one, now on the other side of them; so the light reaching us must vary in strength and in composition.

„The variability of many stars is very likely to result from this cause; and from the same principle it necessarily follows that their spectral lines should be liable to every kind of change in place and in appearance. . . .“

c) Auch nach Hartmann (*AN* Nr 4197 [1907]) „kann man in denjenigen Fällen an einen Einfluß der anomalen Dispersion denken, in welchen ein Sternspektrum helle und dunkle Linien von wechselnder Lage und Intensität zeigt. In erster Linie würde hierher β *Lyrae* mit dem komplizierten und wechselnden Bau seiner Spektrallinien gehören. Auch bei diesem Stern ist jedoch, wie schon aus der Regelmäßigkeit seiner Periode folgt, nicht die Rotation des Strahlungsfeldes eines einzelnen Körpers, sondern die Bahnbewegung zweier Körper, im Spektrum also die Dopplersche Linienverschiebung die primäre Erscheinung. Haben zwei solche Himmelskörper mit ausgedehnten Atmosphären nur geringe Entfernung voneinander, so müssen die Gashüllen infolge der Flutwirkung eine von der Kugelform stark abweichende Gestalt annehmen, deren Symmetrieachse, wenn keine andern Kräfte einwirken, die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Körper ist. Eine so deformierte Gashülle würde dauernd nahe dieselbe Form behalten und genau in der durch die Umlaufszeit der Körper bestimmten Periode rotieren, auch ist sie im Verhältnis zum lichtaussendenden Himmelskörper so groß, daß sie ein ungleichförmiges Strahlungsfeld erzeugen muß. Nicht nur auf die Spektralerscheinungen, sondern auch auf die photometrische Helligkeit wird daher die Lichtbrechung in einer solchen Gashülle von Einfluß sein können.

„Befindet sich der Beobachter nahe an der Bahnebene der beiden Körper, so kommt noch eine weitere Möglichkeit hinzu. Zur Zeit der Konjunktion kann dann nämlich die Gashülle des uns näheren Körpers den entfernteren, wenigstens zum Teil, bedecken, so daß dann dessen Licht jedesmal erst durch jene Atmosphäre zum Beobachter gelangt, wodurch wiederum Lichtbrechungen ermöglicht würden. Ich möchte jedoch besonders darauf aufmerksam machen, daß sich in diesem Fall dann nicht nur durch anomale Dispersion erzeugte Liniendeformationen, sondern auch reelle Dopplersche Linienverschiebungen ergeben würden, die von der Änderung des Lichtweges in dem rasch bewegten Gasprisma herrühren. Wie man sieht, würde die Möglichkeit für eine solche vorübergehende Strahlenbrechung bei allen Algolsternen direkt vorliegen, und ich habe in der Tat schon vor mehreren Jahren eine entsprechende Erscheinung im Spektrum von β *Persei* aufgefunden. Wie ich jedoch gleich bemerken will, scheint nach meinen Beobachtungen auch in diesem Fall die anomale Dispersion nur eine ganz untergeordnete Rolle zu spielen, und das Wesentliche ist wieder die zuletzt erwähnte Dopplersche Linienverschiebung infolge der Bewegung des Gasprismas."

d) Curtiss faßt seine Ansicht über den physischen Bau des β *Lyrae*-Systems am Ende seiner Abhandlung wie folgt zusammen:

„Two hypothetical binary systems, each of which is consistent with the light variations, may profitably be considered in connection with the results of this paper. In the first system of two bodies, one is an extensive gaseous mass with a nucleus in which there exist high pressure conditions, great density and probably high temperature. The nucleus of this mass possesses a photosphere, or a degree of density compatible with the emission of a continuous spectrum. The

second body is not more than one-twentieth as massive as the first. It possesses a well defined photosphere contributing in the photographic region a continuous spectrum considerably stronger than that of the gaseous star. Its reversing layer, resembling that of *Rigel*, is also well developed. The second body possesses its own envelope of gas producing bright lines too faint to recognize. The gaseous envelope of the more massive nucleus is by far the more extensive and produces essentially alone the broad bright bands in the spectrum of β *Lyrae*.

„In this system the oscillating dark lines are attributable to the less massive body, the broad emission bands to the massive gaseous star, the non-oscillating dark lines to reversal in the outer atmosphere of the gaseous star, the complex borders or dark regions at the edges of the emission bands, to the absorption of the denser layers of the gaseous star about the central nucleus, the separate maxima in these dark borders being ascribed to abrupt falls in the density gradient at increasing distances from the center of this mass. The variations in the intensity curves of the emission lines are due to varying degrees of eclipse and to oscillation of the absorption lines of the smaller body. The variations of the continuous spectrum are due to eclipse involving general absorption, as well as to varying presentment of ellipsoidal bodies. The great width of the emission lines is due largely to high pressure and other extreme conditions in the inner layers of the gaseous star, but partly also to the rotation of this body. The varying positions of the helium reversals are due to different physical conditions in the layers predominating in the production of any particular line, or perhaps to unsymmetrical double reversal, or to variations in the intensities of close component lines.

„In the second system the two bodies are of nearly equal mass. One is gaseous, giving a bright line spectrum and a relatively faint continuous spectrum. The second is a dark line star resembling *Rigel* and furnishing normally a large percentage of the light in the continuous spectrum. About both of these stars is an extensive gaseous envelope shared about equally by each.

„In this system the oscillating dark lines are attributable to the Rigelian star, the broad emission bands to the gaseous star and the gaseous envelope of the system, the non-oscillating dark lines to reversal in the outer layers of the gaseous envelope. The bright lines of the gaseous star are in this case relatively narrow, the great width of the emission bands being due to rotation of the gaseous envelope of the system. The variations in the intensity curves of the emission lines are due to occultation and absorption at eclipse, to oscillations of the absorption lines of the Rigelian star and to oscillations of the narrower bright lines of the gaseous star within the emission bands due to the gaseous envelope. The varying positions of the helium reversals and the variations of the continuous spectrum may be accounted for as in the case of the first system, but the dark borders of the emission bands are here unexplained.“

Neunzehntes Kapitel.

Verschiedene Doppelsternsysteme.

Nach dem ursprünglich ins Auge gefaßten Plan sollten in diesem letzten Kapitel alle bis jetzt erschienenen Monographien über die einzelnen Bedeckungsveränderlichen besprochen und von jeder eine kurze Übersicht der in ihr befolgten Methode zur Bestimmung der verschiedenen Elemente gegeben werden. Allmählich jedoch stellte sich heraus, daß diese Aufgabe bei der immer schneller steigenden Zahl der Veröffentlichungen zu umfangreich würde. Zudem war unterdessen die verdienstliche Arbeit von H. Shapley erschienen: „A Study of the Orbits of Eclipsing Binaries" (Princeton 1915), die eine vorzügliche Zusammenstellung und Bearbeitung der Bahnbestimmungen von neunzig Bedeckungsveränderlichen enthält. So konnten wir uns auf einige der älteren Veränderlichen beschränken, die für die Entwicklung der Theorie dieser Sternsysteme bis zum Erscheinen der grundlegenden Arbeiten von Russell und Shapley immerhin ihre geschichtliche Bedeutung behalten.

Für die Bezeichnungsweisen und die Formeln vergleiche man die Kapitel 12 und 13.

Die den Namen der Veränderlichen vorgesetzten Nummern des Harvard-Katalogs, in denen zugleich Rektaszension und Deklination ausgedrückt sind, werden das Auffinden der Sterne in andern Verzeichnissen erleichtern. Nach dem Namen ist der Typus des Veränderlichen angeführt; es ist fast durchweg der Algoltypus; nur zweimal tritt der β *Lyrae*-Typus und einmal der von ζ *Geminorum* auf.

235215 *U Pegasi* (β *Lyrae*-Typus).

63. G. W. Myers: „A Study of the Light Curve of the Variable Star *U Pegasi*" (Illinois Obs. *Bulletin* 1 [1898]).

Die Bearbeitung gründet sich auf die Lichtkurve, die im Harvard-*Circular* 23 veröffentlicht ist. Diese hat folgende Eigenschaften: Lichtperiode $P = 8^h\,59^m.7$; Maxima $9^M.33$; Hauptminimum $9^M.90$, sekundäres Minimum $9^M.75$. Hieraus ergibt sich:

$$m_1 = 0.593, \qquad m_2 = 0.681.$$

a) Versuchsweise wird eine Kreisbahn abgeleitet. Bei $q = 1$ hat man, wenn $\varkappa$ der Halbmesser des helleren Körpers und seine Helligkeit gleich 1 ist, nach (42) S. 218:

$$\frac{1 - m_1}{m_2} \leq \varkappa^2 \leq \frac{m_1}{1 - m_2},$$

$$0.60 \leq \varkappa^2 \leq 1.86,$$

$$0.77 \leq \varkappa \leq 1.36.$$

Setzt man $M/\pi = \alpha^2$, so wird:

$$1 - I_1 = \frac{a^2}{\lambda + \varkappa^2}, \qquad 1 - I_2 = \frac{a^2 \lambda}{\lambda + \varkappa^2}, \qquad \lambda = \frac{1 - m_2}{1 - m_1} = 0.784,$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{2\pi}\left\{(2\varphi' - \sin 2\varphi') + \varkappa^2 (2\varphi - \sin 2\varphi)\right\}, \qquad \sin\varphi' = \varkappa \sin\varphi.$$

$$\text{Bei } \varkappa < 1 \text{ ist } \varphi' < \frac{\pi}{2}, \qquad 0 < \varphi < \pi;$$

$$\text{bei } \varkappa > 1 \text{ ist } \varphi < \frac{\pi}{2}, \qquad 0 < \varphi' < \pi.$$

Ferner hat man, zur Berechnung von ρ, a und $a \sin i$, die Gleichungen:

$$\rho^2 - 2\varkappa\rho\cos\varphi + \varkappa^2 = 1,$$

$$\rho^2 = a^2(1 - \cos^2\beta \sin^2 i) = a^2 - (a^2 \sin^2 i)\cos^2\beta = x^2 - y^2\cos^2\beta \qquad (\beta = \mu t).$$

Myers wählt Versuchszahlen für $\varkappa$ und berechnet damit für verschiedene gleichweit abstehende Punkte der beobachteten Lichtkurve den Wert α^2, dann φ, φ' und ρ. Aus diesen Zahlen werden x und y bestimmt, und es wird untersucht, für welchen Wert von $\varkappa$ der wahrscheinliche Fehler von x und y am kleinsten ist.

Bei $\varkappa = 1.15$ und $\varkappa = 1.35$ zeigten die ρ einen Gang, der offenbar in Wirklichkeit nicht zutreffen kann. Myers findet:

bei $\varkappa = 0.80$: $a = 1.6636 \pm 0.0485$, $\cos^2 i = +\,0.0275 \pm 0.0069$;
bei $\varkappa = 0.85$: $a = 1.7512 \pm 0.0494$, $\cos^2 i = +\,0.0482 \pm 0.0072$;
bei $\varkappa = 1.00$: $a = 1.9341 \pm 0.0535$, $\cos^2 i = +\,0.0547 \pm 0.0074$.

Die Wahrscheinlichkeit spricht also für den kleinsten Wert von a; dann wäre aber der Abstand der Mittelpunkte erheblich kleiner als die Summe der Halbmesser, die zwei Sterne würden somit einen birnförmigen Körper bilden.

b) Myers trachtet jetzt durch Annahme einer kleinen Verlängerung ($q > 1$) den Anschluß zwischen der theoretischen und der beobachteten Lichtkurve zu verbessern. Nach vielen Versuchen kommt er zu den Werten:

$$a = 1.7816, \qquad \varkappa = 0.7785, \qquad q = 1.02, \qquad \lambda = 0.7748, \qquad i = 90^0.$$

Die hiermit berechneten Werte von M werden mit denen verglichen, die sich aus der beobachteten Lichtkurve ergeben, und so ein besserer Anschluß gesucht durch Gleichungen von der Form:

$$\frac{dM}{d\varkappa}\,d\varkappa + \frac{dM}{da}\,da + \frac{dM}{dq}\,dq + \frac{dM}{d(i'^2)}\,d(i'^2) = M_b - M_r.$$

Da aber $\varkappa$, a, q, i bei gegebenen Intensitäten der Minima nicht unabhängig voneinander sind, haben diese Gleichungen keine Bedeutung, und es ist nicht zu verwundern, daß sie, wie Myers sich ausdrückt, zu einer „contravention of the physical conditions involved in the problem“ führen, d. h. zu Werten von $d\varkappa$, da, dq und $d(i'^2)$, die mit der zwischen diesen Größen bestehenden Beziehung

unvereinbar sind. Myers hält sich daher an obige Elemente als die wahrscheinlichsten; sie geben tatsächlich eine ziemlich befriedigende Übereinstimmung (Abweichungen im Mittel $0^{M}.01$), wenn man das Minimum in der beobachteten Kurve 1.2 Minuten früher legt.

111661 **RR Centauri** (ζ *Geminorum*-Typus).

64. Alexander W. Roberts: „On the Relation existing between the Light Changes and the Orbital Elements of a close Binary System, with special Reference to the Figure and Density of the Variable Star *RR Centauri*" (*MN* 63 [1903] 527).

Die Lichtkurve besteht aus einem kontinuierlichen Zug; ihre Periode ist $P = 14^{h}\,32^{m}.2$, die Helligkeit im Maximum $7^{M}.37$, im Min.$_1$ $7^{M}.79$, im Min.$_2$ $7^{M}.81$; folglich: $m_1 = 0.667$, $m_2 = 0.679$.

a) In erster Annäherung setzt Roberts die beiden Minima einander gleich ($7^{M}.80$) und nimmt

$$e = 0, \qquad \varkappa = 1, \qquad a = 2, \qquad \lambda = 1.$$

Dann hat man die Gleichungen:

$$1 - \frac{I}{f} = \frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{2\pi}(2\varphi - \sin 2\varphi),$$

$$\cos\varphi = \tfrac{1}{2}\rho' = \frac{\rho}{2f}, \qquad \rho = 2\sqrt{1 - \cos^2\beta \sin^2 i}, \qquad \cos\varphi = \sqrt{\frac{1 - \cos^2\beta \sin^2 i}{1 - \varepsilon^2 \cos^2\beta \sin^2 i}}.$$

Roberts setzt die Mittelwerte von I_1 ein, die den Werten $\cos^2\beta = 1$ und $\cos^2\beta = \frac{1}{2}$ entsprechen, und findet auf graphischem Wege:

$$i = 57^{0}.7, \qquad \varepsilon^2 = 0.65 = \frac{q^2 - 1}{q^2}, \qquad q = 1.69.$$

Hieraus ergäbe sich:

$$\lambda = \frac{f_m - m_2}{f_m - m_1} = \frac{0.732 - 0.679}{0.732 - 0.667} = 0.809.$$

Ausgehend von den Elementen $e = 0$, $a = 2$, $\varkappa = 1$, $\lambda = 0.81$, $q = 1.69$, $i = 57^{0}.7$, berechnet Roberts jetzt für jede Halbstunde die Lichtintensitäten und vergleicht sie mit der beobachteten Kurve. So erhält er 29 Bedingungsgleichungen zur Verbesserung der Elemente. Als unabhängige Größen in den Fehlergleichungen nimmt er

$$\Delta \sin^2 i, \qquad \Delta\varepsilon^2, \qquad \Delta\left(\frac{R}{a}\right), \qquad \Delta\varkappa, \qquad \Delta\left(\frac{\lambda}{\lambda + \varkappa^2}\right) = \Delta L_1,$$

$$\Delta E_0 \qquad (E_0 = \text{Epoche des Hauptminimums}).$$

Da seine Koeffizienten von $\Delta\varkappa$ und ΔL_1 beinahe einander gleich sind, kann er die beiden Größen nicht voneinander trennen und bringt deshalb die erhaltenen Verbesserungen in die Form:

$$\Delta \sin^2 i = (+\,0.284 - 0.34\,\Delta\varkappa) \cdot 0.022,$$
$$\Delta\varepsilon^2 = (-\,0.034 + 0.20\,\Delta\varkappa) \cdot 0.055,$$

$$\Delta\frac{R}{a} = (-0.184 + 0.07\,\Delta\varkappa)\cdot 0.020,$$
$$\Delta L_1 = (+0.420 - 1.20\,\Delta\varkappa)\cdot 0.050,$$
$$\Delta E = (-0.542 + 0.00\,\Delta\varkappa)\cdot 3^{m}.0.$$

Bei $\varkappa = 1$ werden die endgültigen Elemente:

$P = 14^{h}\,32^{m}\,10^{s}.76$, $E = 1900$ Jan. $1^{d}\,1^{h}\,12^{m}.5$ (M.Z.Gr.), Max. $= 7^{M}.375$,
$a = 1.988$, $e = 0$, $\varepsilon = 0.776$, $q = 1.59$, $\lambda = 0.776$,

mittlere Dichte nach der Formel $DP^2(1+\varkappa^3)/q^2a^3 = 0.01353$ (vgl. S. 234):
$D = 0.33$ der Sonnendichte, $i = 67^{0}.68$.

Diese Elemente lassen die mittleren Abweichungen $\pm 0^{M}.009$ $(B-R)$ übrig.

b) Roberts teilt die Differentialausdrücke, mit denen er seine Fehlergleichungen berechnet hat, nicht mit. Differenziert man aber:

$$I_1 = f\left(1 - \frac{M}{\pi}L_1\right), \qquad I_2 = f\left\{1 - (1-L_1)\frac{M}{\pi\varkappa^2}\right\},$$

so folgt, da f von $\varkappa$ und L_1 unabhängig ist:

$$\frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_1}{dL_1} = -M, \qquad \frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_2}{dL_1} = \frac{M}{\varkappa^2},$$
$$\frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_1}{d\varkappa} = -2L_1\varphi\varkappa, \qquad \frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_2}{d\varkappa} = 2(1-L_1)\left(\frac{M}{\varkappa} - \varphi\right).$$

Setzt man näherungsweise, wie es der Aufgabe entspricht, $\varkappa = 1$, $\lambda = 1$, also $L_1 = \frac{1}{2}$, $M = 2\varphi - \sin\varphi$, so ergibt sich:

$$\frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_1}{dL_1} = -(2\varphi - \sin 2\varphi), \qquad \frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_2}{dL_1} = 2\varphi - \sin 2\varphi,$$
$$\frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_1}{d\varkappa} = -\varphi, \qquad \frac{\pi}{f}\cdot\frac{dI_2}{d\varkappa} = \varphi - \sin 2\varphi.$$

Die Koeffizienten von ΔL und $\Delta\varkappa$ sind also wohl stärker verschieden, als nach Roberts' Rechnung der Fall zu sein scheint. Wir können ihm daher nicht unbedingt zustimmen, wenn er sagt: „. . . It is impossible to discriminate between the relative size of the stars and their relative brightness, when we are considering small changes in magnitude. . . . Thus the same result is obtained if we consider one star to be slightly larger than the other, but its light per unit of surface slightly less; as we do, if we consider the same star to be slightly smaller, but its light intensitiy per unit of surface somewhat greater than of its companion."

074341 ***RR Puppis*** (Algoltypus).

65. Alexander W. Roberts: „On the Orbits of the Algol Variables *RR Puppis* and *V Puppis*" (*ApJ* 13 [1901] 177).

Nach der Lichtkurve hat man: $P = 6^d\,10^h\,19^m.6$; Normallicht $9^M.7$; Minimum $10^M.8$; $m_1 = 0.37$; Dauer der Lichtabnahme und Lichtzunahme je $4^h\,15^m$; stationäres Minimum $2\tau' = 8^h\,30^m$; ganze Dauer der Verfinsterung $2\tau = 17^h$.

Setzt man $e = 0$, $i = 90^0$, $\varepsilon^2 = 0$ und drückt P in Stunden aus, so wird

$$\frac{1+\varkappa}{a} = \sin\frac{8^h\,30^m}{P}\,2\pi$$

und entweder

$$\frac{1-\varkappa}{a} = \sin\frac{4^h\,15^m}{P}\,2\pi, \text{ d. h. der hellere Stern ist der kleinere,}$$

oder

$$\frac{\varkappa-1}{a} = \sin\frac{4^h\,15^m}{P}\,2\pi, \text{ d. h. der hellere Stern ist der größere.}$$

Im ersten Fall ist $\varkappa = \frac{1}{3}$, $a = 3.933$, $\lambda = \frac{1}{15}$. Hieraus würde ein sekundäres Minimum mit einer Amplitude von $0^M.046$ folgen, das aber noch zu bestätigen wäre. Im zweiten Fall wird $\varkappa = 3$, $a = 11.799$, $1 - m_1 = 1/(\lambda + \varkappa^2)$, $\lambda = -7.4$; er ist also unmöglich.

075548 **V Puppis** (β *Lyrae*-Typus).

66. A. W. Roberts (siehe Nr 65). Aus der Lichtkurve erhält man:

$$P = 1^d\,10^h\,54^m.4,$$

$$t_I - t_1 = 8^h\,45^m, \qquad t_{II} - t_2 = 8^h\,35^m,$$

$$t_2 - t_1 = 8^h\,50^m, \qquad t_1 - t_{II} = 8^h\,45^m,$$

$$\text{Max.}_1 = 4^M.14, \quad \text{Min.}_1 = 4^M.78, \quad \text{Max.}_2 = 4^M.14, \quad \text{Min.}_2 = 4^M.66,$$

$$m_I = 1.00, \quad m_1 = 0.56, \quad m_{II} = 1.00, \quad m_2 = 0.62.$$

Da die Zeitintervalle zwischen den Maxima und Minima annähernd gleich sind, kann man $e = 0$ annehmen.

Setzt man $q = 1$, so wird

$$\lambda = \frac{1-m_2}{1-m_1} = 0.864, \qquad 1 - m_1 = \frac{{a_m}^2}{\lambda + \varkappa^2}, \qquad 1 - m_2 = \frac{{a_m}^2\lambda}{\lambda + \varkappa^2};$$

$$\frac{m_2}{1-m_1} > \varkappa^2 > \frac{1-m_2}{m_1}, \qquad 1.4091 > \varkappa^2 > 0.6786;$$

$$1.19 > \varkappa > 0.82.$$

Bei $\varkappa = 1.19$ ist ${a_m}^2 = 1$, $\cos i = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} = \frac{0.19}{2.19}$, $90^0 - i = 5^0$;

bei $\varkappa = 0.82$ ist ${a_m}^2 = \varkappa^2$, $\cos i = \frac{1-\varkappa}{1+\varkappa} = \frac{0.18}{1.82}$, $90^0 - i = 5^0.7$;

bei $\varkappa = 1$ ist ${a_m}^2 = \frac{1}{\pi}(2i - \sin 2i) = (1 - m_1)(\lambda + \varkappa^2)$, $90^0 - i = 8^0.1$.

Mit den Elementen

$$\varkappa = 1, \quad \lambda = 0.86, \quad a = 2, \quad i = 82^0, \quad P = 1^d\ 10^h\ 54^m\ 27^s,$$
$$E(m_1) = 1900 \text{ Jan. } 1^d\ 5^h\ 5^m$$

berechnet Roberts die theoretische Lichtschwankung für 35 Zeitpunkte. Die Abweichungen $B - R$ sind im Durchschnitt $0^M.025$.

Die mittlere Dichte des Systems ist 0.025 der Sonnendichte.

Im II. Harvard-Katalog (*HA* 55) S. 40 steht die Bemerkung: „This star is a spectroscopic binary, and the lines of the spectrum are double in a period agreeing with that of the variation in light." Damit ist die unrichtige Angabe über die Periode in *HC* 14 berichtigt.

203226 *V Vulpeculae* (Algoltypus).

67. A. W. Roberts: „Further Note on the Density and Prolateness of close Binary Stars" (*MN* 65 [1905] 706).

Die Lichtkurve enthält zwei Minima mit folgenden Eigenschaften:

$$P = 75^d.3, \quad \text{Max.} = 8^M.21, \quad \text{Min.}_1 = 9^M.65, \quad \text{Min.}_2 = 8^M.66;$$
$$\text{folglich } m_1 = 0.26, \quad m_2 = 0.66.$$
$$\text{Dauer der Hauptverfinsterung } \cdots\ 2\tau_1 = 22^d,$$
$$\text{Dauer der sekundären Verfinsterung } 2\tau_2 = 18^d.$$

Während der Zwischenzeit ist die Lichtkurve nicht gerade, sondern leicht gekrümmt.

a) Setzt man $i = 90^0$, so ist $m_1 + m_2 \geq 1/q$. Der kleinste Wert von q ist somit $1/0.92$, was voraussetzt, daß $\varkappa = 1$ ist. Dann wird

$$\lambda = \frac{1 - m_2 q}{1 - m_1 q} = \frac{26}{66} = 0.394, \qquad \varepsilon = 0.392.$$

Aus der Zeitdauer der beiden Verfinsterungen findet man weiter a und $e\cos\omega$; es ist nämlich (vgl. S. 217):

$$2n\tau_1 = 2nt_0 - 2e\cos\omega\sin nt_0\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}\sin^2 nt_0\right),$$

$$2n\tau_2 = 2nt_0 + 2e\cos\omega\sin nt_0\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}\sin^2 nt_0\right).$$

Hieraus ergibt sich:

$$nt_0 = 47^0.8, \qquad \frac{1+\varkappa}{a} = \frac{\sin nt_0}{\sqrt{1 - \varepsilon^2\cos^2 nt_0}} = 0.782;$$
$$\text{bei } \varkappa = 1 \text{ ist } a = 2.557, \qquad e\cos\omega = \tfrac{1}{8};$$
$$D = 0.000023 \text{ der Sonnendichte.}$$

Auffallend ist die sehr geringe Dichte, die begründeten Zweifel an der Richtigkeit der gemachten Voraussetzung hervorruft. Auch ist die Periode für einen *Algol*-veränderlichen außergewöhnlich lang.

b) Roberts vergleicht die Bahnelemente der drei Veränderlichen tabellarisch wie folgt:

Sternsystem	Abstand der Komponenten	ε beobachtet	ε theoretisch
RR Centauri	$-0.01 \cdot a$	0.78	0.66
β Lyrae	$+0.01 \cdot a$	0.57	0.58
V Vulpeculae	$+0.24 \cdot a$	0.37	0.35

Daraus schließt er: „The conclusion here is evident and unmistakable. The nearer the components are to one another, the greater their prolateness, and the amount of prolateness is in fair conformity with what theory alone would indicate."

Uns scheint, als seien die Zahlen doch noch zu unsicher, um solche Schlüsse zu gestatten. Insbesondere sei bemerkt, daß für *V Vulpeculae* ganz willkürlich der kleinste Wert von ε gewählt ist, der $\varkappa = 1$ entspricht. Dasselbe gilt in gewisser Beziehung von *RR Centauri*. Auch ist es wohl zweifelhaft, was unter dem „theoretischen" Wert von ε zu verstehen ist.

215543 *UZ Cygni* (Algoltypus).

68. Ernst Hartwig: „Ein Zwischenminimum des langperiodischen Algolsterns *UZ Cygni*" (*AN* 165 [1904] 121).

Die Lichtkurve zeigt zwei Minima mit den Eigenschaften: $P = 31^{d}.3$; Maximum $8^{M}.9$, Minimum $11^{M}.6$.

a) Hartwig fand das sekundäre Minimum ungefähr in der Mitte des konstanten Lichtes, bei $9^{M}.2$. Die ganze Dauer des Hauptminimums ist $2\tau_1 = 60$ Stunden, der Stern bleibt im Minimum mehr als einen halben Tag stationär. Die Dauer des sekundären Minimums $2\tau_2$ beträgt weniger als 48 Stunden. Für die Lichtstärken in den beiden Minima folgt:

$$m_1 = 0.083, \qquad m_2 = 0.759.$$

Weil das Hauptminimum so lange stationär bleibt, wird $i = 0$ genommen. Setzen wir die Dauer des stationären Minimums gleich 12 Stunden, so ist in roher Annäherung:

$$\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa} = \frac{12}{60}, \quad \varkappa = \frac{2}{3}, \quad \text{oder} \quad \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1} = \frac{12}{60}, \quad \varkappa = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Bei } \varkappa = 2/3 \text{ ist } 1/q = m_2 + m_1\varkappa^2, \text{ also } q = 1.26;$$
$$\text{bei } \varkappa = 3/2 \text{ ist } 1/q = m_1 + m_2/\varkappa^2, \text{ also } q = 2.38.$$

Da das Licht zwischen den Minima konstant bleibt, kommt eine so starke Verlängerung q, wie bei $\varkappa = 3/2$, nicht in Betracht. Mit $\varkappa = 2/3$ und $q = 1.26$

wird $\lambda = 1/19$. Das sekundäre Minimum liegt ungefähr in der Mitte, die Annahme $e \sin \omega = 0$ ist daher gerechtfertigt. Ausgehend von

$$\left.\begin{matrix} 2n\tau_1 \\ 2n\tau_2 \end{matrix}\right\} = 2nt_0 \mp 2x \sin 2nt_0 \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2} \sin^2 nt_0\right) \quad \text{(vgl. S. 217)}$$

findet man:

$$4nt_0 < \frac{60+48}{31.3 \times 24} 2\pi, \qquad nt_0 < 12^0.9,$$

$$4x \sin nt_0 \left\{1 - (q^3 - 1) \sin^2 nt_0\right\} > \frac{60-48}{31.3 \times 24} 2\pi,$$

folglich sicher, da $nt_0 < 12^0.9$ ist: $e \cos \omega > \frac{1}{9}$.

Aus $\frac{1+x}{a} = \frac{\sin nt_0}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2 nt_0}}$ folgt noch: $\frac{1+x}{a} < 0.27, \quad a > 6.2;$

also schließlich:

$$a > 6.2, \qquad x = \frac{2}{3}, \qquad \lambda = \frac{1}{19}, \qquad q = 1.26, \qquad e \sin \omega = 0, \qquad e \cos \omega > \frac{1}{9}.$$

b) Der Verlauf des Lichtwechsels, der diesen Werten entspricht, ist folgender: stationäres Minimum $11^M.60$, während 12 Stunden; Zunahme von $11^M.60$ bis $9^M.10$, in 24 Stunden; langsame Zunahme bis zum Maximum $8^M.90$, nach ungefähr einem Viertel der Periode; langsame Abnahme bis $9^M.11$, 24 Stunden vor dem sekundären Minimum; dann während 19 Stunden Abnahme bis zur Größe $9^M.20$, in welcher der Stern 10 Stunden verbleibt; Aufstieg während 19 Stunden bis $9^M.11$; sehr langsamer Aufstieg bis zum Maximum $8^M.90$, nach ungefähr drei Vierteln der Periode; sehr langsamer Abstieg bis $9^M.10$, am Anfang des Hauptminimums; schnelle Abnahme während 24 Stunden bis zum Minimum $11^M.60$.

Nach dieser Rechnung wird das sekundäre Minimum teilweise durch die ellipsoidische Gestalt der beiden Sterne, teilweise durch die Verfinsterung des dunkleren Körpers verursacht. Gegen dieses Ergebnis spricht allerdings der Umstand, daß 24 Stunden vor und nach dem sekundären Minimum die Helligkeit schon $0^M.2$ geringer sein müßte als im Maximum, während Hartwig den Stern zu den genannten Zeiten noch im Volllichte sah. Das ist eine Folge der angenommenen Verlängerung q. Bevor aber diese Erklärung als unzutreffend verworfen wird, müssen genauere Beobachtungen über den Verlauf der Lichtkurve, besonders in der Nähe des sekundären Minimums, abgewartet werden.

Auch bei Voraussetzung einer Bahnneigung i kann eine Verlängerung q nicht umgangen werden. Da nämlich die zweite Finsternis eine kürzere Dauer hat als die erste, so befindet sich der Begleitstern um diese Zeit im Periastron; er projiziert sich daher auch dann ganz auf den Hauptstern.

c) Hartwig beschränkt sich auf die Untersuchung kugelförmiger Körper und sagt: „Die von mir beobachtete Helligkeit in der Nähe des Zwischenminimums, die wahrscheinlich nicht die Minimalhelligkeit selbst ist, läßt die Ursache der

Lichtänderung nicht durch die Trabantentheorie erklären. . . . Dagegen scheint die birnförmige Poincarésche Gleichgewichtsfigur den Lichtwechsel dieses schon wegen der langen Periode außerordentlich interessanten Algolsterns darstellen zu können. Der Durchmesser des Teils beim Stiel müßte zu dem des abgestumpften Teils das Verhältnis 0.96 : 1, die Längsachse zur Querachse etwa das Verhältnis 1.7 : 1 haben und das Stielende relativ dunkel gegen die Helligkeit der übrigen Oberfläche sein."

Wie bei solch einem Körper noch von einer lang andauernden konstanten Helligkeit die Rede sein kann, bleibt etwas rätselhaft.

181134 **RS Sagittarii** (Algoltypus).

69. A. W. Roberts: „Orbit of *RS Sagittarii*" (*AnJ* 16 [1896] 97).

Die Eigenschaften der Lichtkurve sind: $P = 2^d\ 9^h\ 58^m.8$; Max. $= 6^M.60$; Min.$_1 = 7^M.59$, Min.$_2 = 6^M.89$; ganze Dauer des Hauptminimums $2\tau_1 = 12^h\ 50^m$, des sekundären Minimums $2\tau_2 = 8^h\ 0^m$; Epoche des Hauptminimums: 1895 Mai 20 $12^h\ 5^m$ M.Z.Gr.; Epoche des sekundären Minimums: 1895 Mai 21 $16^h\ 50^m$ M.Z.Gr.

a) Roberts wählt für das Verhältnis der Lichtintensitäten zweier aufeinanderfolgenden Größenklassen:

$$L = 2.60 + 0.20\,(M - 6.0) \qquad (M = \text{Größe}).$$

Mithin wird $m_1 = 0.36$, $m_2 = 0.74$. Da $m_1 < 0.5$, wird im Hauptminimum der hellere Stern verfinstert. Die beiden Körper werden dabei als kugelförmig genommen.

$$\text{Aus } \frac{m_2}{1 - m_1} \gtreqless \varkappa^2 \gtreqless \frac{1 - m_2}{m_1} \text{ folgt: } 0.85 < \varkappa < 1.08.$$

In den beiden Minima hat man:

$$1 - m_1 = \frac{\alpha^2}{\lambda + \varkappa^2}, \qquad 1 - m_2 = \frac{\beta^2 \lambda}{\lambda + \varkappa^2};$$

$$\text{und weil } m_2 \gtreqless \frac{\varkappa^2}{\lambda + \varkappa^2}, \qquad m_1 \gtreqless \frac{\lambda}{\lambda + \varkappa^2},$$

$$\text{so wird } \frac{1 - m_1}{m_2} \lesseqgtr \frac{\alpha^2}{\varkappa^2}, \qquad \frac{1 - m_2}{m_1} \lesseqgtr \beta^2;$$

$$\text{folglich } 1 - \frac{\alpha^2}{\varkappa^2} \lesseqgtr 0.135, \qquad 1 - \beta^2 \lesseqgtr 0.278.$$

Die beiden Sterne sind also an Größe wenig verschieden und bedecken einander in den beiden Minima fast ganz.

Da die Periode durch die Minima in zwei nahezu gleiche Teile geteilt wird, während das Hauptminimum 1.6mal solang dauert als das sekundäre, so wird das sekundäre Minimum ungefähr im Periastron stattfinden, das primäre im Apastron. Folglich ist $1 - \beta^2 \leqq 1 - \alpha^2$.

Die Exzentrizität und ω werden berechnet, indem man von den Formeln ausgeht:

$$4x \sin nt_0 = -\frac{2\pi}{P}\left(12^h\,50^m - 8^h\,0^m\right) \quad (P \text{ in Stunden}),$$

$$4nt_0 = \frac{2\pi}{P}\left(12^h\,50^m + 8^h\,0^m\right).$$

Folglich $x = e\cos\omega = -0.245$, $\quad \sin nt_0 = \frac{1+\varkappa}{a} = 0.535.$

Um $y = e\sin\omega$ zu finden, schreiben wir für die Epochen der beiden Minima:

Mai 20 $11^h\,57^m.8 + 1^d\,4^h\,59^m.4\,E \pm 7^m.2$ und setzen: $\frac{P}{\pi} e\sin\omega = \frac{7.2}{24\times 60}$.

Hieraus ergibt sich: $e\sin\omega = 0.0065$, $\quad e = 0.246$, $\quad \omega = 180^0 - 1^0\,31'$.

$\varkappa$ und a bleiben unbestimmt, weil im Hauptminimum das Licht nicht stationär ist.

b) Betrachten wir ein paar einfache Fälle:

1. $\alpha^2 = \beta^2 = \varkappa^2$, der hellere Stern ($\varkappa$) wird im Hauptminimum ganz verfinstert. Dann ist

$$\lambda = \frac{1-m_2}{1-m_1} = 0.406, \quad \varkappa^2 = \frac{1-m_2}{m_1} = 0.722, \quad \varkappa = 0.85, \quad a = \frac{1+\varkappa}{\sin nt_0} = 3.46.$$

Findet im Aphelium eine innere Berührung statt, so wird die kleinste Bahnneigung:

$$\cos i = \frac{1-\varkappa}{a\,(1+e\cos\omega)}, \qquad i = 88^0.$$

2. $\alpha^2 = \beta^2 = 1$, der weniger helle Stern wird im sekundären Minimum ganz verfinstert. Also

$$\lambda = 0.406, \quad \varkappa^2 = \frac{m_2}{1-m_1} = 1.156, \quad \varkappa = 1.08, \quad a = 3.89;$$

kleinster Wert von i:

$$\cos i = \frac{\varkappa - 1}{a\,(1+e\cos\omega)}, \qquad i = 89^0\,3'.$$

3. $\varkappa^2 = 1$, $\quad a = 3.74$, $\quad \alpha^2 = \frac{M}{\pi} = \frac{1}{\pi}(2\varphi - \sin 2\varphi)$.

Im Hauptminimum ist φ nahezu $\frac{1}{2}\pi$. Setzt man $\varphi = \frac{1}{2}\pi - \delta$, so wird näherungsweise $1 - \alpha^2 = \frac{1}{\pi}\left(2\delta + \sin 2\delta\right) = \frac{4\delta}{\pi}$; ferner $\cos\varphi = (\sin)\,\delta = \frac{\rho_1}{2}$; folglich $1 - \alpha^2 = \frac{2\rho_1}{\pi}$; im Nebenminimum $1 - \beta^2 = \frac{2\rho_2}{\pi}$. Daher

$$\frac{1-\alpha^2}{1-\beta^2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1+e\cos\omega}{1-e\cos\omega} = \frac{1.245}{0.755} = \frac{5}{3} \text{ (ungefähr)}.$$

Aus dieser Gleichung und den Gleichungen für die beiden Minima (oben S. 327) findet man:

$$\lambda = 0.386, \quad 1 - \alpha^2 = 0.113 = \frac{2\rho_1}{\pi} = \frac{2}{\pi}\,a\,(1+e)\sin i, \qquad i = 87^0\,50'.$$

Der Veränderliche *RS Sagittarii* besteht also aus zwei Sternen, die nahezu gleich groß sind, doch ist der eine etwa 2.5mal so hell als der andere. Die halbe Bahnachse ist ungefähr gleich der Summe der Durchmesser der beiden Körper. Die Exzentrizität ist $\frac{1}{4}$, das Hauptminimum fällt mit dem Apastrondurchgang zusammen; die Neigung der Bahn zur Gesichtslinie ist sehr gering.

092944 *S Velorum* (Algoltypus).

70. A. W. Roberts: „Variation of (3416) *Velorum* and (5949) *Arae*“ (*AnJ* 14 [1894] 113).

Aus der Lichtkurve von *S Velorum* folgt: $P = 5^d\,22^h\,23^m.4$; Maximum $7^M.85$; Minimum $9^M.25$; ganze Dauer des Lichtwechsels $2\tau = 15^h\,11^m$; Abstieg und Anstieg gleich, in $4^h\,18^m$; stationäres Minimum während $6^h\,35^m$.

Roberts nimmt hier als „light-ratio“ für eine Größenklasse 3.3, also $m_1 = 3.3^{-1.4} = 0.188$. Setzt man $i = 0$, $q = 1$, so wird

$$\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa} = \frac{6^h\,35^m}{15^h\,11^m}, \qquad \varkappa = \frac{2}{5}, \qquad \frac{1-\varkappa}{a} = \sin\frac{3^h\,17^m.5}{P}2\pi, \qquad a = 4.17.$$

Die Gesamthelligkeit des Sterns mit Halbmesser 1 ist 0.188, $\lambda = 0.037$. Es muß daher ein sekundäres Minimum von der Intensität

$$m_2 = 0.812 + 0.188\,(1-\varkappa^2) = 0.97$$

stattfinden. Nimmt man als „light-ratio“ 3.3, so entspricht dieser Intensität ein Unterschied von $0^M.025$ gegen das Maximum; der Unterschied ist also kaum merkbar. Mit der Lichtkonstante 2.514 würde

$$m_1 = 2.5^{-1.4} = 0.275, \qquad m_2 = 0.725 + 0.275\,(1-\varkappa^2) = 0.956,$$

und der Größenunterschied wäre $0^M.05$. Es ist klar, daß der Wert $\varkappa > 1$ sich mit den Beobachtungen des Lichtwechsels nicht vereinigen läßt.

S Velorum besteht somit aus zwei Sternen, deren Halbmesser sich verhalten wie 5 : 2. Der größere Stern ist dunkler; seine Oberflächenhelligkeit beträgt $\frac{1}{27}$ der Lichtstärke des kleineren Sterns. Der Abstand der Mittelpunkte ist zweimal so groß als der Durchmesser des größeren Sterns, die Neigung der Bahn ist Null. Wenn diese Erklärung zutrifft, so muß ein Nebenminimum von ein paar hundertstel Größen vorhanden sein.

204834 *Y Cygni* (Algoltypus).

71. N. C. Dunér: „Calcul des éléments elliptiques de l'orbite du système stellaire de l'étoile variable *Y Cygni*“ (Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. *Förhandl.* 1900, Nr 2).

Die Lichtkurve zeigt zwei gleich tiefe Minima; Lichtabnahme dreiviertel Größenklassen; $P = 2^d.996335$; die Lagen der beiden Minima innerhalb der Lichtperiode sind veränderlich.

a) Dunér unterscheidet gerade und ungerade Minima und findet für sie die nachstehenden empirischen Formeln, die für die Epochennummern von $E = 0$ bis $E = 2907$ (1898 Nov. 11) gelten:

$$\text{gerade Minima} = 1886.0 + 343^d.4686 + 1^d.498\,267\,E - 0^d.000\,000\,022\,E^2;$$
$$\text{ungerade Minima} = 1886.0 + 343^d.4175 + 1^d.498\,068\,E + 0^d.000\,000\,022\,E^2.$$

Wir ziehen die beiden Formeln in die eine zusammen:

$$\text{Min.} = 1886.0 + 343^d.4431 + 1^d.4981675\,E + \\ + (-1)^E (0^d.0255 + 0^d.0000995\,E - 0^d.000\,000\,022\,E^2).$$

Ferner definieren wir eine Funktion $f(E)$ durch die Formel:

$$\tfrac{1}{2} f(E) = 0^d.0255 + 0^d.0000995\,E - 0^d.000\,000\,022\,E^2.$$

Sie stellt den veränderlichen Teil des Zeitintervalls zwischen einem geraden und dem vorhergehenden ungeraden Minimum dar, der nach Abzug der konstanten Halbperiode übrig bleibt. Dunér versucht die Veränderlichkeit dieses Zeitintervalls in folgender Weise zu erklären: Zwei Sterne (von gleicher Größe und Helligkeit) bewegen sich um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt in einer exzentrischen Bahn, deren Ebene den Visionsradius enthält. Durch irgendwelche Ursache (vielleicht Störung durch einen dritten dunklen Körper) hat die Apsidenlinie eine konstante Umdrehungsgeschwindigkeit. Bei dieser Annahme wird das Intervall zwischen den Minima eine periodische Funktion der Zeit sein, die aber innerhalb beschränkter Grenzen durch eine Funktion zweiten Grades in E dargestellt werden kann.

Für die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Minima fanden wir (oben S. 230):

$$\frac{P}{2\pi}\left\{\pi - 2\operatorname{arctg}(\sin\omega \operatorname{tg}\varphi) - \sin 2 \operatorname{arctg}(\sin\omega \operatorname{tg}\varphi)\right\} \qquad (\omega = \nu t + c).$$

Nun muß der veränderliche Teil dieses Ausdrucks, soweit die beobachteten Minima reichen, der Funktion $f(E)$ gleich sein. Dieser Teil wird $= 0$ bei $\omega = 0$ oder $\omega = \pi$; das Maximum in absolutem Wert ist: $(2\varphi + \sin 2\varphi) P / 2\pi$ und wird erreicht bei $\omega = \pm \frac{1}{2}\pi$. Nun ist aber $f(E) = 0$ bei $E_1 = -244$ und bei $E_2 = +4766$; ferner ist $f(E)$ ein Maximum bei $E_m = \frac{1}{2}(E_1 + E_2) = 2261$, und bei diesem Werte wird $f(E_m) = 0.2760$. Hieraus schließt Dunér:

1. Die Periode des Umlaufs der Apsidenlinie ist $2(E_2 - E_1) = 10020$ Halbperioden des Lichtwechsels $= 41.1$ Jahre.

2. Setzt man $f(E_m) = (2\varphi + \sin 2\varphi) P / 2\pi = 0.2760$, so findet man:

$$\varphi = 8^0\,21', \qquad e = 0.14522.$$

3. Der anomalistische Umlauf (= siderischer Umlauf $\times$ [1 + 1/5010]) ist gleich

$$2^d.996335\left(1 + \frac{1}{5010}\right) = 2^d.996933.$$

Die Umdrehungsgeschwindigkeit der Apsidenlinie in jeder Periode ist $\nu = 360^0/5010 = 0^0.071856$. Die Dauer der beiden Minima beträgt annähernd $2nt_0 \pm 2x \sin nt_0$. Hier ist $\sin nt_0 = 2R/a$, wenn R den gleich großen Halbmesser der beiden Sterne bedeutet.

Nun findet Dunér[1] als Mittel aus 9 einander nahe liegenden geraden Minima ($E = 1176$) eine Dauer von $0^d.225$. Während dieser Epoche $E = 1176$ war $\omega = \frac{1}{2}(E - E_1)\nu = 50^0.26$, folglich $x = e\cos\omega = 0.0927$, und wir haben zur Bestimmung von nt_0 die Gleichung

$$2nt_0 - 0.1854 \sin nt_0 = 0^d.225\, n.$$

Folglich ist $t_0 = 0^d.124$ und

$$\frac{2R}{a} = \sin nt_0 = \sin 14^0.88 = \frac{1}{4}, \qquad \frac{R}{a} = \frac{1}{8}.$$

b) Die Frage der Apsidenbewegung von *Y Cygni* hat Guthnick in den Jahren 1916 (*AN* 202, Nr 4833) und 1919 (*AN* 208, Nr 4972) aufs neue behandelt. Auf Grund der bis 1915 vorliegenden Beobachtungen, wozu noch 5 Minimumbestimmungen Zinners aus dem Jahre 1917 kamen, fand er für die Elemente des Lichtwechsels die Werte:

$$\begin{aligned} \text{gerades Minimum} &= 2410250.406 + 2^d.996336\, E + \\ &\quad + 0^d.170 \sin(0^0.0554\,[E + 400])^2; \\ \text{ungerades Minimum} &= 2410251.969 + 2^d.996336\, E - \\ &\quad - 0^d.170 \sin(0^0.0554\,[E + 400]). \end{aligned}$$

(E bezeichnet hier die Epochennummer der ganzen Perioden, nicht der halben wie bei Dunér.) Den von Guthnick gefundenen Formeln entsprächen folgende elliptische Elemente: $e = 0.178$, Periode der Apsidenbewegung = 6500 Lichtwechselperioden oder 53.3 Jahre, Durchgang des Periastrons durch die Gesichtslinie bei $E = -400$.

Hier scheint ein kleines Versehen vorzuliegen. Zur Zeit des genannten Durchgangs soll nämlich das ungerade Minimum die Periode der geraden Minima halbieren, und umgekehrt. Nun ist jedoch nach obigen Formeln bei $E = -400$ der Zeitunterschied ungerades — gerades Min. = $1^d.563$, der Zeitunterschied gerades — ungerades Min. = $1^d.433$. Erst bei $E = -200$ werden die Intervalle einander gleich. Bei diesem Sachverhalt entsprechen aber die gefundenen Elemente nicht

[1] Auf S. 14 der Dunérschen Abhandlung ist ein kleines Versehen unterlaufen. Nicht

$$\frac{dM}{dn} + \frac{dM_1}{dn}, \quad \text{sondern} \quad \frac{dM}{dn} - \frac{dM_1}{dn}$$

muß zu ϑ hinzugefügt werden. So bekommt man $\vartheta = 0^d.5523$ und $e = 0.14527$, in engem Anschluß an den von uns gefundenen Wert. Die Methode, die wir hier zur Ableitung der Elemente befolgten, ist kürzer, aber im Grunde dieselbe wie die Dunérsche.

[2] Richtig so in den *AN* Nr 4972. Im II. Bd der „Geschichte und Literatur der Veränderlichen Sterne" S. 298 steht versehentlich $(E - 400)$ statt $(E + 400)$.

mehr den theoretischen Bedingungen einer Apsidenbewegung (vgl. S. 230). Ausgehend von einem Durchgang des Periastrons durch die Gesichtslinie bei $E = -200$, hat der Verfasser versuchsweise die Elemente durch folgende, diesen Bedingungen genügende Formeln dargestellt:

$$\text{gerades Minimum} = 2409651.171 + 2^d.996336\,E + 0^d.140 \sin 0^0.0643\,E;$$
$$\text{ungerades Minimum} = 2409652.669 + 2^d.996336\,E - 0^d.140 \sin 0^0.0643\,E.$$

Hiernach wäre $e = 0.147$, die Periode der Apsidenbewegung = 5600 Lichtwechselperioden oder 45.9 Jahre; als Null-Epoche ist der Periastrondurchgang in der Gesichtslinie gewählt.

Durch diese Elemente werden die älteren Beobachtungen bis 1915 noch etwas besser dargestellt als durch die Guthnickschen, weniger gut aber die 5 Minimumbestimmungen Zinners von 1917 Aug. 11, 14, 17, Sept. 25 und Okt. 4. Bei diesen bleiben die Abweichungen (im Sinne $B - R$) übrig: $+ 0^d.041$, $+ 0^d.034$, $+ 0^d.037$, $+ 0^d.034$, $- 0^d.005$, im Mittel $+ 0^d.028 = + 40^m$. Auffallend ist, daß das letzte Minimum, das mit den Elementen übereinstimmt, eine volle Stunde später beobachtet wurde, als die vier übrigen Minima erwarten ließen.

c) Neuerdings fand Plaskett (*Pop. Astr.* Jan. 1921), daß die spektroskopische Bahn kreisförmig ist, und daß die photometrischen und spektroskopischen Phasen übereinstimmen. Bei Anwendung von Shapleys D-Elementen ist der Halbmesser jeder Komponente = 4.6 Sonnenhalbmessern und die Bahnachse $= 27.7\,r_\odot$. Die Massen sind $= 16.6\,m_\odot$ und $= 15.3\,m_\odot$, die Dichten $= 0.17\,\rho_\odot$ und $= 0.158\,\rho_\odot$.

Wenn die Kreisform der Bahn bestätigt wird, so schwebt die ganze Erklärung der periodischen Verschiebung der geraden und ungeraden Minima in der Luft. Bemerkt sei jedoch, daß nach Plaskett die Spektrallinien sehr unscharf und verwaschen, die Ausmessung daher äußerst schwierig und demgemäß unsicher war. Eine endgültige Lösung der *Y Cygni*-Frage steht also noch aus.

175315 *Z Herculis* (Algoltypus).

72. N. C. Dunér: „On the Periodic Changes of the Variable Star *Z Herculis*“ (*ApJ* 1895) und Ernst Hartwig: „Der veränderliche Stern vom Algoltypus *Z Herculis*“ (Sonderabdruck aus dem 17. Bericht der Naturforsch. Gesellschaft in Bamberg, 1900).

In der Lichtkurve befinden sich zwei Minima, deren Eintrittszeiten nach den Dunérschen Angaben durch die Formel dargestellt werden:

$$1894.0 + 261^d.3385 + \frac{3^d.99201}{2} E + 0^d.0225\,(-1)^E.$$

a) Setzt man voraus, daß die ungleichen Intervalle zwischen aufeinanderfolgenden Minima der Bahnexzentrizität zur Last fallen, so hat man annähernd, wenn $i = 90^0$ ist:

$$\frac{P}{\pi} e \sin \omega = 0^d.0225.$$

Die Dauer des Hauptminimums war nach Dunér 6.6 Stunden, die des Nebenminimums 4.0 Stunden. Näherungsweise findet man:

$$\frac{n}{24}\left(6.6 - 4.0\right) = 4\,e\cos\omega\sin n t_0, \qquad \frac{n}{24}\left(6.6 + 4.0\right) = 4\,n t_0,$$

$$n t_0 = 10^0, \qquad e\cos\omega = 0.2466.$$

Hieraus folgt, in Verbindung mit $\frac{P}{\pi} e\sin\omega = 0^d.0225$:

$$e = 0.2473, \qquad \omega = 4^0\,6'.4.$$

Die Helligkeit von *Z Herculis* im Maximum war nach Dunér $6^M.89$, im Hauptminimum $8^M.05$, im Nebenminimum $7^M.35$. Folglich ist $m_1 = 0.3436$, $m_2 = 0.6547$, und da tatsächlich $m_1 + m_2 = 1$ ist, sind die Halbmesser der beiden kugelförmigen Sterne einander gleich, während ihre Helligkeiten sich nahezu verhalten wie 2 : 1. Bedeutet R den gemeinschaftlichen Radius, so ist

$$\sin n t_0 = \frac{2R}{a} = \sin 10^0 \quad \text{oder} \quad a = 12\,R.$$

Nach Hartwig ist das Maximum $= 7^M.13$, Min.$_1 = 8^M.32$, Min.$_2 = 7^M.51$. Folglich wird $m_1 = 0.3342$, $m_2 = 0.7047$; und wenn $q = 1$, $i = 90^0$, $\varkappa =$ dem Halbmesser des helleren Sterns ist, so hat man

$$\text{entweder (bei } \varkappa < 1\text{): } \varkappa^2 = \frac{1 - m_2}{m_1}, \quad \text{also } \varkappa = 0.940,$$

$$\text{oder (bei } \varkappa > 1\text{): } \varkappa^2 = \frac{m_2}{1 - m_1}, \quad \text{also } \varkappa = 1.029,$$

$$\text{und in beiden Fällen: } \lambda = \frac{1 - m_2}{1 - m_1} = 0.4435.$$

Als Dauer des Hauptminimums gibt Hartwig 9.2 Stunden, als Dauer des Nebenminimums 6.1 Stunden an. Hieraus folgt annähernd (wie oben):

$$e\cos\omega = 0.2026, \quad \frac{1 + \varkappa}{a} = \frac{1}{4}, \quad \text{also} \quad a = 7.76 \text{ oder } a = 8.12.$$

Um die im Hauptminimum ziemlich stark asymmetrische Lichtkurve im einzelnen genauer darzustellen, macht Hartwig verschiedene Annahmen und gelangt nach mehreren Versuchen zu den folgenden Elementen, die den Beobachtungen von 1897 am besten entsprechen:

$P = 95^h.82575$, $a = 5.947$, $\lambda = 0$, Halbmesser des dunklen Körpers 0.816,

$$e = 0.2026, \quad \omega = -2^0.64, \quad i = 90^0,$$

$T =$ Periheldurchgang $22^h.89$ nach dem Knotendurchgang (☊).

Als Längeneinheit ist der Halbmesser des leuchtenden Sterns genommen.

Für die Beobachtungen von 1894 waren folgende Bahnelemente die wahrscheinlichsten:

$$a = 5.528, \quad \omega = 65^0.0, \quad e = 0.2026, \quad i = 90^0, \quad T = 46^h.92.$$

b) Gegen diese Lösungen ist vor allem einzuwenden, daß sie gar keine Rücksicht auf das sekundäre Minimum nehmen, indem $\lambda = 0$ gesetzt ist, und daß dennoch e aus der Zeitdauer der zwei Minima abgeleitet wird, in der Voraussetzung, daß die Bahnachse ungefähr mit der Gesichtslinie zusammenfalle. Ebensowenig stimmt die aus den ersten Elementen berechnete Zeitdauer der Minima ($11^h.2$ bzw. $7^h.5$) mit den Beobachtungen. Berechnet man aus dem zweiten Elementensystem $e \cos \omega$, so findet man 0.085, dagegen aus der Zeitdauer der Minima 0.2026.

Hieraus ergibt sich, daß die von Hartwig aus seinen Formeln gezogenen Schlüsse über die Ausdehnung und die Gestalt des Doppelsternsystems *Z Herculis* wohl verfrüht sind. Die Schlüsse lauten: „Unter der Annahme, daß die Helligkeit des *Algol* gleich der der Sonne ist, hat Pickering für den Algolhalbmesser den Wert $0''.003$ abgeleitet. *Z Herculis* von der 7^{ten} Größe hat eine nahe 100mal geringere Helligkeit als *Algol*, und müßte bei der gleichen Annahme daher eine 10mal größere Entfernung haben, so daß sein Halbmesser für den Anblick von der Erde dann $R'' = 0''.0003$ betragen würde. . . . Der Gyldénsche Wert für die durchschnittliche Parallaxe der Sterne zweiter Größe $p'' = 0''.058$ würde für *Z Herculis* die Parallaxe $p = 0''.006$ folgern lassen. . . ."

Hierzu sei bemerkt: 1. Die Annahme, daß die Helligkeit *Algols* gleich der der Sonne sei, enthält schon eine bestimmte Annahme über die Parallaxe. Pickering setzt die Helligkeit der Sonne gleich $-25^M.5$, die Helligkeit *Algols* gleich $2^M.0$. Unter der gemachten Voraussetzung folgt daraus für die Parallaxe *Algols*: $\sin^2 p'' = 2.512^{-27.5}$, $p'' = 0''.65$ (siehe Dimensions of the Fixed Stars p. 5, Table III). Die Parallaxe von *Z Herculis* wäre unter derselben Voraussetzung gleich $0''.065$. 2. Die noch sehr zweifelhaften Durchschnittswerte für die Parallaxen von Sternen verschiedener Größe mögen statistischen Wert haben, ihre Anwendung auf Einzelfälle ist nicht zulässig[1].

Genäherte Kreisbahnelemente von zehn Algolveränderlichen.

73. In den *Mitteilungen* der Hamburger Sternwarte Nr 11 (1907) hat K. Graff den Lichtwechsel von zehn Veränderlichen Sternen des Algoltypus untersucht und beiläufig auch genäherte Kreisbahnelemente abgeleitet. Die Lichtkurven dieser Veränderlichen beschreibt er mit den Worten:

[1] Newcomb sagt in seinem Werke „The Stars" (London 1902, S. 113): „From a careful study, Seeliger and Hartwig derived the following particulars respecting this system" [*Z Herculis*] usw. Dies muß dahin berichtigt werden, daß Hartwig für die mittlere Dichtigkeit der beiden Massen eine Formel gebraucht, die in Seeligers Artikel „Doppelsterne" im *Handwörterbuch der Astronomie* vorkommt.

„Bei *Z Draconis*, *RW Tauri*, *WW Cygni*, *VW Cygni*, *UW Cygni* und *SW Cygni* setzt der Lichtwechsel ziemlich plötzlich ein und erreicht sein Maximum kurz vor und bald nach einem mehr oder weniger konstanten Minimum. Wir haben hier offenbar Doppelsternsysteme vor uns, bei denen die wesentlich hellere, aber kleinere Komponente zur Zeit des Minimums hinter dem schwächeren, aber größeren Hauptkörper vollständig verschwindet (totale Verfinsterung). Bei *Z Persei*, *U Sagittae*, *W Delphini* und *SY Cygni* dagegen erfolgt Beginn und Ende der Lichtänderung, besonders bei den beiden letzten Sternen, langsam, und auch die Umbiegung der Kurve vor und nach dem Minimum ist weniger plötzlich wie bei der ersten Gruppe. Hier ist es wohl richtiger, einen kleineren, völlig dunklen Begleiter anzunehmen, der sich während des Minimums auf den hellen Hauptstern vollkommen projiziert (ringförmige Verfinsterung).“

In der nachstehenden Tabelle Graffs über die genannten zehn Veränderlichen bedeutet M die Normalhelligkeit, Δm die Helligkeitsabnahme im Minimum, 2τ die Dauer der ganzen Lichtänderung, $2\tau'$ die Dauer der konstanten Minimalhelligkeit, $\varkappa$ und λ den Halbmesser und die Oberflächenhelligkeit der dunkleren Komponente, dabei die entsprechenden Größen des helleren Sterns als Einheit genommen; ferner a die Halbachse der Bahn, $\Delta m'$ die aus den genäherten Bahnelementen folgende Lichtabnahme in einem sekundären (nicht beobachteten) Minimum. Endlich soll die Neigung der Bahnebene gleich 90^0 gesetzt werden.

Stern	P	M	Δm	2τ	$2\tau'$	$\varkappa$	λ	a	$\Delta m'$
113972 *Z Draconis*	$1^d.357$	$10^M.40$	$2^M.12$	$4^h.7$	$0^h.2$	1.09 (0.93)	0.140 (0)	4.77 (4.40)	$0^M.14$ (0)
035727 *RW Tauri*	2 .769	7 .87	3 .67	7 .9	1 .3	1.39	0.018	6.57	0 .02
023341 *Z Persei*	3 .056	10 .00	2 .38	11 .1	1 .3	0.94 (1.27)	0 (0.078)	4.27 (4.95)	0 (0.08)
200041 *WW Cygni*	3 .318	10 .00	2 .91	11 .8	1 .0	1.19	0 052	4.87	0 .05
191419 *U Sagittae*	3 .381	6 .65	2 .31	13 .1	1 .4	0.94	0	4.01	0
201942 *UW Cygni*	3 .451	10 .54	2 .16	10 .5	1 .3	1.28	0.096	5.89	0 .09
200346 *SW Cygni*	4 .573	9 .42	2 .08	11 .8	2 .2	1.46	0.081	7.42	0 .08
203317 *W Delphini*	4 .806	9 .64	2 .26	17 .2	1 .2	0.94	0	4.29	0
194232 *SY Cygni*	6 .006	11 .06	1 .92	19 .0	2 .2	0.91	0	4.77	0
201134 *VW Cygni*	8 .431	10 .32	1 .94	20 .0	6 .7	2.01	0.050	9.86	0 .05

Zu dieser Tabelle macht Graff (S. 100) noch folgende Bemerkungen: „In zwei Fällen, bei *Z Persei* und *Z Draconis*, sind beide Hypothesen [Verfinsterung ringförmig und total] gerechnet, wobei die weniger wahrscheinliche in Klammern gesetzt ist. . . . Man darf indessen den abgeleiteten Kreisbahnelementen keine zu weitgehende Bedeutung beilegen; schon die Voraussetzung einer stärkeren Lichtabnahme des hellen Sterns nach dem Rande zu würde eine andere Helligkeitsänderung bedingen, als wenn diese Annahme nicht gemacht wird. . . . Die Grundlagen für alle derartigen Untersuchungen über die Bahnverhältnisse dieser engen Doppelsternsysteme können natürlich nur durch eine ganz einwandfrei gesicherte Lichtkurve gegeben werden, und es wäre gerade für die Lösung derartiger Auf-

gaben zu wünschen, daß die Beobachter der veränderlichen Sterne vom Algoltypus nicht nur wie bisher eine möglichst genaue Ermittelung der Periode, sondern auch eine gründliche Sicherung des Verlaufs der Lichtkurve erstreben möchten."

023969 *RZ Cassiopeiae* (Algoltypus).

74. J. Stein: „The Binary Variable Star *RZ Cassiopeiae*" (*ApJ* 29 [1909] 308).

Dieser ersten Untersuchung über das Algolsystem *RZ Cassiopeiae* lag die von Parkhurst und Jordan nach einer absoluten photographischen Größenskala bestimmte Lichtkurve (*ApJ* 26 [1907] 251) zugrunde. Aus dieser Kurve erhält man: $P = 1^d.195258$, normale Größe $6^M.43$, Minimum $7^M.64$, Dauer der Verfinsterung $2\tau = 0^d.23$, keine stationäre Phase im Minimum, kein Nebenminimum. Die Lichtkurve ist nicht symmetrisch; ihre Asymmetrie verschwindet aber größtenteils, wenn das Minimum $0^d.0016$ früher gelegt wird.

a) Nach wiederholten Versuchen ergaben sich die Werte:

$$\varkappa_s = 0.820 \text{ (Halbmesser des dunklen Körpers)},$$
$$a = 3.317, \quad i = 86^\circ 53', \quad e = 0.$$

Nach Hartmann (*AN* 173 [1906] 101) war die Entfernung des hellen Körpers vom gemeinschaftlichen Schwerpunkt $1\,170\,000 \sin i$ km. In der Voraussetzung, daß die beiden Sterne die gleiche Dichte (d) haben, finden wir nachstehende Elemente:

$$a = 3\,297\,000 \text{ km} = 0.022 \text{ A.E.}, \quad m + m_s = 1.002\, m_\odot, \quad d = 0.222\, d_\odot,$$
$$r = 994\,000 \text{ km} = 1.43\, r_\odot, \quad r_s = 815\,000 \text{ km} = 1.17\, r_\odot,$$
$$m = 0.646\, m_\odot, \quad m_s = 0.356\, m_\odot.$$

b) Die *Mitteilungen* der Hamburger Sternwarte 1913, Nr 13 enthalten eine neue „Untersuchung über das Algolsystem *RZ Cassiopeiae*" von K. Graff. Die aus Stufenschätzungen abgeleitete Lichtkurve lieferte die Zahlen: normale Größe $= 6^M.36$, Minimum $= 7^M.69$, $2\tau = 0^d.236$; das Minimum bleibt $0^d.017$ stationär. Hieraus findet Graff:

$$\varkappa_s = 0.85, \quad a = 3.18, \quad 90^\circ > i > 87^\circ.3.$$

Die Entfernung des hellen Körpers vom gemeinschaftlichen Schwerpunkt wird zu 1 200 000 km angesetzt. Unter der gleichen Voraussetzung wie oben folgt dann:

$$a = 3\,150\,000 \text{ km} = 0.021 \text{ A.E.}, \quad m + m_s = 0.893\, m_\odot, \quad d = 0.192\, d_\odot,$$
$$r = 989\,600 \text{ km} = 1.42\, r_\odot, \quad r_s = 841\,200 \text{ km} = 1.21\, r_\odot,$$
$$m = 0.554\, m_\odot, \quad m_s = 0.339\, m_\odot.$$

Weiter hat Graff eine hypothetische Parallaxe berechnet. Aus der Formel

$$\frac{r^2 \Delta^{-2} i}{r_\odot{}^2 \Delta_\odot{}^{-2} i_\odot} = 2.514^{G_\odot - G} \text{ (vgl. oben S. 300)}$$

folgt:

$$\Delta^{-1} = \pi \sin 1'' = 2.514^{\frac{1}{2}(G_\odot - G)} \left(\frac{i_\odot}{i}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{r_\odot}{r},$$

wo π die Parallaxe des Sterns in Sekunden bedeutet. Graff setzt

$$G_\odot = -26.5, \quad G = 6.4, \quad \frac{r_\odot}{r} = 1.42^{-1}, \quad \frac{i_\odot}{i} = \frac{T_\odot{}^4}{T^4}.$$

Darin bezeichnet T (nach dem Stephanschen Gesetz) die effektive Temperatur; außerdem wird $T_\odot = 5500^0$, $T = 6300^0$ angenommen, entsprechend dem Spektraltypus[1] *F*. Das Ergebnis ist: $\pi = 0''.029$.

c) Wieder eine neue, spektroskopische Bahn hat Frank C. Jordan aus 71 Spektrogrammen abgeleitet („The Orbit of *RZ Cassiopeiae*“: *Publ.* Allegheny Obs. III [1916] Nr 16). Die Elemente sind:

$$P = 1^d.19525, \quad a \sin i = 1137000 \text{ km}, \quad e = 0.052, \quad \omega = 154^0.7,$$

$$K = 69.30 \text{ km}, \quad \gamma = -38.32 \text{ km}, \quad \frac{m_s{}^3 \sin^3 i}{(m + m_s)^2} = 0.0412.$$

Da der Stern in einer Lichtperiode uns 4000000 km näher kommt, ist die wahre Periode $P = 1^d.19540$.

Im Jahre 1916 veröffentlichte R. S. Dugan seine mit dem Polarisationsphotometer angestellten 9792 Messungen („The Eclipsing Variables *RV Ophiuchi*, *RZ Cassiopeiae*“: *Contrib.* Princeton Obs. Nr 4). Aus ihnen ergab sich eine veränderliche Periode; die Zeit des Hauptminimums hat die Formel:

$$\text{Min.} = \text{J.T. } 2417355.4208 + 1^d.19525\,E + 0^d.007 \sin(12^0 + 0^0.068\,E).$$

Die Lichtabnahme im Hauptminimum war $1^M.59$ (ohne stationäre Phase); auch wurde ein Nebenminimum von der Tiefe $0^M.06$ gefunden. Dugan bemerkt dazu: „Every eclipsing variable, which has been observed with sufficient care and persistence, shows a measurable secondary minimum.“

Die Elemente des Systems wurden in der *U*- und *D*-Hypothese nach Russells Methode berechnet. Es fand sich:

Hypothese	k	a_0	L_b	L_f	$2b_f$	$2b_b$	I_b/I_f	I_b'/I_f'	a_b	a_f	$\cos i$	z	b/a
U	0.768	0.806	0.877	0.123	0.063	0.006	12.1	1.51	0.2278	0.2966	0.153	0.032	0.9835
D	0.956	0.770	0.918	0.082	0.063	0.006	12.3	1.77	0.2759	0.2886	0.147	0.020	0.9899

Hierin bezeichnet der Bruch I_b'/I_f' das Verhältnis der Oberflächenhelligkeiten der beiden Hemisphären des schwächeren Sterns. Über die andern Bezeichnungen vergleiche man S. 307.

045443 ε *Aurigae* (Algoltypus?).

75. H. Ludendorff: „Untersuchungen über den Lichtwechsel von ε *Aurigae*“ (*AN* 164 [1903] Nr 3918/20) und „Über die Radialbewegung von ε *Aurigae*“ (*AN* 171 [1906] Nr 4084).

[1] Nach Jordan ist der Spektraltypus von *RZ Cassiopeiae* gleich *A* 2. Setzt man demgemäß $T = 9670^0$ und $T_\odot = 5600^0$ (Pringsheim), so wird $\pi = 0''.013$.

a) Seine eingehenden Untersuchungen über den Lichtwechsel von ε *Aurigae* faßt Ludendorff wie folgt zusammen: „Die Form der Lichtkurve von ε *Aurigae* ist durchaus dieselbe wie bei den Algolsternen, und nur die große Länge der Periode, nämlich 27.12 Jahre, läßt es nicht ohne weiteres angängig erscheinen, den Stern zu den Algolsternen im eigentlichen Sinne zu rechnen. Die Mitte des letzten Minimums fand 1902 März 31 statt. Die Dauer der Konstanz der Helligkeit im Minimum beträgt 313^d, die der Abnahme und Wiederzunahme der Helligkeit je 207^d, die Amplitude der Helligkeitsschwankung $0^M.73$. Außerhalb des Minimums ist die Helligkeit konstant (Größe 3.35) oder erleidet wenigstens nur so kleine Änderungen, daß sie aus den vorhandenen Beobachtungen nicht festgestellt werden können."

Die Ausmessungen von 26 Potsdamer Spektrogrammen aus den Jahren 1901 bis 1905, in Verbindung mit 12 andern Spektrogrammen der Lick- und der Yerkes-Sternwarte, führten ihn dann zu folgenden Schlüssen: Es zeigt sich eine deutliche Beziehung zwischen der Radialbewegung und dem Lichtwechsel. Vor dem Minimum hat sich die hellste Komponente von ε *Aurigae* vorwiegend von uns entfernt, seit dem Minimum hat sie sich uns genähert. Die Umkehr der Bewegung ist während des Minimums erfolgt.

Auf Grund dieser Erscheinung und der dem Algoltypus durchaus entsprechenden Form der Lichtkurve liegt es nun nahe, den Lichtwechsel in ähnlicher Weise wie bei den Algolsternen zu erklären. Dem steht aber ein sehr schwerwiegender Einwand entgegen: Infolge der langen Periode des Lichtwechsels (27 Jahre) würde man zur Annahme einer so außerordentlich geringen Dichte des Sternes gezwungen sein, daß die Hypothese nicht haltbar zu sein scheint. Setzt man $e = 0$, so kommt man zu Dichten von der Größenordnung 10^{-8} (Dichte der Sonne $= 1$); und selbst wenn man der Rechnung die Exzentrizität 0.95 zugrunde legt und die Mitte der Verfinsterung mit dem Apastron zusammenfallen läßt, ergeben sich immer noch Dichten von der Größenordnung 10^{-5}, und für $e = 0.99$ solche von der Ordnung 10^{-4} (vgl. Ludendorffs Bearbeitung der Schmidtschen Beobachtungen des Veränderlichen ε *Aurigae* in den *AN* 192 [1912] 406).

In den Werten der Radialgeschwindigkeiten verrät sich noch eine kürzere Periode, deren Vorhandensein aus einer graphischen Darstellung deutlich hervorgeht. Will man also die im Spektrum von ε *Aurigae* beobachteten Linienverschiebungen allein durch Veränderungen der Radialgeschwindigkeit erklären, so reicht man mit der Annahme von zwei Körpern nicht aus.

b) In den *AN* 194 (1913) 225 hat Shapley den Stern ε *Aurigae* von neuem untersucht. Als Grundlage diente ihm die Schmidt-Ludendorffsche Kurve des Minimums von 1874/75. Die Amplitude der Lichtänderung ($0^M.75$) und die Dauer des konstanten Lichtes im Minimum sind Anzeichen der totalen Verfinsterung eines kleinen hellen Körpers durch einen größeren von genau derselben Gesamthelligkeit. Die besten Lösungen in den *U*- und *D*-Hypothesen lieferten für k $(= r_2/r_1)$ den merkwürdig kleinen Wert 0.1 und eine ziemlich große Neigung der Bahn. Die

gefundenen Elemente sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Darin bedeutet „Max. k“ den Wert von k bei $i = 90^0$, die Dichten ρ_1 und ρ_2 sind „equalmass densities“ (Einheit = $\rho_\odot$), die Halbachse der Kreisbahn ist = 1 gesetzt.

Hypothese		k	i	r_1	r_2	Nebenminimum	I_1 / I_2	ρ_1	ρ_2
$k = 0.10$	*D*	0.10	77°.0	0.307	0.031	$0^M.004$	0.01	2.4×10^{-9}	2.4×10^{-6}
	U	0.10	75 .6	0.298	0.030	0 .005	0.01	2.5×10^{-9}	2.5×10^{-6}
Max. k	*D*	0.40	(90°)	0.173	0.069	0 .13	0.16	10^{-8}	2×10^{-7}
	U	0.35	(90°)	0.170	0.059	0 .07	0.12	10^{-8}	3×10^{-7}

Die Dichte des kleineren Sterns ist wahrscheinlich größer als die mittlere Dichte des Systems *W Crucis* (10^{-6}). Der zweite Stern ist 1000mal größer, seine Dichte wäre nur ein Milliontel der Dichte der Erdatmosphäre. Gesetzt, unsere Sonne dehnte sich bis zur Merkurbahn aus, so wäre ihre Dichte geringer als die der kleineren Komponente; dehnte sie sich bis zur Saturnbahn aus, so wäre ihre Dichte noch 200mal geringer als die der größeren Komponente. Es stünde also nichts entgegen, ε *Aurigae* als einen Bedeckungsveränderlichen von sehr „frühem Typus“ zu betrachten.

145508 δ **Librae** (Algoltypus).

76. Frank Schlesinger: „The Algol Variable δ *Librae*“ (*Publications* of the Allegheny Obs. I [1910] Nr 20).

Aus der Lichtkurve ergibt sich: $P = 2^d.32735$, konstantes Licht = $5^M.10$, Minimum = $6^M.30$, Dauer der Finsternis = $14^h.5$.

a) Aus 60 Spektrogrammen, die im Frühjahr und Sommer 1908 auf der Allegheny-Sternwarte aufgenommen wurden, findet Schlesinger folgende Elemente der spektrographisch sichtbaren Komponente:

$P = 2^d.32735$,
$\mu = 154^0.6824$,
$e = 0.054 \pm 0.012$ (WF),
$T = 1^d.89$ nach dem Lichtminimum,
$\omega' = 29^0.2 \pm 1^0.06$ (vom ♌),
$K = 76.5$ km ± 0.85 km,
$\gamma = -45.0$ km,
$a \sin i = 2\,450\,000$ km $\pm 28\,000$ km.

Da die Eigenbewegung des Systems in der Richtung der Gesichtslinie — 45 km beträgt, so ist die wahre Periode des Lichtwechsels um $45 P / 300\,000 = 0^d.000\,35$ länger als die beobachtete.

b) Eine Vergleichung mit den photometrischen Elementen, die E. Kron („Der Algolvariable δ *Librae*“, Berlin 1907) abgeleitet hat, ergab, daß die Konjunktion der beiden Sterne 112 Minuten vor dem Lichtminimum stattfindet. Krons Ephemeride war allerdings nach den Beobachtungen Nijlands von 1905 bis 1909 in diesen Jahren im Mittel um 45 Minuten verspätet; aber es bleibt jedenfalls wenigstens eine volle Stunde Unterschied zwischen der Konjunktion

und dem Lichtminimum, der nicht durch die Ungenauigkeiten der photometrischen oder spektrographischen Zahlen erklärbar ist. Ein ähnlicher Unterschied, im selben Sinne, findet sich auch bei *Algol* (vgl. S. 294).

Um aus der Lichtkurve die Ausdehnung des Doppelsystems zu bestimmen, bedient sich Schlesinger der Methode der „regula falsi", die sich für solche Aufgaben am besten eignet.

Da ein sekundäres Minimum nicht beobachtet wurde und auch keine Spur einer Verdopplung des Spektrums zu entdecken war, lag die Annahme eines dunklen Begleiters nahe. Gestützt auf die spektroskopischen Messungen, kommt Schlesinger, in der Voraussetzung, daß die beiden Komponenten gleiche Dichte haben, zu folgenden Elementen des δ *Librae*-Systems:

Durchmesser des hellen Sterns: 4 500 000 km = 3.2 $\odot$,
Durchmesser des dunklen Sterns: 4 000 000 km = 2.9 $\odot$,
Gesamtmasse: 1.5 Sonnenmassen,
mittlere Dichte: 0.026 Sonnendichten,
Masse des hellen Sterns: 0.87 Sonnenmassen,
Masse des dunklen Sterns: 0.63 Sonnenmassen,
mittlerer Abstand des hellen Sterns vom Schwerpunkt: 2 500 000 km,
mittlerer Abstand des dunklen Sterns vom Schwerpunkt: 3 400 000 km,
Neigung der Bahnebene zur Gesichtslinie: 81°.5,
mittlerer Abstand zwischen den Oberflächen: 1 650 000 km.

c) Die Entfernung der beiden Oberflächen kommt im Vergleich zu den Durchmessern so gering heraus, daß höchstwahrscheinlich die Umdrehungsperiode beider Sterne der Umlaufsperiode gleich ist. Infolge der Umdrehung werden die Linien des Spektrums beträchtlich verbreitert, weil der eine Rand sich mit einer Geschwindigkeit von 35 km uns nähert, der andere sich ebenso schnell von uns entfernt. Die längere Belichtungsdauer der photographischen Platte, während welcher die Geschwindigkeit sich ändert, wird ebenfalls die Linien verbreitern. Diese beiden Gründe erklären auf befriedigende Weise das ganze Aussehen der photographierten Linien.

Die Achsendrehung hat noch eine andere Folge. Im allgemeinen wird uns Licht von der ganzen Halbkugel zugesandt, und die beobachtete Geschwindigkeit ist die des Mittelpunkts. Gerade vor und nach dem Lichtminimum aber trifft das nicht zu. Vor dem Minimum bewegt sich der helle Stern von uns weg, und ein Teil der Scheibe ist durch den dunklen Begleiter verdeckt; die noch sichtbare Fläche hat wegen der Achsendrehung im ganzen einen Überschuß an Bewegung auf uns zu. Die beobachtete Geschwindigkeit wird deshalb größer sein als die Bahngeschwindigkeit. Nach dem Minimum findet das Umgekehrte statt. Die von Schlesinger gefundenen Abweichungen zwischen berechneter und beobachteter Radialgeschwindigkeit bestätigen das einigermaßen. Der Normal-

ort in der Phase $0^d.097$ (Gewicht 0.8) läßt einen Fehler $(B - R)$ von -2.9 km, der Normalort in der Phase $2^d.020$ (Gewicht 1.0) einen solchen von $+2.8$ km übrig. Dabei ist der wahrscheinliche Fehler eines Normalortes vom Gewicht 1 gleich 1.47 km.

031646 *RT Persei* (Algoltypus).

77. Raymond S. Dugan: „The Algol-System *RT Persei*" (*Contributions* Princeton Obs. I [1911]).

Die Lichtkurve liefert: $P = 0^d.8494222 = 20^h\,23^m\,10^s.08$, Normalgröße $10^M.63$, $\text{Min.}_1 = 11^M.96$, $\text{Min.}_2 = 10^M.79$, $m_1 = 0.289$, $m_2 = 0.865$; Anfang des Hauptminimums $-2^h\,6^m$, Ende $+2^h\,2^m$. Nach dem Hauptminimum tritt eine langsame Helligkeitszunahme um $0^M.025$ ein, bis $t = \frac{1}{4}P$, nachher eine geringe Abnahme bis zum Anfang des Nebenminimums. Die Helligkeit zu Anfang und Ende des Nebenminimums ist $0^M.02$ mehr als zu Anfang und Ende des Hauptminimums. In der Zeit zwischen Nebenminimum und Hauptminimum ist die Kurve weniger deutlich gekrümmt als vom Haupt- zum Nebenminimum. Der Anfang des Nebenminimums fällt auf $+7^h\,50^m$, die tiefste Phase auf $+10^h\,2^m$, das Ende auf $+12^h\,6^m$ oder $-8^h\,17^m$.

a) Der krummlinige Verlauf der Kurve zwischen den Minima erklärt sich aus der ellipsoidischen Gestalt der Körper, aus Lichtreflexionen und gegenseitiger Erhitzung. Die vereinigte Wirkung dieser Umstände kann annähernd durch die Formel dargestellt werden:

$$I = a + b\sin(v - 90^0) + c\sin(2v - 90^0).$$

Setzt man nacheinander $v = \frac{1}{8}Pn$ und $v = \frac{3}{8}Pn$ ein, so ergibt sich im Mittel:

$$a = \tfrac{1}{2}(I_{\frac{1}{8}P} + I_{\frac{3}{8}P}).$$

Aus der beobachteten Lichtkurve findet Dugan

(α) $$I = 0.996 + 0.010\sin(v - 90^0) + 0.010\sin(2v - 90^0).$$

Als Einheit ist die Intensität gewählt, die der mittleren Helligkeit in der Zeit zwischen Haupt- und Nebenminimum entspricht.

Anderseits läßt sich die Intensität darstellen durch[1]

(β) $$I = b(1 - \cos v) + I_0\sqrt{\cos^2 v + q^2\sin^2 v}.$$

Nach unserer Bezeichnung S. 210 bedeutet q das Verhältnis der langen Achse zur kurzen in beiden Ellipsoiden; I_0 ist die Intensität der beiden Sterne, wenn man sie nebeneinander stellt, so daß die beiden langen Achsen in die Richtung des Visionsradius fallen; die Intensitätseinheit ist die eines Sterns, der $1^M.822$ schwächer ist als der Stern $BD\,45^0.754$ $(= 8^M.81)$.

[1] Dugan schreibt, wie auch Myers: $I_0/\sqrt{\cos^2 v + \sin^2 v/q^2}$, was nicht ganz richtig ist [vgl. (12) S. 212)].

Da q nur wenig größer als 1 ist, kann man annähernd statt (β) schreiben:

$$(\beta') \qquad I = b\,(1 - \cos v) + I_0\left\{1 + \frac{q^2 - 1}{4}\left(1 - \cos 2v\right)\right\}.$$

Durch Gleichsetzen von (α) und (β′) findet man:

$$b = 0.010, \quad q = 1.02, \quad I_0 = 0.976.$$

Weitere Elemente leiten sich wie folgt ab:

$$\lambda = \frac{1 - \frac{m_2}{I_0}}{1 - \frac{m_1}{I_0}} = \frac{1 - \frac{0.865}{0.976}}{1 - \frac{0.289}{0.976}} = 0.161,$$

$$\frac{m_2}{I_0 - m_1} > \varkappa^2 > \frac{I_0 - m_2}{m_1}, \qquad \text{also } 1.12 > \varkappa > 0.62.$$

In erster Annäherung setzt Dugan $\varkappa = 1$ und findet die Bahnelemente:

$$\varkappa = 1.000, \quad a = 3.673, \quad i = 85^0\,45', \quad q = 1.02, \quad \lambda = 0.161.$$

Diese Bahn wird nach der Methode der kleinsten Quadrate mittels der Differentialausdrücke für

$$\frac{dI}{d\varkappa}, \quad \frac{dI}{d\lambda}, \quad \frac{dI}{da}, \quad \frac{dI}{d(\cos^2 i)}$$

verbessert. Die Lösung ist dann:

$$\varkappa = 1.001, \quad a = 3.648, \quad i = 85^0\,38', \quad q = 1.02, \quad \lambda = 0.161.$$

Die Zeit vom Hauptminimum bis zum Nebenminimum ist 20 Minuten kürzer als der andere Teil der Periode. Schreibt man diesen Umstand der Exzentrizität als Ursache zu, so folgt:

$$4e\sin\omega = \frac{20^m}{P}\pi, \qquad e\sin\omega = 0.0128.$$

Da die Dauer von Haupt- und Nebenminimum ungefähr die gleiche ist, so setzt Dugan $\omega = 90^0$. Folglich ist

$$e = 0.0128.$$

Die mittlere Dichte des Systems beträgt 0.45 Sonnendichten, die Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Lichtkurven ist sehr befriedigend.

b) Reflexion und gegenseitige Erhitzung bekunden ihre Wirkung durch das periodische Glied $b(1 - \cos v)$, dem eine Änderung der Lichtintensität im Verhältnis 1.02 : 1 entspricht. Die Frage ist: Kann dies erklärt werden durch das von dem dunklen Körper in die Richtung zur Sonne reflektierte Licht?

Unter den Voraussetzungen, die wir oben S. 227 gemacht haben, findet man für das Verhältnis der von dem dunklen Körper in die Richtung des leuchtenden

Körpers zurückgeworfenen Lichtmenge I_R zur Lichtmenge I_1, die der leuchtende Stern in die Richtung der Sonne ausstrahlt:

$$\frac{I_R}{I_1} = \tfrac{2}{3}\mu(\gamma^2 + \tfrac{3}{4}\gamma^3), \qquad \gamma = \frac{1}{3.65}, \qquad \frac{I_R}{I_1} = 0.06\,\mu.$$

Das Gesamtlicht der beiden Sterne ist $1.16\,I_1$. Die Reflexion würde sonach eine Lichtschwankung im Verhältnis $1 : (1 + 0.052\,\mu)$ zur Folge haben. Eine Albedo $\mu = 0.38$ des dunklen Körpers könnte also das periodische Glied erklären[1]. Jedenfalls muß auch die gegenseitige Erhitzung durch Ausstrahlung von Einfluß auf die beobachtete Lichtänderung sein.

Eine neue Untersuchung und Berechnung der Elemente aus Dugans Beobachtungen hat nach Russells Methode Shapley in seiner Abhandlung „A Study of the Orbits of Eclipsing Variables" vorgenommen (*Contributions* Princeton Obs. Nr 3 [1915] 60).

055245 β *Aurigae* (Algoltypus).

78. Joel Stebbins: „A New bright Variable Star, β *Aurigae*" (*ApJ* 34 [1911] 112).

Die Veränderlichkeit dieses kurzperiodischen spektroskopischen Doppelsterns hat Stebbins mit dem Selenphotometer entdeckt. Die spektroskopischen Elemente sind (nach Baker):

$$P = 3^d.960027 + 0^d.000010\,(t - 1906), \qquad T = 1905 \text{ Sept. } 11.7324 \text{ M.Z.Gr.},$$
$$e = 0.00, \qquad (a_1 + a_2)\sin i = 11\,981\,000 \text{ km},$$
$$m_1 \sin^3 i = 2.21\,\odot, \qquad m_2 \sin^3 i = 2.17\,\odot.$$

Die Lichtkurve weist nach Stebbins zwei gleich tiefe Minima auf, welche die Periode halbieren. Die spektroskopischen Elemente stimmen vollkommen mit der Lichtephemeride überein:

$$\text{Min. I} = \text{J.T. } 2418966.907 + 3^d.960077\,E,$$
$$\text{Min. II} - \text{Min. I} = 1^d.980 = 47^h.52.$$

Min. I bezieht sich auf die Verfinsterung des Sterns, der die größere Masse hat. Das erste Minimum dauert $5^h.90$ und ist $0^M.078$ tief. Gegen sein Ende nimmt das Licht bis zum ersten Viertel der Periode um $0^M.011$ zu und fällt dann um den gleichen Betrag langsam ab bis zum zweiten Minimum. Die zweite Hälfte der Lichtkurve ist der ersten gleich.

a) Die Lichtschwankung zwischen den beiden Minima scheint auf eine ellipsoidische Form der Körper hinzuweisen. Da die zwei Körper spektroskopisch gleich sind und überdies die Massen sich verhalten wie 1 : 0.98 und die beiden Minima gleich tief sind, so ist die Annahme berechtigt, daß Durchmesser und Oberflächenintensität bei beiden Körpern die gleichen sind. Durch diese Voraussetzung wird die schwierige Aufgabe, aus einer Größenabnahme von kaum $0^M.08$ die Elemente zu bestimmen, sehr vereinfacht.

[1] Dugan kommt zum entgegengesetzten Ergebnis; seine Rechnung ist jedoch nicht ganz richtig.

b) Nach Flint ist die Parallaxe von β *Aurigae* $= 0''.000$, nach Tikhoff $= 0''.023$. Stebbins setzt $\pi < 0''.03$ und kommt zu folgenden Schlüssen:

1. β *Aurigae* (Harvard $2^M.07$, Potsdam $2^M.21$) ist ein Verdunklungsveränderlicher; die durch Verfinsterung verursachte Lichtänderung beträgt $0^M.076$ und wird infolge der ellipsoidischen Gestalt der beiden Körper noch um $0^M.011$ erhöht. Das gibt eine Gesamtänderung von $0^M.087$.

2. Die Epochen der Minima stimmen vollkommen mit Bakers spektroskopischen Elementen überein.

3. Die Hauptelemente des Systems sind:

nach der Lichtkurve:

Halbmesser der beiden Sterne · 1.00 (Einheit),
Abstand der Mittelpunkte · · · $a = 6.86 \pm 0.35$,
Elliptizität des Meridianschnittes $c = 0.01$,
Neigung der Bahnebene · · · · $i = 77^0.19 \pm 0^0.48$,
Lichtperiode · · · · · · · · · $P = 95^h.04$,
Dauer jeder Verfinsterung · · · $5^h.90$;

nach den Annahmen $\pi < 0''.03$, Sonne $= -26^M.6$, β *Aurigae* $= 2^M.07$, $(a_1 + a_2) \sin i = 11\,981\,000$ km:

Halbmesser jedes Sterns · · · · · $R = 2.58\,\odot$,
Masse des ersten Sterns · · · · · $m_1 = 2.38$,
Masse des Begleiters · · · · · · $m_2 = 2.34$,
Dichte jedes Sterns · · · · · · · $d = 0.14$,
Gesamtlicht jedes Sterns · · · · · $l > 80$,
Oberflächenhelligkeit beider Sterne $\sigma > 12$.

Aus den Parallaxenbestimmungen geht mit großer Wahrscheinlichkeit hervor, daß die Oberflächenhelligkeit beider Körper viel größer ist als die der Sonne.

Damit schließen wir die Bearbeitung der einzelnen Veränderlichen. Für weitere Rechnungen nach der Methode von Russell und Shapley werden die nun folgenden Tabellen gute Dienste leisten; bisher in Bd 35 und 36 des *ApJ* zerstreut, sind sie hier zum erstenmal zusammengestellt. Zu ihrem bequemeren Gebrauch versehen wir sie, nach dem Vorgehen der beiden Verfasser (*ApJ* 36, 406), mit einer Anweisung für den Rechner.

Tabellen.

Anweisung für den Rechner.

(Die eingeklammerten Nummern beziehen sich auf die Formeln des 16. Kapitels.)

Vorberechnung. Man verwandle die beobachteten Größen in Lichtintensitäten, mit dem größten Lichte als Einheit (Tab. A). Dann bestimme man die Minimumepoche und ziehe eine symmetrische Kurve, die sich der beobachteten am besten anschmiegt.

I. Konstantes Licht zwischen den Minima, Sterne kugelförmig.

a) Konstante Phase im kleinsten Lichte: $L_1 = \lambda_1$, $L_2 = 1 - \lambda_1$.

A. *U*-Hypothese. Man berechne l_1 nach (2) für tabulierte Werte von α, entnehme θ der Lichtkurve und $\sin\theta$ der Tabelle B, bestimme $\psi(k, \alpha)$ mit Hilfe von (13), dann k aus Tab. II und die übrigen Elemente aus (14) und Tab. IIa. Falls $\operatorname{cotg}^2 i$ negativ wird, benütze man Tab. IV (vgl S. 257). Die Lichtkurve berechne man für das Hauptminimum aus (13), (2) und Tab. II, für das Nebenminimum aus (3).

B. *D*-Hypothese. Statt Tab. II, IIa und IV gebrauche man Tab. IIx, IIax und IVx und berechne das Nebenminimum aus (28) und Tab. V.

b) Keine konstante Phase im kleinsten Lichte; Verfinsterung partiell (oder, in der *D*-Hypothese, vielleicht ringförmig); Kenntnis des Nebenminimums notwendig.

A. *U*-Hypothese. Mit Hilfe von (15) und der Lichtkurve findet man $\theta(n)$, dann C und D aus (18) und Tab. IIIa. Für angenommene Werte von α_0 berechne man k aus (6), $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ aus Tab. III und suche den Wert von α_0, der mit $\chi = C/D$ stimmt. Dann berechne man $\theta(0)$ aus (18), die Elemente aus (20) und Tab. I, L_2 aus (2).

B. *D*-Hypothese. Man bestimme $\theta(n)$ wie oben, dann $\chi(k, \alpha_0, \frac{3}{4})$, $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ und $\chi(k, \alpha_0, 0)$ aus (16). Für angenommene Werte von α_0' berechne man k aus (27) und Tab. V, α_0'' aus (28). Dann entnehme man die entsprechenden χ-Funktionen entweder der Tabelle IIIx, mit Argumenten k und α_0', falls $\lambda_p = \lambda_1$, oder der Tabelle IIIy, mit Argumenten k und α_0'', falls $\lambda_p = \lambda_2$, und suche die Werte von α_0 und k, die am besten zu den aus (16) berechneten χ-Werten passen. Die übrigen Elemente berechne man aus (20) und Tab. Ix, L_2 aus (25). Näheres betreffs der ringförmigen Verfinsterungen findet man S. 263 f.

II. Kein konstantes Licht zwischen den Minima, Sterne ellipsoidisch geformt.

Die Lichtkurve werde berichtigt 1. wegen der ellipsoidischen Form, nach (34); 2. wegen der gegenseitigen Bestrahlung, wenn notwendig [vgl. (43) S. 274]. Dann gehe man vor wie bei I, nur ersetze man (13), (16) und (20) durch (35), (36) und (38), und in (18) und (19) $\sin^2\theta(n)$ durch $\sin^2\theta(n)/\{1 - z\cos^2\theta(n)\}$.

III. Über die Behandlung exzentrischer Bahnen siehe S. 274, Nr 39, über mittlere Stufen der Randverdunklung S. 265, Nr 29.

Tabelle A.

$\Delta l = 1 - 2.514^{-\Delta m}$. — Verwandlung der Größenzunahme (Δm) in Lichtabnahme (Δl).

Δm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0092	0.0183	0.0273	0.0362	0.0450	0.0538	0.0624	0.0710	0.0795
1	0880	0964	1046	1128	1210	1290	1370	1449	1528	1605
2	1682	1759	1834	1909	1983	2057	2130	2202	2273	2344
3	2414	2484	2553	2621	2689	2756	2822	2888	2953	3018
4	3082	3145	3208	3270	3332	3393	3454	3514	3573	3632
0.5	0.3690	0.3748	0.3806	0.3862	0.3919	0.3974	0.4030	0.4084	0.4139	0.4192
6	4246	4298	4351	4402	4454	4505	4555	4605	4654	4703
7	4752	4800	4848	4895	4942	4988	5034	5080	5125	5169
8	5214	5258	5301	5344	5387	5429	5471	5513	5554	5594
9	5635	5675	5715	5754	5793	5831	5870	5907	5945	5982
1.0	0.6019	0.6055	0.6092	0.6127	0.6163	0.6198	0.6233	0.6267	0.6302	0.6336
1.1	6369	6403	6435	6468	6501	6533	6564	6596	6627	6658
1.2	6689	6719	6749	6779	6808	6838	6867	6895	6924	6952
1.3	6980	7008	7035	7062	7089	7116	7142	7169	7195	7220
1.4	7246	7271	7296	7321	7345	7370	7394	7418	7441	7465
1.5	0.7488	0.7511	0.7534	0.7557	0.7579	0.7601	0.7623	0.7645	0.7667	0.7688
1.6	7709	7730	7751	7772	7792	7812	7832	7852	7872	7891
1.7	7911	7930	7949	7968	7986	8005	8023	8041	8059	8077
1.8	8095	8112	8129	8146	8163	8180	8197	8214	8230	8246
1.9	8262	8278	8294	8310	8325	8340	8356	8371	8386	8400
2.0	0.8415	0.8430	0.8444	0.8458	0.8472	0.8486	0.8500	0.8514	0.8528	0.8541
2.1	8555	8568	8581	8594	8607	8620	8632	8645	8657	8670
2.2	8682	8694	8706	8718	8729	8741	8753	8764	8775	8787
2.3	8798	8809	8820	8831	8841	8852	8862	8873	8883	8893
2.4	8904	8914	8924	8933	8943	8953	8962	8972	8981	8991
2.5	0.9000	0.9009	0.9018	0.9027	0.9036	0.9045	0.9054	0.9062	0.9071	0.9080

Bei Werten von $\Delta m > 2.5$ ist $\Delta l = 0.9 + 0.1\,\Delta l'$ ($\Delta l'$ = Lichtabnahme bei $\Delta m - 2.5$).

Tabelle B.

$\theta - \sin\theta$

θ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0 6	0.7	0.8	0.9
0.00	0.0000	0.0002	0.0013	0.0045	0.0105	0.0206	0.0354	0.0558	0.0826	0.1167
01	0000	0002	0015	0049	0114	0218	0372	0582	0857	1205
02	0000	0003	0018	0055	0122	0231	0390	0607	0888	1243
03	0000	0004	0020	0060	0131	0244	0409	0632	0920	1283
04	0000	0005	0023	0066	0141	0258	0428	0658	0953	1324
0.05	0.0000	0.0006	0.0026	0.0071	0.0151	0.0273	0.0448	0.0684	0.0987	0.1365
06	0000	0007	0029	0078	0160	0288	0469	0711	1022	1407
07	0001	0008	0033	0084	0171	0304	0490	0739	1057	1450
08	0001	0010	0037	0091	0183	0320	0512	0767	1093	1494
09	0001	0011	0041	0098	0194	0337	0535	0796	1130	1539

Tabelle I (U).

Tabulierte Größe: $p(k, \alpha)$; $\rho = 1 + k\,p(k, \alpha)$.

α	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0
0.00	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000
01	0.919	0.921	0.922	0.924	0.925	0.927	0.929	0.930	0.932	0.934	0.935
02	868	871	873	876	879	881	884	887	890	892	895
05	755	759	764	769	774	779	785	790	795	800	805
10	610	618	624	631	638	645	653	661	670	678	687
0.15	+ 0.488	+ 0.496	+ 0.504	+ 0.513	+ 0.523	+ 0.533	+ 0.544	+ 0.554	+ 0.565	+ 0.576	+ 0.585
20	374	388	398	408	419	430	443	456	469	481	492
25	267	284	297	310	322	335	348	363	378	391	405
30	168	186	200	216	230	244	258	272	288	303	321
35	+ 075	094	110	127	143	160	175	190	207	222	239
0.40	— 0.015	+ 0.005	+ 0.024	+ 0.041	+ 0.059	+ 0.077	+ 0.094	+ 0.109	+ 0.126	+ 0.143	+ 0.159
45	106	— 081	— 061	— 042	— 023	— 004	013	028	045	062	079
50	194	166	145	124	103	084	— 067	— 051	— 034	— 017	— 000
55	280	250	226	204	184	165	148	131	113	096	079
60	364	332	306	284	263	244	226	209	192	175	159
0.65	— 0.447	— 0.413	— 0.386	— 0.363	— 0.343	— 0.323	— 0.305	— 0.288	— 0.271	— 0.255	— 0.239
70	528	492	465	441	420	401	383	367	350	336	321
75	607	571	544	520	498	481	463	448	432	419	405
80	686	649	622	600	580	563	546	532	517	504	492
85	765	728	701	680	663	648	633	620	607	596	585
0.90	— 0.843	— 0.807	— 0.783	— 0.764	— 0.749	— 0.736	— 0.725	— 0.715	— 0.705	— 0.696	— 0.687
95	922	890	872	858	847	838	830	823	817	811	805
98	967	945	935	928	922	915	910	905	900	896	892
99	983	967	960	955	951	948	945	942	939	937	934
1.00	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000

Tabelle Ix (D).

Tabulierte Größe: $p(k, \alpha')$; $\rho = 1 + k\,p(k, \alpha')$. — Kleinere Komponente verfinstert.

α'	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2
0.00	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000
02	0.796	0.800	0.804	0.808	0.812	0.816	0.820	0.823	0.827
05	685	689	694	698	703	708	712	717	721
10	543	550	558	564	569	576	583	591	599
0.15	+ 0.428	+ 0.437	+ 0.447	+ 0.455	+ 0.462	+ 0.471	+ 0.480	+ 0.492	+ 0.503
20	328	338	349	359	369	379	389	402	415
25	240	251	263	273	283	295	306	320	334
30	158	169	181	192	203	216	229	244	259
0.35	+ 0.080	+ 0.091	+ 0.104	+ 0.116	+ 0.128	+ 0.142	+ 0.156	+ 0.172	+ 0.187
40	004	017	032	045	057	072	085	101	117
45	— 0.070	— 0.055	— 0.039	— 0.025	— 0.011	003	018	033	049
50	143	126	108	093	078	— 0.064	— 0.049	— 0.034	— 0.018
0.55	— 0.214	— 0.196	— 0.176	— 0.161	— 0.145	— 0.130	— 0.115	— 0.100	— 0.084
60	284	265	245	229	213	197	182	167	151
65	353	334	314	298	282	265	249	235	219
70	424	403	383	367	351	334	318	304	290
0.75	— 0 495	— 0.475	— 0.454	— 0.438	— 0.423	— 0.406	— 0.390	— 0.377	— 0.365
80	570	549	528	513	498	482	467	454	443
85	650	628	607	592	578	563	549	538	528
90	737	716	697	682	668	656	644	635	626
0.95	— 0.837	— 0.818	— 0.800	— 0.784	— 0.770	— 0.761	— 0 753	— 0.747	— 0.741
98	910	889	876	865	855	850	846	840	836
99	945	930	917	907	898	894	892	888	885
1.00	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000	— 1.000

Tabelle Iy (D).

Tabulierte Größe: $p\,(k,\,\alpha'')$; $\varrho = 1 + k\,p\,(k,\,\alpha'')$. — Größere Komponente verfinstert.

α''	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
0.00	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000	+ 1.000
0.02	0.796	0.786	0.778	0.772	0.768	0.765	0.762
0.05	0.685	0.660	0.644	0.635	0.628	0.624	0.620
0.10	0.543	0.511	0.495	0.485	0.479	0.473	0.468
0.15	+ 0.428	+ 0.390	+ 0.370	+ 0.357	+ 0.350	+ 0.344	+ 0.338
0.20	0.328	0.287	0.263	0.250	0.240	0.232	0.226
0.25	0.240	0.195	0.168	0.150	0.142	0.134	0.127
0.30	0.158	0.109	0.079	0.060	0.049	0.042	0.036
0.35	+ 0.080	+ 0.029	— 0.003	— 0.024	— 0.036	— 0.043	— 0.048
0.40	0.004	— 0.048	0.083	0.104	0.117	0.124	0.129
0.50	— 0.143	0.200	0.237	0.257	0.272	0.280	0.285
0.60	0.284	0.341	0.379	0.401	0.413	0.421	0.427
0.70	— 0.424	— 0.482	— 0.521	— 0.542	— 0.553	— 0.561	— 0.567
0.80	0.570	0.627	0.663	0.682	0.693	0.700	0.706
0.85	0.650	0.704	0.736	0.754	0.763	0.770	0.776
0.90	0.737	0.787	0.814	0.828	0.835	0.842	0.847
0.95	— 0.837	— 0.880	— 0.899	— 0.907	— 0.913	— 0.918	— 0.922
0.98	0.910	0.943	0.955	0.959	0.962	0.964	0.967
1.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$1 + 0.2\,\xi$	— 1.000	— 1.014	— 1.030	— 1.047	— 1.070	— 1.100	— 1.145
$1 + 0.4\,\xi$	1.000	1.030	1.062	1.099	1.147	1.216	1.312
$1 + 0.6\,\xi$	1.000	1.048	1.100	1.163	1.241	1.355	1.516
$1 + 0.8\,\xi$	1.000	1.069	1.146	1.246	1.361	1.533	1.780
$1 + \xi$	— 1.000	— 1.111	— 1.250	— 1.429	— 1.667	— 2.000	— 2.500
ξ	0.000	0.015	0.047	0.084	0.143	0.220	0.322

Tabelle II (*U*).

$\psi\,(k,\,\alpha_n)$. — Totale Verfinsterung.

a_n	$k = 1.00$	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.00
0.00	+ 9.464	+ 7.478	+ 6.200	+ 5.279	+ 4.556	+ 3.984	+ 3.503	+ 3.104	+ 2.755	+ 2.454	+ 2.199
02	8.095	6.457	5.373	4.606	4.000	3.504	3.106	2.768	2.478	2.216	2.000
05	7.042	5.616	4.704	4.047	3.534	3.118	2.777	2.488	2.241	2.017	1.829
10	5.759	4.625	3.895	3.364	2.960	2.627	2.358	2.131	1.934	1.754	1.603
0.15	+ 4.755	+ 3.839	+ 3.248	+ 2.826	+ 2.504	+ 2.240	+ 2.024	+ 1.841	+ 1.682	+ 1.537	+ 1.412
20	3.906	3.184	2.712	2.374	2.110	1.898	1.726	1.581	1.453	1.336	1.235
25	3.158	2.600	2.232	1.969	1.760	1.591	1.453	1.344	1.242	1.146	1.070
30	2.522	2.088	1.803	1.603	1.443	1.314	1.205	1.115	1.039	0.968	0.911
0.35	+ 1.979	+ 1.641	+ 1.425	+ 1.276	+ 1.157	+ 1.061	+ 0.982	+ 0.911	+ 0.854	+ 0.797	+ 0.756
40	1.490	1.245	1.087	0.978	0.894	0.825	0.770	0.721	0.675	0.633	0.604
45	1.040	0.881	0.777	0.705	0.649	0.603	0.566	0.530	0.501	0.473	0.453
50	0.648	0.555	0.491	0.451	0.418	0.392	0.370	0.348	0.331	0.314	0.302
0.55	+ 0.300	+ 0.258	+ 0.233	+ 0.271	+ 0.202	+ 0.191	+ 0.181	+ 0.171	+ 0.164	+ 0.156	+ 0.151
60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
65	— 0.258	— 0.231	— 0.214	— 0.202	— 0.191	— 0.181	— 0.174	— 0.167	— 0.160	— 0.156	— 0.152
70	0.480	0.435	0.408	0.387	0.369	0.354	0.344	0.331	0.320	0.314	0.306
0.75	— 0.660	— 0.613	— 0.584	— 0.558	— 0.539	— 0.522	— 0.508	— 0.494	— 0.483	— 0.475	— 0.465
80	0.805	0.765	0.738	0.717	0.700	0.684	0.670	0.659	0.647	0.639	0.632
85	0.922	0.893	0.877	0.863	0.854	0.843	0.833	0.825	0.818	0 812	0.808
90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	— 1.045	— 1.085	— 1.112	— 1.134	— 1.152	— 1.166	— 1.179	— 1.190	— 1.203	— 1.214	— 1.226
98	1.0625	1.126	1.176	1.220	1.256	1.284	1.308	1.329	1.350	1.369	1.391
99	1.0643	1.139	1.199	1.250	1.293	1.328	1.362	1.390	1.419	1.444	1.471
1.00	— 1.0650	— 1.155	— 1.231	— 1.297	— 1.354	— 1.402	— 1.445	— 1.484	— 1.525	— 1.556	— 1.596

Tabelle II*a* (*U*) und Tabelle II*ax* (*D*).

$\varphi_1(k)$, $\varphi_2(k)$ $\varphi_1'(k)$, $\varphi_2'(k)$

Totale Verfinsterung.

$k =$	1.00	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50
$\varphi_1(k)$	0.380	0.401	0.417	0.427	0.431	0.431	0.427	0.419	0.406	0.390	0.371
$\varphi_2(k)$	939	894	848	802	755	709	663	617	572	527	482
$\varphi_1'(k)$	0.444	0.451	0.454	0.454	0.451	0.444	0.433	0.420	0.403	0.383	0.361
$\varphi_2'(k)$	865	824	782	740	698	656	614	572	530	488	445
$k =$	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.00
$\varphi_1(k)$	0.371	0.349	0.323	0.294	0.262	0.226	0.187	0.145	0.100	0.052	0.000
$\varphi_2(k)$	482	436	390	345	298	250	202	153	103	052	000
$\varphi_1'(k)$	0.361	0.336	0.308	0.278	0.246	0.212	0.176	. . .	. . .	. . .	. . .
$\varphi_2'(k)$	445	402	359	317	274	230	186	. . .	. . .	. . .	. . .

Tabelle II x (D).

$\psi(k, \alpha_n')$. — Kleinere Komponente verfinstert.

α_n'	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2
0.00	+ 7.865	+ 6.676	+ 5.752	+ 5.050	+ 4.476	+ 3.979	+ 3.571	+ 3.189	+ 2.853
02	6.115	5.238	4.558	4.042	3.618	3.240	2.928	2.642	2.383
05	5.248	4.509	3.936	3.483	3.135	2.828	2.566	2 322	2.104
10	4.215	3.649	3.206	2.875	2.583	2.344	2.142	1.958	1.789
0.15	+ 3.440	+ 3.000	+ 2.651	+ 2.394	+ 2.170	+ 1.983	+ 1.820	+ 1.674	+ 1.546
20	2.825	2.473	2.196	1.993	1.821	1.669	1.542	1.430	1.328
25	2.314	2.034	1.810	1.649	1.513	1.395	1.298	1.210	1.130
30	1.869	1.649	1.473	1.347	1.238	1.149	1.076	1.011	0.946
0.35	+ 1.475	+ 1.306	+ 1.173	+ 1.078	+ 0.994	+ 0.927	+ 0.871	+ 0.822	+ 0.772
40	1.115	0 994	0.901	0.831	0.770	0.721	0.679	0 644	0.609
45	0.794	0.711	0.651	0.603	0.563	0.528	0.500	0.475	0 452
50	0.504	0.453	0.418	0.391	0.368	0.346	0.329	0.314	0.300
0.55	+ 0.240	+ 0.217	+ 0.201	+ 0.190	+ 0.181	+ 0.170	+ 0.163	+ 0.156	+ 0.149
60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
65	— 0.217	— 0.199	— 0.188	— 0.180	— 0.173	— 0.165	— 0.159	— 0.154	— 0.150
70	0.411	0.385	0.365	0.352	0.340	0.328	0.318	0.309	0 302
0.75	— 0.585	— 0.556	— 0.534	— 0.518	— 0.505	— 0.490	— 0.478	— 0.468	— 0.460
80	0.740	0.714	0.695	0.680	0.667	0.654	0.643	0.634	0.628
85	0.879	0.861	0.850	0.840	0.832	0.823	0.815	0.810	0.807
90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	— 1.097	— 1.125	— 1.147	— 1.161	— 1.173	— 1.188	— 1.203	— 1.216	— 1.227
98	1.138	1.191	1.237	1.272	1.305	1.336	1.369	1.388	1.419
99	1.149	1.220	1.276	1.323	1.362	1.403	1.477	1.474	1.501
1.00	— 1.156	— 1.257	— 1.347	— 1.424	— 1.495	— 1 559	— 1.617	— 1.669	— 1.715

Tabelle IIy (D).

$\psi(k, \alpha_n'')$. — Größere Komponente verfinstert.

α_n''	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
0.00	+ 7.865	+ 7.920	+ 7.570	+ 6.961	+ 6.333	+ 5.648	+ 5.082
02	6.115	6.161	5.900	5.445	4.979	4.472	4.027
05	5.248	5.213	4.977	4.605	4.224	3.813	3.474
10	4.215	4.181	4.021	3.747	3.472	3.152	2.876
0.15	+ 3.440	+ 3.403	+ 3.278	+ 3.073	+ 2.860	+ 2.606	+ 2.410
20	2.825	2.790	2.692	2.530	2.360	2.160	2.003
25	2.307	2.280	2.194	2.065	1.945	1.791	1.665
30	1.858	1.835	1.772	1.668	1.574	1.455	1.369
0.35	+ 1.474	+ 1.448	+ 1.400	+ 1.320	+ 1.247	+ 1.160	+ 1.098
40	1.115	1.099	1.061	1.007	0.953	0.891	0.849
45	0.794	0.777	0.750	0.714	0.676	0.636	0.608
50	0.504	0.484	0.470	0.454	0.432	0.404	0.388
0.55	+ 0.240	+ 0.231	+ 0.227	+ 0.217	+ 0.209	+ 0.196	+ 0.188
60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
65	— 0.217	— 0.211	— 0.206	— 0.200	— 0.194	— 0.187	— 0.182
70	0.411	0.406	0.397	0.388	0.376	0.367	0.358
0.75	— 0.585	— 0.580	— 0.572	— 0.556	— 0.546	— 0.535	— 0.526
80	0.740	0.735	0.723	0.715	0.706	0.697	0.689
85	0.879	0.876	0.872	0.863	0.856	0.850	0.847
90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.95	— 1.097	— 1.106	— 1.118	— 1.128	— 1.141	— 1.148	— 1.154
98	1.138	1.158	1.181	1.202	1.223	1.232	1.234
1.00	— 1.156	1.190	1.224	1.255	1.284	1.296	1.308
$1 + 0.2\,\xi$	. . .	— 1.196	— 1.249	— 1.309	— 1.383	— 1.460	— 1.570
$1 + 0.4\,\xi$	. . .	1.201	1.273	1.362	1.483	1.630	1.845
$1 + 0.6\,\xi$	. . .	1.207	1.295	1.416	1.583	1.804	2.126
$1 + 0.8\,\xi$	. . .	1.211	1.316	1.470	1.683	1.976	2.414
$1 + \xi$	. . .	— 1.215	— 1.335	— 1.519	— 1.790	— 2.164	— 2.746

Tabelle III (U).

$\chi\,(k,\ \alpha_0,\ \frac{1}{4})$. — Partielle Verfinsterung.

α_0	$k = 1.00$	0.95	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.00
1.00	2.462	2.316	2.194	2.010	1.870	1.756	1.667	1.596	1.541	1.491	1.441	1.407
0.98	2.402	2.270	2.168	2.005	1 872	1.770	1.690	1.628	1.572	1.522	1.479	1.437
95	2.328	2.208	2.121	1.985	1.872	1.779	1.703	1.638	1.586	1.540	1.499	1.460
90	2.218	2.135	2.062	1.950	1.860	1 778	1.708	1.650	1.605	1.560	1.522	1.485
85	2.127	2.067	2.010	1.919	1.840	1.771	1.710	1.660	1.618	1.577	1.540	1.501
0.80	2.054	2.010	1.968	1.890	1.823	1.763	1.711	1.665	1.626	1.589	1.552	1.510
70	1.956	1.926	1.896	1.842	1.792	1.749	1.711	1.675	1.640	1.606	1.570	1.532
60	1.887	1.860	1.838	1.799	1.764	1.734	1.707	1.677	1.648	1.620	1.586	1.551
50	1.828	1.805	1.789	1.762	1.740	1.719	1.699	1.675	1.650	1.626	1.597	1.568
40	1.772	1.761	1.751	1.732	1.717	1.700	1.685	1.669	1.650	1.629	1.607	1.584
0.30	1.727	1.722	1.717	1.709	1.700	1.688	1.674	1.661	1.646	1.635	1.615	1.598
20	1.693	1.692	1.690	1.687	1.682	1.675	1.665	1.655	1.642	1.635	1.623	1.608
10	1.673	1.672	1.670	1.666	1.660	1.655	1.650	1.646	1.639	1.633	1.626	1.616
0.00	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630

Tabelle III*a* (*U*).

$\omega_1(n)$, $\omega_2(n)$

Partielle Verfinsterung.

n	$\omega_1(n)$	$\omega_2(n)$	n	$\omega_1(n)$	$\omega_2(n)$	n	$\omega_1(n)$	$\omega_2(n)$
0.00	— 3.94	+ 4.10	0.45	+ 0.899	+ 0.133	0.80	+ 0.846	— 0.285
10	1.45	2.21	50	1.000	0.000	85	0.693	0.250
20	0.399	1.330	55	1.065	— 0.107	90	0.503	0.191
25	0.000	1.000	60	1.095	0.190	95	0.273	0.108
30	+ 0.316	0.720	65	1.090	0.249	98	0.114	0.047
35	0.567	0.488	70	1.046	0.285	99	0.058	0.024
40	0.758	0.295	75	0.967	0.297	1.00	0.000	0.000

Tabelle III x (D).

Kleinere Komponente verfinstert. — Totale Verfinsterung.

$\chi\,(k,\ \alpha_0',\ \frac{3}{4})$

k	$\alpha_0' = 1\,0$	0.98	0 95	0.9	0.8	0.6	0.4	0 2	0.0
1.00	0.344	0.358	0.370	0.381	0.399	0.427	0.438	0.448	0.457
0.90	0.410	0.406	0.408	0.410	0 418	0.434	0.442	0.450	0.457
80	0.460	0.443	0.439	0.435	0.435	0.441	0.446	0.452	0.457
70	0.499	0.470	0.461	0.455	0.450	0.448	0.450	0.454	0.457
60	0 531	0.495	0.483	0.474	0.464	0.455	0.453	0.455	0.457
50	0.560	0.522	0.504	0.492	0.476	0.460	0.456	0.457	0.457
40	0.585	0.544	0.524	0.508	0.486	0.465	0.459	0.458	0.457
	$\chi\,(k,\ \alpha_0',\ \frac{1}{4})$								
1.00	2.086	2.065	2.026	1.977	1.922	1.854	1.814	1.768	1.707
0.90	1.923	1.926	1.912	1.891	1.866	1.824	1.794	1.759	1.707
80	1.789	1.818	1.822	1.819	1.814	1.800	1.778	1.750	1.707
70	1.694	1.736	1.749	1.759	1.767	1.777	1.759	1.739	1.707
60	1.615	1.665	1.689	1.705	1.732	1.753	1.740	1.727	1.707
50	1.550	1.609	1.632	1.652	1.690	1.726	1.720	1.715	1.707
40	1.498	1.558	1.578	1.610	1 653	1.691	1.699	1.703	1.707
	$\chi\,(k,\ \alpha_0',\ 0)$								
1.00	5.44	5.30	5.16	4.95	4.64	4.24	3.94	3.64	3.41
0.90	4.64	4.61	4.58	4.48	4.32	4.06	3.84	3.60	3.41
80	4.02	4.12	4.12	4.09	4.04	3.91	3.75	3.55	3.41
70	3.58	3.72	3.76	3.77	3.80	3.75	3.63	3.50	3.41
60	3.20	3.38	3.46	3.50	3.58	3.60	3.52	3.46	3.41
50	2.90	3.10	3.19	3.26	3.37	3.46	3.44	3.42	3.41
40	2.66	2.82	2.94	3.05	3.19	3.32	3.35	3.38	3.41

Tabelle IIIy (D).

Größere Komponente verfinstert. — Ringförmige Verfinsterung.

$\chi\,(k,\ \alpha_0'',\ \frac{3}{4})$

k	$\alpha_0'' = 1 + \xi$	1.0	0.95	0.9	0.8	0.6	0.4	0.2	0.0
1.00	0.344	0.344	0.370	0.381	0.399	0.427	0.438	0.448	0.457
0.90	0.361	0.365	0.378	0.386	0.401	0.422	0.434	0.446	0.457
0.80	0.388	0.385	0.390	0.396	0.405	0.423	0.435	0.446	0.457
0.70	0.430	0.409	0.407	0.411	0.415	0.425	0.437	0.447	0.457
0.60	0.477	0.430	0.428	0.426	0.427	0.430	0.441	0.448	0.457
0.50	0.526	0.448	0.445	0.442	0.440	0.435	0.444	0.450	0.457
0.40	0.579	0.462	0.457	0.454	0.448	0.444	0.446	0.452	0.457
	$\chi\,(k,\ \alpha_0'',\ \frac{1}{4})$								
1.00	2.086	2.086	2.026	1.977	1.922	1.854	1.814	1.768	1.707
0.90	2.086	2.073	2.026	1.983	1.925	1.855	1.814	1.768	1.707
0.80	2.038	2.021	1.991	1.964	1.915	1.850	1.808	1.765	1.707
0.70	1.923	1.941	1.936	1.924	1.883	1.840	1.800	1.760	1.707
0.60	1.812	1.877	1.883	1.874	1.843	1.815	1.787	1.751	1.707
0.50	1.685	1.814	1.820	1.814	1.801	1.788	1.770	1.743	1.707
0.40	1.566	1.760	1.767	1.762	1.760	1.756	1.748	1.732	1.707
	$\chi\,(k,\ \alpha_0'',\ 0)$								
1.00	5.44	5.44	5.16	4.95	4.64	4.24	3.94	3.64	3.41
0.90	5.50	5.44	5.22	5.02	4.71	4.31	4.03	3.70	3.41
0.80	5.29	5.19	5.04	4.90	4.65	4.27	3.99	3.69	3.41
0.70	4.77	4.82	4.74	4.64	4.46	4.17	3.92	3.66	3.41
0.60	4.25	4.44	4.41	4.35	4.24	4.01	3.83	3.60	3.41
0.50	3.68	4.08	4.09	4.06	4.00	3.88	3.74	3.55	3.41
0.40	3.11	3.77	3.79	3.78	3.75	3.71	3.65	3.51	3.41

Tabelle IV (*U*).

$\Phi(k, \alpha_n)$. — Zentrale Verfinsterung.

α_n	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2
0.00	9.887	7.345	5.683	4.500	3.608	2.920	2.368	1.925	1.556
10	6.407	4.922	3.940	3.233	2.695	2.266	1.919	1.627	1.391
20	4.668	3.700	3.047	2.572	2.209	1.914	1.673	1.472	1.294
30	3.368	2.761	2.363	2.062	1.826	1.635	1.470	1.332	1.210
40	2.399	2.056	1.822	1.648	1.522	1.398	1.300	1.215	1.136
50	1.609	1.471	1.371	1.299	1.239	1.189	1.144	1.104	1.067
60	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
70	0.549	0.631	0.692	0.744	0.789	0.829	0.870	0.901	0.935
80	0.244	0.351	0.443	0.525	0.599	0.670	0.738	0.804	0.869
90	0.061	0.152	0.245	0.337	0.428	0.518	0.610	0.702	0.798
95	0.019	0.080	0.151	0.248	0.341	0.438	0 540	0.645	0.751
98	0.002	0.045	0.112	0.191	0.281	0.381	0.490	0.604	0.727
1.00	0.000	0.020	0.070	0.140	0.225	0.324	0.436	0.558	0.692

Tabelle IV*x* (*D*).

$\Phi(k, \alpha_n')$. — Zentrale Verfinsterung.

α_n'	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0 3	0.2
0.00	7.805	6.220	5.015	4.100	3.373	2.770	2.281	1.874	1.530
10	4.648	3.856	3.238	2.763	2.369	2.044	1.769	1.536	1.333
20	3.446	2.917	2.532	2.223	1.966	1.742	1.554	1.392	1.247
30	2.617	2.290	2.028	1.826	1.656	1.512	1.386	1.277	1.176
40	1.965	1.778	1.629	1.510	1.408	1.321	1.244	1.177	1.113
50	1.435	1.354	1.292	1.240	1.195	1.154	1.118	1.086	1.056
60	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
70	0.644	0.698	0.746	0.784	0.820	0.854	0.886	0.915	0.944
80	0.360	0.442	0.515	0.583	0.646	0.709	0.769	0.826	0.883
90	0.135	0.218	0.302	0.386	0.470	0.555	0.641	0.726	0.814
95	0.051	0.120	0.200	0.287	0.378	0.471	0.568	0.667	0.772
98	0.016	0.069	0.137	0.219	0.309	0.406	0.509	0.620	0.736
1.00	0.000	0.017	0.061	0.127	0.209	0.307	0.419	0.544	0.681

Tabelle C.

Übergang von *U*- zu *D*-Elementen und umgekehrt.

k_d	k_u	α	β	γ'	δ	α_u''	α_d''	α_d'''
1.0	0.850	1.019	0.865	0.180	— 0.020	0.722	1.000	1.000
0.9	0.735	1.027	0.840	0.254	— 0.010	0.541	0.917	0.904
0.8	0.630	1.040	0.821	0.314	0.000	0.397	0.784	0.750
0.7	0.525	1.065	0.798	0.366	0.000	0.276	0.636	0.581
0.6	0.420	1.107	0.775	0.431	0.000	0.176	0.488	0.427
0.5	0.310	1.168	0.724	0.528	+ 0.010	0.096	0.350	0.289
0.4	0.200	1.283	0.642	0.650	+ 0.020	0.040	0.229	0.175

Tabelle V (*D*).

$Q(k, \alpha_0)$. — Partielle Verfinsterung.

α_0	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
0.00	1.000	0.769	0.573	0.410	0.279	0.177	0.102
10	1.000	777	585	426	292	188	108
20	1.000	786	596	438	302	195	113
30	1.000	796	605	446	310	200	116
40	1.000	805	614	453	316	205	119
50	1.000	814	624	461	321	210	123
60	1.000	823	634	470	328	215	126
70	1.000	832	646	483	339	222	131
80	1.000	844	661	499	352	232	137
90	1.000	861	685	522	371	247	147
95	1.000	872	704	538	384	256	153
98	1.000	880	717	553	398	267	160
99	1.000	890	728	563	405	273	164
1.00	1.000	904	750	587	427	289	175
$1 + \xi$	1.000	917	784	636	488	351	230

Tabelle VI.

$X(k, \alpha)$

α	$k = 1.0$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
0.10	— 0.256	— 0.261	— 0.266	— 0.270	— 0.276	— 0.282	— 0.286
20	117	125	131	137	142	146	151
30	— 0.020	— 0.033	— 0.042	— 0.049	056	062	068
40	+ 0.035	+ 0.022	+ 0.013	+ 0.005	— 0.002	— 0.008	— 0.015
50	072	060	052	044	+ 0.038	+ 0.032	+ 0.027
60	097	083	073	067	062	058	055
70	103	090	082	074	069	066	064
80	088	079	073	067	064	062	060
90	058	051	047	045	044	043	042
95	035	030	028	027	026	026	025
98	+ 0.016	+ 0.015	+ 0.014	+ 0.014	+ 0.014	+ 0.013	+ 0.013
1.00	0.000	0.000	0 000	0.000	0.000	0.000	0.000
	$Y(k, \alpha)$						
0.10	— 0.256	— 0.297	— 0.341	— 0.386	— 0.435	— 0.490	— 0.552
20	117	154	191	228	277	332	399
30	— 0.020	— 0.051	093	138	190	251	322
40	+ 0.035	+ 0.019	— 0.020	068	126	194	268
50	072	067	+ 0.033	— 0.011	071	139	209
60	097	105	075	+ 0.031	— 0.024	086	160
70	103	127	108	075	+ 0.025	— 0.036	111
80	088	137	134	111	066	+ 0.010	064
90	058	130	150	140	107	057	— 0.010
95	035	122	156	160	133	087	+ 0.022
98	+ 0.016	117	161	176	156	114	050
1.00	0.000	+ 0.116	+ 0.172	+ 0.198	+ 0.186	152	+ 0.093
(zentral-ringförmig)	0.000	+ 0.145	+ 0.225	+ 0 298	+ 0.356	404	+ 0.437

Nachträge und Berichtigungen.

(Abkürzung *BAN* = Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands.)

S. 28 Z. 6 v. u.: Auch A. Véronnet (*CR* 172 [1921] 668) ist der Ansicht, daß ein Neuer Stern durch den Zusammensturz eines engen Doppelsystems entsteht: „Une masse, un peu plus grosse que Jupiter, s'agglomérant au Soleil, aurait suffi autrefois pour en faire une belle étoile nouvelle et expliquer toute sa rotation actuelle."

S. 39 Fig. 4a und 4b lies V statt γ.

S. 43 Z. 6 v. u.: In seiner Untersuchung „Monochromatic Photographs and Photometric Measures of the Dumb-Bell Nebula (N.G.C. 6853)": *MN* 80 (1919) 200, macht J. H. Reynolds auf die große Ähnlichkeit des Spektrums des Hantel-Nebels mit dem der *Nova Aquilae 1918* aufmerksam. Der Hantel-Nebel hat alle Merkmale eines planetarischen Nebels: ein Gas-Emissionsspektrum, eine elliptische Begrenzung, einen sternförmigen Kern. Sein Spektrum beschränkt sich visuell auf die Nebellinie $\lambda 5007$, photographisch auf $\lambda 3727$. Nun hatte A. L. Cortie (The Spectrum of *Nova Aquilae*, 1919 July, August: *MN* 80 [1919] 205) festgestellt, daß auch das Licht der *Nova Aquilae* im Juli und August 1919 sich visuell fast ausschließlich auf die Linie $\lambda 5007$ bezog; die Nova selbst sah aus wie ein heller sternförmiger Kern, umgeben von einer kreisförmigen Lichtscheibe. Ihre Farbe war grünlich. Anderseits gibt es noch mehrere Beispiele planetarischer Nebel, deren visuelles Bild von derselben Lichtgattung ist. Reynolds meint deshalb, die planetarischen Nebel seien vermutlich spätere, bleibende Formen der Novae. Die Nebel brauchten aber nicht vorher anwesend zu sein, vielmehr deute die starke Linienverschiebung darauf hin, daß Wasserstoff und Nebulium von dem Stern selbst ausgestoßen werden; die kugelförmigen Schalen um den Kern herum seien das Ergebnis einzelner Ejektionsstöße. Nach Arrhenius sollen die Gasnebel durch die von den Sternen ausgestrahlten negativen Elektronen leuchten. Der zentrale Kern wäre also die Strahlungsquelle, und der Nebel bliebe sichtbar, solange der Stern selbst leuchtet.

Mit der Annahme, daß ein Neuer Stern in einer gewissen Phase von einer Nebelhülle umgeben ist, stehen Wilsings und Nordmanns Bestimmungen der effektiven Temperatur der Novae im Einklang. Wilsing (*AN* 208 [1919] 191) hat zwischen dem 10. Juni und 4 Juli 1918 die Temperatur der *Nova Aquilae* aus der Energieverteilung im kontinuierlichen Spektrum abgeleitet; am Anfang und am Ende der Beobachtungsreihe war sie, den Sternen vom *B*-Typus entsprechend, 9000^0 bzw. 11000^0, obwohl die Helligkeitsabnahme im Juni etwa drei Größenklassen betrug. Nordmann (*CR* 171 [1920] 494) fand aus Beobachtungen mit seinem heterochromen Photometer, daß die effektive Temperatur der *Nova Cygni* von 6100^0 am Abend des 27. August 1920 bis 7800^0 am nächsten Morgen gestiegen war, und doch nahm die Gesamthelligkeit

des Sterns zwischen dem 27. und 29. August um mehr als eine halbe Größe ab. Vielleicht, sagt Nordmann, könnte man dieses anormale Verhalten erklären „en admettant . . . que l'évolution de la Nova l'entoure d'une masse atmosphérique croissante, c'est-à-dire de plus en plus absorbante".

Zu den erwähnten Tatsachen passen auch die Betrachtungen Hagens über das Wesen einer Nova (The Definition of a Nova: *ApJ* 54 [1921] 229). Hagen geht von Seeligers Theorie aus, daß die Neuen Sterne durch das Zusammentreffen von Sternen und kosmischen Nebeln entstehen, nimmt aber dabei noch besonders an, daß die Nebel kometarisch sind, d. h. beim Herannahen des Sterns leuchtend werden. Das Zusammentreffen, sagt Hagen, kann auf vier Weisen stattfinden: 1. Ein Vorübergang ohne Berührung könnte eine Nova mit relativ geringer Lichtschwankung hervorbringen (Typus *T Bootis*?). 2. Hält der Nebel den Stern gefangen, aber so, daß er bei dessen Umlauf wiederholt gestreift wird, so könnte ein unregelmäßiger Veränderlicher wie *T Pyxidis* entstehen. 3. Ein Durchgang durch den Nebel in einer hyperbolischen Bahn könnte das Entstehen einer Nova vom gewöhnlichen Typus (*T Aurigae*) und eines Sterns mit einer Nebelhülle, eines *O*-Sterns, veranlassen. 4. Wird der Stern durch den Nebel in eine elliptische Bahn gezwungen, so wäre ein Blinkstern oder ein planetarischer Nebel das Ergebnis. Nach dieser Theorie wäre der Unterschied zwischen *O*-Sternen und planetarischen Nebeln ein bloß quantitativer: der *O*-Stern reißt einen Teil des Nebels mit sich, der planetarische Nebel ist der ganze Nebel, der den Stern umhüllt. Am Schluß kommt Hagen zu folgender Definition eines Neuen Sterns: A Nova is a cometary nebula brought temporarily into close proximity or contact with a bright star (vgl. Spec. Vat *Miscellanea* II 139).

S. 130 Z. 11: In den *AN* 212 (1920) Nr 5087 hat Ludendorff die Verschiebung der Emissionslinien gegen die Absorptionslinien bei den *Mira*-Sternen untersucht und eine enge Beziehung zwischen dieser Verschiebung und der Periode gefunden. Er setzt versuchsweise

$$\Delta = +\,0.08\,(P - 100).$$

Darin bedeutet Δ die Verschiebung dunkle minus helle Linien, in Kilometern ausgedrückt, P die Periode in Tagen.

Eine neue Untersuchung über die Radialgeschwindigkeiten der *Md*-Sterne, von W. Heiskanen und H. Ludendorff, findet sich in den *AN* 213 (1921) Nr 5107. Vordem war es Merrill nur gelungen, für die Mehrzahl der von ihm untersuchten 43 *Md*-Sterne, nämlich für 30, die Emissionslinien zu photographieren, während das Absorptionsspektrum zu schwach war. Nun haben Heiskanen und Ludendorff für diese Sterne auch die den Absorptionslinien entsprechende Eigenbewegung (nach Abzug der Sonnenapexbewegung) mittels der obigen Formel abgeleitet. Das Resultat war (im Gegensatz zu dem Merrillschen), daß die Radialgeschwindigkeiten keine Strombewegung der *Mira*-Sterne nach dem Antiapex der Sonne hin ergeben, und daß die Abhängigkeit der Radialgeschwindigkeit von der scheinbaren Maximalhelligkeit nur noch schwach angedeutet ist. Auch nimmt die durchschnittliche Radialgeschwindigkeit mit wachsender Periode ab [annähernd $|\rho| = 0.17\,(500 - P)$].

Bei der Ableitung dieser Eigenbewegung wurde vorausgesetzt, daß die dunklen Linien, nicht die hellen, die wahre E.B. geben. Eine Bestätigung dieser Voraussetzung lieferten die spektroskopischen Beobachtungen des veränderlichen Doppelsterns *X Ophiuchi* von Merrill (*ApJ* 57 [1923] 251). Dieser Stern (Periode 337 Tage, Klasse *M* 6 *e*) ist das einzige bekannte Beispiel eines langperiodischen Veränderlichen, der einen sichtbaren Begleiter (Klasse K_0) hat. Der scheinbare Abstand der beiden

Sterne ist 0″.22, die Umlaufszeit 300 Jahre. Die relative Bahn ist nahezu ein Kreis, senkrecht zur Gesichtslinie. Nun ergaben die dunklen Linien des *M*-Sternes und des *K*-Sternes Radialgeschwindigkeiten von — 70.6 bzw. — 70.8 km, die Emissionslinien des *M*-Sternes dagegen eine solche von — 83.4 km. Diese Violettverschiebung der hellen Linien scheint bei allen *Me*-Sternen in den ersten Wochen nach dem Maximum stärker zu sein als sonst.

Die spektroskopische Parallaxe des *K*-Sternes ist 0″.005. Dementsprechend wäre die absolute visuelle Größe des *M*-Sternes im Maximum gleich $0^{M}.3$ (scheinbare Größe gleich $6^{M}.8$), im Minimum gleich 6^{M} (scheinbare Größe gleich 12^{M}); die absolute visuelle Größe des *K*-Sternes wäre $2^{M}.4$ (scheinbare Größe gleich $8^{M}.9$). Es wird also wieder bestätigt, daß die langperiodischen Veränderlichen Riesensterne sind.

S. 131 Z. 5: Nölke (*AN* 218 [1923] Nr 5217) will den Lichtwechsel der *Mira*-Sterne dadurch erklären, daß bei ihnen die oberflächlichen Schichten bald konvektives, bald Strahlungsgleichgewicht annehmen. Setze man voraus, daß die Photosphäre eine aus Kondensationsprodukten bestehende Wolkenschicht sei, so könne in den äußeren Schichten der Sonne kein Strahlungsgleichgewicht herrschen. Da nämlich die Kondensationen abwärts sinken und sich von neuem wieder bilden müssen, so könne der Ersatz nur durch radiale Konvektionsströme geliefert werden. Befände sich die Sonne im Strahlungsgleichgewicht, so würde sie, wie jetzt in den Flecken, nur als Gasball strahlen, die Leuchtkraft der Flecken betrüge ungefähr den 1000^{sten} Teil der Leuchtkraft der Photosphäre; ein Stern, dessen oberflächliche Schichten abwechselnd konvektives und Strahlungsgleichgewicht annehmen, würde somit um etwa $7\frac{1}{2}$ Größenklassen an Helligkeit schwanken.

S. 154, Z. 15 v. u.: Fessenkoff hat den Lichtwechsel von η *Aquilae* durch die Gezeitenwirkung eines dunklen Begleiters im einzelnen zu erklären versucht (Sur la cause de la variation d'éclat de η *Aquilae*: *AN* 199 [1914] Nr 4775). Zwei Ursachen seien hier wirksam: die durch den Reibungswiderstand verzögerte Umdrehung der Flutwelle und die periodische Änderung ihrer Höhe infolge des wechselnden Abstandes des Begleiters in seiner stark exzentrischen Bahn. Im Periastron sollen die Oberflächeschichten der beiden Sterne einander durchdringen, im Augenblick ihrer Trennung sei die Gestaltsänderung am größten, das Licht ein Maximum. Ein Nebenminimum entstehe, wenn bei größerer Entfernung des Begleitsterns die Oberflächenteile unter ihre normale Gleichgewichtslage herabsinken. Darauf folge ein sekundäres Maximum; das Hauptminimum trete ein, wenn die Deformation nach dem Apastrondurchgang nur noch gering ist und der Stern dem Beobachter den kleinsten Querschnitt zeigt.

Die spektralen Änderungen seien durch die mit der Höhe der Atmosphäre veränderliche Absorption bedingt.

S. 181/82: Von Juli bis November 1920 hat Ch. C. Wylie (*ApJ* 56 [1922] 217) die Lichtkurve von η *Aquilae* elektrophotometrisch bestimmt ($P = 7^{d}.176$). Ein Stillstand im absteigenden Ast, von $1^{d}.8$ bis $2^{d}.4$ nach dem Maximum, wurde zweifelsfrei festgestellt Aus der Vergleichung mit Wrights Geschwindigkeitskurve (*ApJ* 9 [1899] 62) ergab sich, daß dieser Stillstand in der Doppelsternhypothese bei dem Apastrondurchgang stattfindet, in der Pulsationshypothese unmittelbar bevor der Stern sein größtes Volumen erreicht. Weiter fand Wylie, daß die Periode, wenigstens im letzten halben Jahrhundert, in der Zunahme begriffen ist. Die Pulsationstheorie aber fordere eine Abnahme, während nach der Doppelsterntheorie sowohl Zunahme wie Abnahme möglich seien (s. oben S. 199).

S. 202, Ende des dritten Abschnitts:

Über das *δ Cephei*-Problem und verwandte Fragen handeln noch Vogt (*AN* Nr 5087), Nölke (*AN* Nr 5189), Blažko (*AN* Nr 5213), Hellerich (*AN* Nr 5208 5211) und Shinjo (*Jap. Journ. of Astr. and Geoph.* I [1922] Nr 2).

a) Vogt geht näher auf die verschiedenen Einwände ein, die gegen die Doppelsternhypothese gemacht wurden, und die zum Teil schon von Hagen widerlegt sind.

Dem Einwand, daß die von Eddington aufgefundene Konstanz von $P\sqrt{\rho_c}$ (vgl. oben S. 181, Tab. II) in der Doppelsternhypothese unverständlich sei, stellt er gegenüber, daß er selbst für die Bedeckungsveränderlichen eine ähnliche Gesetzmäßigkeit gefunden habe. Für *A*-Sterne z. B., bei denen die dunklere Komponente die größere ist, sei $\rho_m = 0.29/P - 0.02$ (ρ_m = mittlere Dichte des Systems). Außerdem sei die Bestimmung von ρ_c noch sehr unsicher, und die „Konstanz" von $P\sqrt{\rho_c}$ schwanke zwischen weiten Grenzen (0.70 bis 1.61). — Dem möchten wir noch hinzufügen, daß auch in der Doppelsternhypothese eine solche Gesetzmäßigkeit geradezu zu erwarten war. Denn nach Eddington ist ρ_c der mittleren Dichte eines Riesensterns proportional. Nun ist aber, wie Emden es ausdrückt, $P = 11897\,\rho_m^{-\frac{1}{2}}$ gleich der Umlaufszeit eines Trabanten, der an der Oberfläche der Kugel dahingleitet (Gaskugeln 452; vgl. oben S. 170). Da in der Doppelsternhypothese der dunkle Begleitstern eine kleine Masse besitzt und ganz nahe an der Oberfläche des Hauptsterns herumkreist, muß die genannte Beziehung auch hier annähernd gültig bleiben.

Vogt weist ferner den Einwand zurück, daß die Beziehung zwischen der Periode und der absoluten Helligkeit in der Doppelsternhypothese unerklärlich sei. Da die sämtlichen *δ Cephei*-Sterne sich in ihrer Oberflächenhelligkeit wenig unterscheiden, so sei die absolute Helligkeit vom Gesamtvolumen und sehr wahrscheinlich auch von der Gesamtmasse des Systems abhängig (vgl. Shapley im *ApJ* 49 [1919] 24 und 52 [1920] 79). Eine Beziehung zwischen Periode und Masse fand Vogt aber auch bei den Bedeckungsveränderlichen: die Gesamtmasse sei hier um so größer, je größer die Periode oder je weiter die Bahn ist.

Von Bedeutung sei noch, daß es Bedeckungsveränderliche gibt, die auch *δ Cephei*-Charakter zeigen. So *RT Persei*, dessen Lichtwechsel durch die Bahnelemente sehr gut dargestellt werde, außer im Periastron, wo die beobachtete Lichtstärke größer sei als die theoretische. Dieses Periastron liege hier, wie bei den *δ Cephei*-Sternen, jenseits der Knotenlinie. Auch gehöre *RT Persei*, wie die meisten Blinksterne, dem *F*-Typus an.

b) Auf *δ Cephei*-artige Lichterscheinungen bei *TW Tauri* und einigen andern Bedeckungsveränderlichen macht Hellerich aufmerksam (*AN* 217 [1922] Nr 5208). Die mittlere Kurve von *TW Tauri* ist asymmetrisch, der Lichtaufstieg verläuft steiler als der Abstieg. Da die Periastronlänge gleich 90° ist, könne es sich um einen Periastroneffekt handeln. Bekanntlich trete auch bei den Blinksternen die größere Helligkeit nach dem Minimum auf, also in dem Zeitintervall von der oberen Konjunktion der helleren Komponente bis zum Durchgang durch den absteigenden Knoten.

Eine weitere Stütze für die Annahme, daß der Bedeckungslichtwechsel durch einen blinksternartigen Lichtwechsel überlagert werden kann, sieht Hellerich in den von Miss Maury entdeckten spektralen Erscheinungen von *μ¹ Scorpii* und *V Puppis*, beide vom *β Lyrae*-Typus (*Pop. Astr.* 29 [1921] 22). Zu dem Lichtwechsel kommt hier eine Intensitätsänderung der Absorptionslinien, die dasselbe Gesetz befolgt wie bei den Blinksternen: die Intensität nimmt zu bei der Näherung und ab bei der Entfernung von der Erde. Zugleich ändert sich auch die Struktur der Linien. Die

Ränder der in normalem Zustand breiten und verwaschenen Doppellinien werden hell, und der mittlere Teil verschwindet, so daß scheinbar zwei Paare von Linien übrig bleiben. Für jedes Paar ist dann die Linie an der Rotseite meistens die schwächste und verschwindet regelmäßig bei dem schwächeren Stern, öfters auch in auffallender Weise bei dem helleren, aber beidemal während der Entfernung von der Erde.

Für die Doppelsternnatur der Blinksterne zeugt auch in gewisser Beziehung die von Hellerich untersuchte Statistik der *δ Cephei*-Veränderlichen in den Magellanschen Wolken (*AN* 218 [1923] Nr 5211). Wird die Verteilung dieser Veränderlichen auf die Periodenlängen in eine Tabelle zusammengestellt, so stimmt die Häufigkeitskurve mit der der Doppelsterne nahe überein; besser noch wird die Übereinstimmung, wenn die galaktischen *δ Cephei*-Sterne mit zu den Doppelsternen gerechnet werden.

c) Nölke (*AN* 217 [1922] Nr 5189) nimmt positiv Stellung gegen die Pulsationstheorie. Die Entstehung der Schwingungen sei rätselhaft, das Fortbestehen noch mehr. Erstens würden die Schwingungen durch allerlei lokale Änderungen, wie durch Konvektionsströme, chemische Vorgänge, innere Reibung, erstickt; zweitens, wenn die Energiequelle der Strahlung und Pulsation im Atominnern zu suchen ist und während der Kontraktion in jedem Augenblick mehr Atomenergie frei wird, als der Stern ausstrahlt, so werde die Gasexpansion durch diesen Überschuß vergrößert, sie wirke der Kontraktion entgegen und suche die Pulsation zum Stillstand zu bringen.

Auch gegen die Widerstandshypothese wendet sich Nölke; denn das Medium sei entweder interstellar, oder es gehöre zum System. Dem ersteren widerspreche die gesetzmäßige Beziehung zwischen Helligkeit und Radialgeschwindigkeit, da die Sterne sich in den verschiedensten Richtungen durch den Raum bewegen; im zweiten Fall müsse man annehmen, daß das ganze System durch ein ruhendes gasförmiges Mittel umschlossen sei; dieses werde aber durch die schnell umlaufenden Sterne selbst in die Rotationsbewegung mit hineingezogen, und dann höre die Widerstandswirkung auf.

Am wahrscheinlichsten erklärt sich der Lichtwechsel nach Nölke durch die Flutwirkung und die damit verbundene Absorption, die durch einen verhältnismäßig kleinen Begleiter in der Atmosphäre des Hauptsterns erzeugt wird, die sich noch weit über dessen Bahn hinaus erstreckt. Gegen diese Erklärung, wie gegen jede Doppelsternhypothese überhaupt, könne zwar der Einwand erhoben werden, daß die aus der Radialgeschwindigkeitskurve berechnete Bahnachse des Begleiters kleiner ausfalle als der aus der absoluten Größe und der Spektralklasse abgeleitete Durchmesser des Hauptsterns. Aber die Annahme, daß Sterne von gleichem spektralen Typus dieselbe Flächenhelligkeit besitzen, gelte nur für Sterne, die sich im gleichen Entwicklungsstadium befinden, und nicht für Riesen- und Zwergsterne. Bei den jüngeren Riesensternen vom Sonnentypus könne die Energie der Strahlung größer, die Absorptionskraft der Atmosphäre anders sein als bei der alternden Sonne. — Die Art und Weise, wie Nölke mit diesem Einwand aufräumt, wird wohl nicht allgemein Beifall finden.

Nölke nimmt an, daß der Begleiter aus dem Hauptstern hervorgegangen sei, und zwar aus den Kondensationsprodukten der in der Äquatorebene bei beschleunigter Umdrehung sich abtrennenden Massen. Dann sei allerdings eine nahezu kreisförmige Bahn zu erwarten, was den Beobachtungen zu widersprechen scheine; aber die berechneten Bahnexzentrizitäten und die eigenartige Lage der Periastra seien wahrscheinlich nur durch Nebeneinflüsse, z. B. durch auf- und absteigende Konvektionsströme in der Atmosphäre, vorgetäuscht.

Aus der Entstehungsweise des Begleiters folge auch, daß der Hauptstern sich beträchtlich schneller umdrehe, als der Begleiter seine Bahn durchläuft. Die Flutwelle werde also dem Begleiter vorauseilen. Auf der Rückseite der Flutwelle stiegen die Massenteilchen empor, auf der Vorderseite sänken sie zurück; nicht unwahrscheinlich sei es, daß die Linienverschiebung im Spektrum fast ausschließlich von dieser Flutbewegung herrühre. Durch die adiabatische Ausdehnung und Abkühlung der gasförmigen Massen könnten Kondensationen entstehen, wodurch der Stern an der Rückseite des Flutberges photosphärisch zu leuchten anfange oder wenigstens kräftiger aufleuchte als die übrigen Teile der Sternoberfläche. Auch die verschiedene Lichtabsorption in der Sternatmosphäre mit ihrer abwechselnden Höhe trage zu dem Strahlungsunterschiede bei. Die Schiefe der Lichtkurve erkläre sich daraus, daß die hellleuchtende Rückseite des Flutberges weniger als die halbe Sternoberfläche bedeckt; die periodische Änderung des Spektraltypus werde von der an derselben Rückseite eintretenden Expansion der Atmosphäre verursacht, die gleichbedeutend sei mit einer Zurückversetzung in einen früheren Zustand.

d) Blažko (*AN* 218 [1923] Nr 5213) betrachtet die Sterne vom *δ Cephei*-Typus als Verdunkelungsveränderliche. Nach ihm bewegen sich verschiedene Ringe staubförmiger oder meteorischer Masse um den Stern und verfinstern ihn teilweise. Die Dichte und Anordnung dieser Ringe könne man sich immer so wählen, daß die gewünschte Lichtkurve und Farbenänderung herauskomme. Die Erklärung der Geschwindigkeitskurve könne jedoch bei dieser Hypothese Schwierigkeit bereiten.

e) Nach Shinzo Shinjo (*Jap. Journ. of Astr. and Geoph.* I [1922] Nr 2) besteht ein Blinkstern aus einer ausgedehnten Kugel meteorischer Beschaffenheit, mit einem exzentrischen Kern. Bequemlichkeitshalber nimmt er an, daß der Schwarm seine Kugelgestalt beibehält, und daß das ganze Gebilde von Schwarm und Kern sich gleichförmig um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt herum dreht. Über den Mechanismus des Lichtwechsels spricht sich Shinjo nicht klar aus; da er aber annimmt, daß zwischen Vorder- und Rückseite des Kerns ein Helligkeitsunterschied besteht, der von der Bahngeschwindigkeit abhängig ist, so muß man wohl an einen Reibungswiderstand denken.

Vom mechanisch-physikalischen Standpunkt betrachtet, scheint uns diese Darstellungsweise unzulässig zu sein.

S. 231, Zusatz zu Nr 16:

In der Theorie der Bedeckungsveränderlichen wurde immer vorausgesetzt, daß die Bahn des Begleiters mit der Äquatorfläche des Hauptsterns zusammenfällt. Das muß auch wohl die Regel sein bei diesen engen Doppelsystemen, die höchstwahrscheinlich aus einer einzigen sich drehenden Gasmasse entstanden sind. Die starke gegenseitige Flutwirkung trägt dazu bei, diesen Zustand fortdauern zu lassen.

Wenn aber die Bahn des Begleiters mit dem Äquator einen Winkel γ bildet, so wird im allgemeinen, wegen der Abplattung des zentralen Körpers, die Knotenlinie eine Drehung erleiden. Wie dadurch im Lichtwechsel der Bedeckungsveränderlichen periodische Schwankungen auftreten können, zeigt G. Shajn folgenderweise im *ApJ* 57 (1923) 129 (The Movement of the Line of Nodes in Spectroscopic Binaries and Variables, and its Consequences):

Es sei A die Bahnhalbachse des Begleitsterns, r sein Abstand vom Zentrum des Hauptsterns, δ seine Deklination, bezogen auf den Äquator des Hauptsterns, u sein Winkelabstand vom steigenden Knoten ☊, $n = 2\pi t/P$. Der Hauptstern (Masse $= m_0$, Polarachse $= 2c$, Äquatorachse $= 2a$) sei schwach abgeplattet. Wenn man die zweite

und die höheren Potenzen der Abplattung a vernachlässigt, so ist das Potential des Hauptsterns:

$$V = f\frac{m_0}{r} + f\frac{\mathfrak{C}-\mathfrak{A}}{2r^3}(1-3\sin^2\delta) = f\frac{m_0}{r} + \Omega.$$

($\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{A}$ sind Trägheitsmomente, Ω ist die Störungsfunktion.) Nun ist bekanntlich[1]:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{nA^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}\sin\gamma}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial\gamma}.$$

Da aber

$$\sin\delta = \sin u\sin\gamma,$$

so ist

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\gamma} = -\frac{3}{2}f(\mathfrak{C}-\mathfrak{A})\frac{\sin^2 u\sin 2\gamma}{r^3}.$$

Bedenkt man, daß $\frac{1}{P}\int_0^P \frac{\sin^2 u}{r^3}dt = \frac{1}{2}A^{-3}(1-e^2)^{-\frac{3}{2}}$ ist, so folgt, wenn nur das säkulare Störungsglied beibehalten wird:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2}f(\mathfrak{C}-\mathfrak{A})n^{-1}A^{-5}(1-e^2)^{-3}\cos\gamma,$$

oder, da

$\mathfrak{C}-\mathfrak{A} = \frac{2}{3}m_0a^2(\alpha-\frac{1}{2}\chi) = \frac{2}{5}m_0a^2\alpha$ (vgl. S. 247) und $f = A^3n^2(m_0+m_1)^{-1}$:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{5}n\left(\frac{a}{A}\right)^2\frac{m_0}{m_0+m_1}\alpha(1-e^2)^{-3}\cos\gamma.$$

Man sieht also, daß schon bei mäßiger Abplattung die jährliche Bewegung der Knotenlinie sehr ansehnlich sein kann.

Aus dieser Präzessionsbewegung folgt eine periodische Änderung der Bahnneigung (i) zur Tangentialebene am Himmelsgewölbe. Ist nämlich I die Neigung der Äquatorebene des Hauptsterns zu der genannten Tangentialebene, so hat man:

$$\cos i = \cos\gamma\cos I + \sin\gamma\sin I\cos\Omega.$$

Hieraus folgt, daß i zwischen den Werten $I+\gamma$ und $I-\gamma$ schwankt. Da die Möglichkeit, die Dauer und die Tiefe der Verfinsterungen von i abhängig sind, werden also periodische Schwankungen im Lichtwechsel auftreten. Auch die Spektralgeschwindigkeit wird sich proportional zu $\sin i$ ändern, und $A\sin i$ wird zwischen $A\sin(I+\gamma)$ und $A\sin(I-\gamma)$ schwanken.

Zur Erläuterung seiner Theorie führt Shajn zuerst den Algolstern *R Canis mai.* an. In den Jahren 1908—1912 scheint die Amplitude der Radialgeschwindigkeitskurve dieses Sterns von 74 bis auf 50 km abgenommen zu haben. Auch soll eine Änderung in der Gestalt der Lichtkurve angedeutet sein. Ein zweites Beispiel ist der kurzperiodische Blinkstern *β Cephei.* Hier ist aber die genannte Erscheinung nicht wahrgenommen worden. Der Grund davon sei die Enge dieses Systems, die höchstwahrscheinlich das Zusammenfallen der Bahnebene mit der Äquatorebene zur Folge hat.

Hierzu bemerken wir, daß derselbe Grund auch für *R Canis mai.* zutrifft. Nach Shapleys *D*-Elementen (A Study of the Orbits of Eclipsing Binaries 83) ist jeder Halbmesser der beiden Komponenten gleich $0.336\,A$, die Exzentrizität der Bahn gleich 0.138, so daß der Abstand zwischen den beiden Sternoberflächen im Periastron nur noch $0.57\,a$ beträgt. Es ist uns deshalb sehr zweifelhaft, ob die Theorie von

[1] Vgl. H. C. Plummer, An Introductory Treatise on Dynamical Astronomy 147. Bei Shajn fehlt der Faktor $(1-e^2)^{-\frac{1}{2}}$, hier und in der Endformel.

Shajn bei diesem Stern überhaupt Anwendung findet. Die Hauptursache bei den Störungen in den Bahnelementen muß hier wohl die starke Flutwirkung sein.

S. 233, Ende des dreizehnten Kapitels:

Im *BAN* Nr 16 (1922) weist Hertzsprung auf die Möglichkeit hin, die Parallaxe des Bedeckungsveränderlichen zu bestimmen, wenn die scheinbare Bahnbewegung am Himmelsgewölbe (aus photographischen Aufnahmen) und die Bewegung in der Gesichtslinie (aus dem periodischen Glied der Minimumepochen) bekannt sind. Im wesentlichen ist dieser Fall identisch mit dem von Doppelsternen wie *α Centauri* und *δ Equulei*, von denen man die Radialgeschwindigkeit der Komponenten und zugleich die scheinbare Bahn kennt. Der einzige Unterschied besteht darin, daß im vorliegenden Fall nicht die Radialgeschwindigkeit, sondern der Abstand von einer senkrecht zur Gesichtslinie durch den Schwerpunkt des Tripelsystems gelegten Ebene als Funktion der Zeit gegeben ist. Eine einfache, ansprechende Methode, aus dieser Funktion direkt die Elemente $a \sin i$ (in km), e und ω abzuleiten, hat J. Woltjer Jr. im *BAN* Nr 18 (1922) entwickelt.

S. 256 ff: J. Fetlaar macht in seiner „Contribution to the Theory of Eclipsing Binaries" (Utrecht *Recherches* IX, 1 [1923]) auf einen Mangel in der Theorie von Russell aufmerksam. Das Bedenken Fetlaars betrifft hauptsächlich die Wahl der beiden festen Punkte a und b (s. oben S. 256). Er weist rechnerisch nach, daß die Bestimmung von k aus Punkten der Lichtkurve, die zwischen a und b und in ihrer Nähe liegen, sehr unsicher ist: geringfügige Variationen der zu den α_n-Werten 0.5, 0.7, 0.8, 0.95 gehörigen θ_n hätten große Änderungen in k zur Folge. Dasselbe gelte von kleinen Änderungen in den Werten von θ_2 und θ_3, wenn man die Werte 0.6 und 0.9 für α_2 und α_3 beibehalte. Deshalb müsse Russell dem besten Teil der Lichtkurve, zwischen $\alpha = 0.40$ und $\alpha = 0.95$, geringeres Gewicht beilegen als den Teilen zwischen $\alpha = 0.0$ bis 0.4 und $\alpha = 0.98$ bis 1.0, die doch im allgemeinen weniger zuverlässig seien. Wahl und Lage der Punkte a und b hätten also auf das Resultat einen sehr merklichen Einfluß.

Um diesen Mangel zu beseitigen, hat Fetlaar die Methode zur Bestimmung von k, r_1 und i so abgeändert, daß die Punkte der ganzen Lichtkurve sich gleichmäßig geltend machen können und nicht zwei feste Punkte eine Hauptrolle spielen.

Kurz und doch vollkommen streng läßt sich die Lösung für den allgemeinen Fall der ellipsoidischen Sterne (vgl. oben S. 268 ff) nach Fetlaars Gedankengang wie folgt zusammenfassen:

Aus den Gleichungen

$$\delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta, \qquad \delta^2 = r_1^2 (1 + kp)^2 (1 - z \cos^2 \theta)$$

ergibt sich:

$$\cos^2 \theta \sin^2 i + (1 - z \cos^2 \theta) r_1^2 (1 + kp)^2 = 1. \tag{1}$$

Entnimmt man der Lichtkurve 15 Punkte, die den Werten $\alpha_n = 0.25,\ 0\,30,\ 0.35 \cdots 0.95$ entsprechen, und wählt einen provisorischen Wert von k, so liefern die Tabellen (S. 349/51) die dazu gehörigen Werte der Funktionen $p(k, \alpha_n)$. Dann werden die 15 entsprechenden Gleichungen zu drei Gruppen von je 6, 5 und 4 Gleichungen zusammengenommen und jede Gruppe in Mittel vereinigt. Setzt man die Mittelwerte von $\cos^2\theta$, $1 - z\cos^2\theta$, $(1 - z\cos^2\theta)p$, $(1 - z\cos^2\theta)p^2$ für die n^{te} Gruppe ($n = 1, 2, 3$) beziehungsweise gleich A_n, B_n, C_n, D_n, so erhält man die drei Gleichungen[1]:

[1] Fetlaar teilt die Grundgleichung (1) durch $1 - z\cos^2\theta$. Dadurch erhalten seine Gleichungen verschiedene Gewichte, und auch sein Ausdruck für k ist von dem der Gleichung (2), S. 372, etwas verschieden.

$$A_1 \sin^2 i + r_1^2 (B_1 + 2 C_1 k + D_1 k^2) = 1;$$
$$A_2 \sin^2 i + r_1^2 (B_2 + 2 C_2 k + D_2 k^2) = 1;$$
$$A_3 \sin^2 i + r_1^2 (B_3 + 2 C_3 k + D_3 k^2) = 1.$$

Durch Elimination von $\sin^2 i$ und r_1^2 ergibt sich hieraus:

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 + 2 C_1 k + D_1 k^2 & 1 \\ A_2 & B_2 + 2 C_2 k + D_2 k^2 & 1 \\ A_3 & B_3 + 2 C_3 k + D_3 k^2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

oder:

$$\Delta_0 k^2 + 2 \Delta_1 k + \Delta_2 = 0,$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} A_1 & D_1 & 1 \\ A_2 & D_2 & 1 \\ A_3 & D_3 & 1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} A_1 & C_1 & 1 \\ A_2 & C_2 & 1 \\ A_3 & C_3 & 1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & 1 \\ A_2 & B_2 & 1 \\ A_3 & B_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Da $B_n = 1 - z A_n$, so ist Δ_2 identisch gleich Null, und folglich

$$(2) \qquad k = -2 \frac{\Delta_1}{\Delta_0} = -2 \frac{(A_1 - A_2)(C_2 - C_3) - (A_2 - A_3)(C_1 - C_2)}{(A_1 - A_2)(D_2 - D_3) - (A_2 - A_3)(D_1 - D_2)}.$$

Sind die Sterne kugelförmig, so wird $B_n = 1$, $C_n = \overline{p_n}$, $D_n = \overline{p_n^2}$. Für diesen Fall hat Fetlaar Tabellen von $\overline{p_n}$ und $\overline{p_n^2}$ $(n = 1, 2, 3)$ berechnet, mit verschiedenen Werten von k und α_0, sowohl in der *U*-Hypothese wie in der *D*-Hypothese. Man kann sich dieser Tabellen auch im allgemeinen Fall bedienen, wenn man näherungsweise $C_n = B_n \times \overline{p_n}$, $D_n = B_n \times \overline{p_n^2}$ setzt.

Ist k aus (2) berechnet, so werden die Funktionen p mit diesem Wert von k neu bestimmt, und die Rechnung wird wiederholt, bis eine genügende Übereinstimmung zwischen dem angenommenen und dem berechneten Wert von k erreicht ist.

S. 296 Z. 4 lies $0^d.00658$ statt $0^d.0658$.

S. 327 Z. 9: Nachdem Wendells photometrische Beobachtungen das Nebenminimum von *UZ Cygni* nicht bestätigt hatten, erkannte auch Hartwig, daß die scheinbare Abnahme des konstanten Lichtes von *UZ* durch die Veränderlichkeit eines Vergleichsterns, dessen Maxima zufällig mit der Mitte zwischen den Minima von *UZ* zusammenfielen, vorgetäuscht wurde (Geschichte und Literatur der Veränderlichen Sterne II 345).

Nachträge und Berichtigungen zum I. Band.

S. 386, zweite Tabelle, Spalte Skala, lies $\iota = +3.2$ statt 0.32.

S. 536 u. 537: Die Bezeichnungen einphasig und doppelphasig sind in den *AN* Nr 5255 unlogisch genannt, insofern jede Lichtkurve unendlich viele Phasen besitze. S. 536 sind aber die Phasen auf den „Kreislauf der verschiedenen Lichtvariationen", d. h. auf eine Periodenlänge bezogen, und S. 537 heißt es, die Lichtkurve sei „wie gewöhnlich auf eine einzige Lichtperiode" beschränkt. Dies gilt namentlich von den mittleren Lichtkurven. Wird also die Lichtkurve der *β Lyrae*-Sterne als doppelphasig bezeichnet, so ist das kein Verstoß gegen die Logik.

S. 563 Z. 13 lies *χ Cygni* statt *a Cygni*. (Der Druckfehler steht in der *Disquisitio*.)

S. 764 Z. 9: Doch scheint jetzt, da *Mira Ceti*, der Hauptvertreter der Flutsterne, endgültig als Doppelstern nachgewiesen ist (Harvard *Bulletin* 792), eine gemeinsame Grundlage für die Erklärung beider Klassen von Veränderlichen gefunden zu sein.

S. 776 Z. 9 lies galaktische statt ekliptische.

Namen- und Sachregister.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten, hochstehende Ziffern bei den Seiten die Anmerkungen. Die Reihenfolge der Sachen innerhalb der Stichwörter ist alphabetisch. — Abkürzungen: BS = Blinksterne, BV = Bedeckungsveränderliche, LP = langperiodische Sterne, NS = Neue Sterne.)

A

Abbot - Schwankungen der Sonnenstrahlung 106.

Abgeplattete Sterne 5.

Abkühlungsprozeß - einer heißen Kugel (Seeliger) 9; — der Sterne (Zöllner) 81.

Abplattung durch Umdrehung - aus der Lichtkurve nicht zu finden 268; — aus der Potentialtheorie berechnet 245; — teilweise Ursache der Apsidenbewegung bei BV 247.

Absolute Helligkeit - *Algols* und seines Begleiters (Nordmann) 300, (Stebbins) 304; — der Algolsterne 237; — der BS 164 176; — der Mirakomponente von *X Ophiuchi* 366; — und Periodenlänge der BS 167.

Absorptionsbänder - im *Mira*-Spektrum 121; — im Nova-Spektrum 7 30.

Adams - scharfe Begrenzung der Linien im Spektrum von *δ Cephei* 195.

Adams u. Joy - mit dem BS-Typus verwandte Sterne 189.

Albrecht - Lichtkurve und Geschwindigkeitskurve der BS 154; — sekundäre Welle bei *Y Ophiuchi* 160; — Spektrum der BS veränderlich 154.

Algol - Asymmetrie in der Lichtkurve 205 208 283 290 297 298; — Einfluß des vom Begleiter reflektierten Lichtes (Wilsing) 206, (Stebbins) 306; — Flecken oder Verfinsterung (Goodricke) 80 205; — Gestaltveränderung (Pannekoek) 290, (Wilsing) 297; — Helligkeit *Algols* und seines Begleiters (Nordmann) 300, (Stebbins) 306; — Nebenminimum gesucht von Pannekoek 301, von Müller 302, entdeckt von Stebbins 302; — periodische Glieder der Minimumformel (Chandler) 284 292, (Hellerich) 295; ihre Erklärung entweder durch veränderliche Radialgeschwindigkeit (Argelander) 284, (Ferrer) 285, (Bauschinger) 287, (Boss) 288, (Pannekoek) 289, (Hellerich) 296, oder durch Apsidenbewegung (Tisserand) 289, (Pannekoek) 291, (Charlier) 291, (Hellerich) 296; — photometrische Bahnelemente von Klinkerfues 282, E. C. Pickering 208 283, Harting 283, Stebbins 307; — Randverdunkelung nach Rödiger 298, nach Pannekoek 299; — spektroskopische Bahnelemente (Scheiner und Vogel) 283, (Belopolsky) 292, (Tikhoff) 293, (Schlesinger und Curtiss) 293 294; — spektroskopische Konjunktion und photometrische Epoche 277; — Verfälschung der spektrosk. Bahn durch Rotationseinflüsse 278.

Amplitude des Lichtwechsels bei den BS 135; — Einfluß der Apsidenbewegung bei den BV 231.

André - Elemente von *δ Cephei* und *η Aquilae* 138.

N Andromedae 1885 - Erklärung von Seeliger 9; — 1912 unsichtbar (Barnard) 42.

R Andromedae - Spektrum „peculiar“ 132.

Ångström - Sonnenflecken und Sonnenkonstante 106.

Anomale Dispersion - Anwendung auf die NS 36 bis 38, auf die kurzperiodischen Veränderlichen 316 317; — Bedeutung 35 36.

S Antliae - ellipsoidischer Stern 273; — Lage der Bahnachse nach Luizet 167.

Antoniadi, s. Flammarion.

Anwachsen, schnelleres, der Helligkeit 81, bei den BS 135 201, in der Fluthypothese 146; — der Sonnenfleckenhäufigkeit und der Helligkeit der LP 101.

Anzeichen von Verfinsterungen bei BS 191/94.

Apsidenlinie - Einfluß der Drehung auf die Lichtkurve 230 231 248; — Lage bei den BS (Luizet) 167, ihre Erklärung von Hagen 188, von Nijland 201; — Ursache der Drehung 246 247. — Siehe auch *Algol*.

R Aquarii - Nebellinien im Spektrum und Nebelstruktur 131.

Äquatorialansicht, s. Polaransicht.
N Aquilae 1918 - als planetarische Scheibe 43 364; — effektive Temperatur 364; — Farbenindex 44; — periodische Schwankungen 44; — Nebelspektrum 364; — Rotfärbung 44.
η Aquilae - BS-Elemente 136; — Fluthypothese 154; — Schurs sekundäres Minimum durch Verfinsterung erklärt (Roberts) 147; — Stillstand im absteigenden Ast und Abnahme der Periode (Wylie) 366.
S Arae - BS mit möglicher Verfinsterung 193.
Argelander - Ursache der Sinusglieder in der Formel *Algols* 284.
Arrhenius - absorbierende Staubringe um *Mira* 119; — Staubmassen von *N Persei* ausgestoßen 49.
Asymmetrie der Spektrallinien in der Schwingungshypothese 195 196; — der BV-Lichtkurve: Einfluß der Bahnexzentrizität 216, der Apsidenbewegung 231. — Siehe auch *Algol*, Anwachsen.
Atmosphäre - adiabatische 229; — Einfluß der Atmosphäre des Begleitsterns bei der Verfinsterung 228 229, (*Algol*) 284 297; — isothermische 229; — Konvektionsströmungen und Radialgeschwindigkeit 186 187 369; — wechselnde Absorption in der Fluthypothese 144/47, (*ζ Geminorum*) 154, (*β Lyrae*) 308 317 318; — Zurückdrängung an der Stirnseite bei Duncans Erklärung der BS 157 158. — Siehe auch Randverdunkelung.
Aureole um *N Persei* 45 46.
N Aurigae 1891 - späterer Zustand nach Barnard 43; — Spektrum und Erklärungsversuche von Huggins 12 14, Sidgreaves 13 17, Belopolsky 16, W. H. Pickering 17, Seeliger 18, Wilsing 31, Eder und Valenta 33.
RT Aurigae - BS-Elemente 136.
β Aurigae - entdeckt als BV 242; — photometrische Bahnelemente nach Stebbins 343 344; — photom. und spektrosk. Elemente stimmen überein 279; — spektrosk. Elemente nach Baker 343.
ε Aurigae - geringe Dichte 338 339; — Lichtwechsel und Bahnelemente nach Ludendorff 337 338, nach Shapley 338 339; — Schmidts Beobachtungen 338.
Ausstoßung von Partikelchen aus der *N Persei* (Arrhenius) 49, (Wilsing) 49/52, (Very) 52/57, (Newcomb) 57.

B

Baker - spektroskopische Elemente von *β Aurigae* 343. — Siehe auch Schlesinger.
Barnard E. - Fokusänderungen bei den NS 42 46; — späterer Zustand der NS 42 43.
Bauschinger - die E.B. *Algols* 287 288.
Bayley - Veränderliche in *Messier 3* 202.
Becquerel H. - anomale Dispersion 36.
Bell - elektromagnetische Theorie der Nebel um *N Persei* 57 58; — Helligkeit der Nebel 61; ihre Polarisation 57 62.
Bellamy W. - Dichte der Algolsterne 234.
Belopolsky - Entdeckung der Linienverschiebung von *δ Cephei* 135; — Erklärung des Nova-Spektrums 16; — sekundäre Welle in der Radialgeschwindigkeitskurve von *δ Cephei* 160; — spektroskopische Elemente von *Algol* 292, von *β Lyrae* 314 315; — Spektrum von *N Persei* 45.
Bessel - Zöllnersche Kometentheorie 50 51.
Bestrahlung, gegenseitige, bei BV 273 274.
Beziehungen - zwischen den Elementen der BS (Luizet) 164, (Leavitt, Cannon, Shapley) 167, (Ludendorff) 168; — zwischen lang- und kurzperiodischen Sternen 97 200; — zwischen Novae, planetarischen Nebeln und Wolf-Rayet-Sternen 43.
Bickerton - tangentieller Zusammenstoß zweier Sterne 7.
Bilt, van der - *U Geminorum* 191; — *RV Tauri* und die Sonnenfleckenhypothese 114 115.
Birnförmiger Körper - nicht stabil 251.
Blažko - die BS als Verdunkelungsveränderliche (Meteorhypothese) 369.
Blinksterncharakter - BV mit BS-Charakter: *β, ε, ζ Ursae mai., α Canum Ven.* (Guthnick) 185, *RT Persei, TW Tauri, μ¹ Scorpii, V Puppis* 367.
Bohlin - Aufnahme der Nebel um *N Persei* 46; — die Reflexionstheorie 74.
RS Bootis - Helligkeitskurve nach Jeans 182.
Bottlinger - BS als Jakobisches Ellipsoid 189; — *δ Cephei*-Sterne und Sternhaufenveränderliche photometrisch nicht verschieden 175; — die Umdrehungstheorie versagt bei den *δ Cephei-* und Antalgol-Sternen 99 100; — Konvektionsströmungen und Radialgeschwindigkeiten 187.
Boss - E.B. von *Algol* 288.
Bouillau - Umdrehungshypothese 80.
Bredichin - Theorie der Schweifbildung 50 52.
Brester - Theorie der Sonne und der LP 124/29.
Brown E. W. - Durchgang eines Sterns durch einen Nebel 76.
Bruns H. - mathematische Behandlung der Fleckentheorie 83/87.

C

RU Camelopardalis - ellipsoidischer Stern 273.
Campbell - Geisertheorie der LP 130¹; — *ζ Geminorum* und Fluthypothese 153 154; — Linienverschiebungen bei *ο Ceti* 118; — Novae, planetarische Nebel und Wolf-Rayet-Sterne 43; — se-

kundäre Wellen in der Geschwindigkeitskurve von ζ *Geminorum* 159 160; — Spektrum der Wolf-Rayet-Sterne 41.

R Canis mai. - Umlauf der Knotenlinie 370; — Zeitunterschied photom. minus spektrosk. Epoche 277.

Cannon, Miss - Periodenlänge und absolute Helligkeit bei Sternhaufenveränderlichen 167.

l Carinae - BS-Elemente 136.

N Carinae 1895 - Spektrum 12.

Cassini - Präzessionsbewegung von *Mira* 80.

1H Cassiopeiae - Unterschied der photom. und spektrosk. Bahnelemente 279.

N Cassiopeiae - periodisch (?) 145.

RZ Cassiopeiae - Apsidenbewegung nicht bestätigt 279; — Periode veränderlich 337; — photom. Bahnelemente von Stein 335, Graff 337, Dugan 337; — spektroskopische Bahnelemente von Hartmann 336, Jordan 336 337; — Zeitunterschied photom.—spektrosk. Epoche 277/79.

RR Centauri - Lichtkurve und Bahnelemente 321 322.

β ***Cephei*** - BS-Elemente 136; — weder Apsidenlinienbewegung 136, noch Knotenlinienbewegung 370.

δ ***Cephei*** - BS-Elemente 136; — Abnahme der Periode (Hertzsprung) 181; — Linienverschiebung von Belopolsky entdeckt 135; — sekundäre Welle in der Geschwindigkeitskurve 160; — Spektrallinien scharf 195; — Spektrum im Min. und Max. 486; — Strahlungsenergie und Eddiesche Hypothese 149/53; — verwandte Typen ohne Lichtschwankung 189.

ο ***Ceti*** - typischer LP 115 129. — Siehe auch Spektra (der LP), Verschiebungen.

Chandler - die veränderliche Periode *Algols* 284, ihre Erklärung durch Bahnbewegung 287.

Charlier - die Sinusglieder in Chandlers Formel 291.

Chemische Verbindungen zur Erklärung der NS (Lohse) 6, (Huggins und Miller) 7; — in den Sonnenflecken und Mirasternen 118.

Clairaut - Theorem 289.

Clavius - Versuch zur Erklärung der NS 4.

Clerke A. - Definition der NS 3; — Lichtmaximum der Sonne 103 104; — *N Aurigae* 13 14.

Cookson, s. Newall.

N Coronae 1866 - spektroskopisch untersucht von Huggins und Miller 7.

R Coronae - **Sterne** als Verschleierungsveränderliche 280 281.

Cortie - Huggins' Theorie der NS 15; — Nebelspektrum von *N Aquilae 1918* 364; — Wasserdampf in den Sonnenflecken 118.

W Crucis - beobachtete und berichtigte Lichtkurve 272.

Curtiss - Hypothese des widerstehenden Mittels bei BS 155; — sekundäre Welle in der Geschwindigkeitskurve von *W Sagittarii* 160; — Untersuchungen über *Algol*: spektrosk. Elemente 293 294; Veränderlichkeit der Radialbewegung 295, der Exzentrizität 295; — Untersuchungen über β *Lyrae*: verschiedene Lösungen 311; das Spektrum 313; Radialgeschwindigkeit und Elemente 314 315; Masse 315; — Ansichten über das β *Lyrae*-System 317 318.

N Cygni 1876 - späterer Zustand 42; — Spektrum (Vogel) 12.

N Cygni 1920 - effektive Temperatur 364.

P Cygni - Spektrum 19.

R Cygni - Spektrum „peculiar" 132.

X Cygni - BS-Elemente 136.

Y Cygni - Epoche und Apsidenbewegung (Guthnick) 331 332; — photom. Bahnelemente und Apsidenbewegung (Dunér) 329 31; — spektroskopische Elemente (Plaskett) und Shapleys *D*-Elemente 332.

SV Cygni - BS-Elemente 136.

SW, SY, UW, VW, WW Cygni - Bahnelemente (Graff) 335.

UZ Cygni - Nebenminimum nicht bestätigt 372; — photom. Bahnelemente 325 326.

XX Cygni - unregelmäßiger BS 188.

χ ***Cygni*** - (Rosenberg) 101; — Spektrum (Eberhard) 115.

D

Dall, s. Palmer.

Darwin - birnförmige Figuren 251; — Jacobische Ellipsoide 251.

Definition - der NS 3 (Hagen) 365; — der BS (Guthnick) 185.

W Delphini - Bahnelemente (Graff) 335.

Descartes - Erklärung der NS 4.

Deslandres - Erklärung des Nova-Spektrums 18.

Dichte - der BS in der Schwingungshypothese 177, in der Doppelsternhypothese 197/98; — „Equal-Mass Densities" bei BV 236; — Grenzbeziehungen zwischen Dichte, *a* und *P* 240/42; — Grenzwerte der mittleren 233/36.

Dispersion - kosmische 137.

Dispersionsbänder (Julius) 316.

Dispersionsphänomen 56 64 70/72.

Doppelspektrum - der NS 12/17; — Anzeichen eines D. bei BS (Guthnick) 185.

Doppelsternhypothese - der BS und Radialbewegung (Belopolsky) 135; — Einwände Shapleys 176, Eddingtons 181 182; — Erklärung ge-

wisser Gesetzmäßigkeiten nach der D. (Hellerich) 183 184; — Theorie nach Guthnick 185, Perrine 187, Hagen 187 188, Plummer 197, Nijland 200, Nölke 368/69; — zuerst bezweifelt von Ludendorff 168.

Z Draconis - Bahnelemente (Graff) 335.

SW Draconis - unregelmäßiger BS 188.

Drehungs- und Umlaufsperiode - bei den BS gleich (Pannekoek) 152, (Hellerich) 183, oder ungleich (erstere größer: Plummer) 198, (erstere kleiner: Nölke) 369.

Dreifaches System - *Algol* 285 296, *δ Cephei* 160; — Bahnbestimmung eines BV aus den periodischen Gliedern der Minimumepoche (Woltjer) 371.

Drucksteigerung - Einfluß auf die spektralen Erscheinungen 33/35.

Dugan - photom. Bahnelemente von *RZ Cassiopeiae* 337, von *RT Persei* 341/43.

Duncan - BS-Hypothese 157/59; — Urteil Ludendorffs 164; — Kritik der Curtiss-Loudschen Hypothese 156.

Dunér - photom. Bahnelemente von *Y Cygni* 329 330, von *Z Herculis* 332 333; — Umlauf der Apsidenlinie 330 331.

Dunkelrandige Sterne - Aussehen der Spektrallinien in der Schwingungshypothese 195 196; — Beziehungen zwischen den *D*- und *U*-Elementen 265/68; — ellipsoidische 270/72; — Verfinsterung 260/65. — Siehe auch *Algol*.

E

Eberhard - Spektrum von *χ Cygni* 115 123.

Ebert - anomale Dispersion bei den NS 35/38, bei *β Lyrae* 316.

Eddie - Erhitzung durch Flutreibung 147.

Eddington - Dichte innerhalb eines Riesensterns 152; — mathematische Schwingungstheorie 178/82 198.

Eder u. Valenta - Linienverschiebung durch Drucksteigerung 33.

Eigenbewegung - Einfluß bei BV 222 233. — Siehe auch *Algol*, Dreifaches System.

Elektromagnetische Theorie der Nebel um *N Persei* (Bell) 57/58, (Nordmann) 58/60.

Ellerman, s. Hale.

Ellipsoidische Sterne - (E. Pickering) 88/90; — ohne und mit Randverdunkelung 269 270; — Unregelmäßigkeiten in der Radialgeschwindigkeit 161; — veränderliche ohne Verfinsterung 272.

Emden - Entstehung enger Doppelsterne 239 253; — Schwingungstheorie 168 170; — Sternatmosphären 229.

Energiequelle der Sterne (Eddington) 181.

Entwicklung - der spektrosk. Doppelsterne 198/99; — kosmogonische 249.

Eruptionshypothese - der NS 6; — zur Erklärung der BS (Plummer) 177, (Jeans) 182, (Hagen) 188.

Evershed - Schärfe der Linien im Spektrum der Sonne und von *δ Cephei* 196.

Exzentrizität - Einfluß auf die Asymmetrie der Minima 216, auf die Dauer der Verfinsterung 215, auf die Berechnung der übrigen Bahnelemente 274, auf die Epochen 212, auf die Möglichkeit der Verfinsterung 217.

F

Fabricius - Versuch zur Erklärung der NS 4.

Farbe, rote - Erklärung nach Zöllner 82.

Ferrer - *Algol* als Tripelsystem 285/87.

Fessenkoff - Erklärung des Lichtwechsels von *η Aquilae* durch Gezeitenwirkung 366.

Fetlaar - Abänderung von Russells Theorie der BV 371/72.

Flammarion u. Antoniadi - Aureole um *N Persei* 45.

Fleckenhypothese - Anwendung auf kurzperiodische Sterne durch E. Pickering 88/90; — erste Anzeigen: Riccioli 79; Bouillau 80; Goodricke (*Algol*) 80; — künstliche Lichtkurven von Guthnick 97/99; — mathematische Theorie von Bruns 83/87, Russell 88, Gyldén 90/97; — beurteilt von Müller 97; — unhaltbar bei BS (Bottlinger) 99 100, (Russell) 143; — Zöllners Theorie 81/82, empfohlen von Seeliger 82/83, von Harting 83.

Fluthypothese - von Klinkerfues 144/46; — und Absorption bei BS (Nölke) 368.

Flutstörung - bei exzentrischer Bahn 274; — Gestaltveränderung 242/45; — Verbesserung der Bahnelemente der BV 226.

Fowler - Titanoxydbänder in *α Herculis* und *ο Ceti*, Magnesiumhydrid im Sonnenspektrum 118.

G

Galilei - Sonnenflecken und irdische Temperatur 104.

Geisertheorie der LP (Campbell) 130 [1].

U Geminorum - mathematische Schwingungstheorie nicht anwendbar (Hagen) 188; — mögliche Verfinsterung (Nijland) 191 192.

Gemma - Versuch zur Erklärung der NS 4.

Geschwindigkeitskurve und Lichtkurve bei BS - Beziehungen (Campbell) 153 154, (Albrecht) 154 155, (*W Sagittarii*) 155; in der Schwingungstheorie nicht erklärt 181; — sekundäre Wellen 159/62.

Gleichgewicht - konvektives und Strahlungsgleichgewicht bei den LP 366.
Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeitsmassen - Rotationsellipsoid 249; — dreiachsiges Ellipsoid 250; — birnförmiger Körper 251.
Gleichmäßig leuchtende Sterne - Verfinsterung 254/60.
Goldstein - Kanalstrahlen 39.
Goodricke - Flecken oder Verfinsterung (*Algol*) 80 205.
v. Gothard - Aureole um *N Persei* 46.
Graff - δ *Cephei*- und Sternhaufentypus 175; — Kreisbahnelemente von zehn *Algol*-Veränderlichen 334 bis 336, von *RZ Cassiopeiae* 336 337.
Größe, relative, der Komponenten eines Algolsystems 237/39.
Guthnick - Anzeichen von Verfinsterungen bei *ST Ophiuchi* 191; — Apsidenbewegung von *Y Cygni* 331; — BV mit BS-Charakter 185; — die Doppelsternhypothese der BS 185; — Farbenindex bei *N Aquilae 1918* 44; — Helligkeitsschwankungen der NS 43 44; — künstliche Lichtkurven 97/99; — Merkmale der BS 185; — *Mira Ceti* und Fluthypothese 120; — Schwankungen der Sonnenhelligkeit 106; — Spektrum von *Mira* im Minimum 131.
Guthnick u. Prager - Bahnelemente und Lichtkurve von β *Lyrae* 310/12.
Gyldén - mathematische Fleckentheorie 90/97.

H

Hagen - das BS-Problem 187/89; — Definition eines NS 365; — Einwände gegen die Doppelsternhypothese beantwortet 188; — Exzentrizität und Periastronlage 188; — Kometentheorie 188; — NS, *O*-Sterne und planetarische Nebel 365; — Unsichtbarkeit des zweiten Spektrums 189; — Verwandte der BS 189.
Hahn - Sonnenflecken und Meteorologie 104.
Hale, Ellerman u. Parkhurst - Merkmale der Spektra der III. und IV. Klasse von Secchi 117, und das Sonnenfleckenspektrum 117 118.
Hale u. Kent - Linienverschiebung durch Drucksteigerung 34.
Halm - das Nova-Spektrum in Seeligers Hypothese 29/31 32 33 45.
Hantel-Nebel - planetarisch, mit Nebelspektrum 364.
Harting - Untersuchungen über *Algol* 210 283; — Urteil über die Zöllnersche Theorie der veränderl. Sterne 83.
Hartmann - anomale Dispersion und Linienverschiebung in der Sternatmosphäre 317; — die *N Persei* in ihrem späteren Zustand 40/42.
Hartwig - Bahnelemente von *UZ Cygni* 325/27; Nebenminimum nicht bestätigt 372; — Bahnelemente von *Z Herculis* 333 334.
Hasselberg - Spektra der Kohlenwasserstoffe 50.
Heckius - Versuch zur Erklärung der NS 4.
Heiskanen u. Ludendorff - Radialgeschwindigkeit der *Md*-Sterne 365.
Helle Linien - im Nova-Spektrum (Huggins) 7 15, (Wilsing) 11 12 31, (Vogel) 12 17, (Sidgreaves) 13 17, (Lockyer) 15, (Belopolsky) 16, (W. Pickering) 17/18, (Deslandres) 18, (Seeliger) 19, (Halm) 29 30; — im Spektrum der *Mira*-Sterne (Clerke) 103, Secchi 116, (Hale) 117, (Campbell) 118/19, (Guthnick) 120, (Stebbins) 122/24, (Brester) 127 128, (Merrill) 129/31; — im Spektrum der *N*-Sterne (Shane) 132; — β *Lyrae* 308 313 318; — ο *Ceti*: helle Heliumlinien im Minimum 131.
Hellerich - Doppelsterntheorie der BS 182; — Elemente der BS 135 136; — Gesetzmäßigkeiten zwischen den photom. und den spektrosk. Elementen 183; — photom. Elemente von *Algol* und die Erklärung der Sinusglieder 295 296; desgl. von β *Lyrae* 309; — Statistik der δ *Cephei*-Veränderlichen in den Magellanschen Wolken 368; — *TW Tauri* ein BV mit BS-Charakter 367; — Verfälschung der Radialgeschwindigkeiten bei BS 184; — Vergleich der photom. und spektrosk. Bahnelemente der BV 277.
Henroteau - Konvektionsströmungen in der Sonnenatmosphäre 115.
v. Hepperger - Bahnelemente von β *Lyrae* 310 311.
u Herculis - spektrosk. und photom. Epochen 277 278.
TX Herculis - spektrosk. und photom. Epochen 279.
Z Herculis - Bahnelemente von Dunér 332 333, von Hartwig 333 334.
Hertzsprung - Abnahme der Periode von δ *Cephei* 181; — absolute Größe der δ *Cephei*-Sterne 176; — Parallaxebestimmung bei BV mit Bahnbewegung 371.
Hinks - „Pfeilspitzen" in der Nähe von *N Persei* 67/70.
Huggins - Breite der Nova-Linien 41; — *N Coronae* 7 12; — Spektrum von *N Aurigae* 12/14; — Theorie der NS 15.

J

Jacobische Ellipsoide 250; — δ *Cephei*-Sterne als 189.
Jeans - Bedenken gegen die Hypothese freier Schwingungen 182; — Entwicklung der Algolsysteme 251 252; — gezwungene Schwingungen

der BS 182 197; — Instabilität birnförmiger Figuren 251.
Jordan - spektrosk. Bahn von *RZ Cassiopeiae* 337.
Joy, s. Adams.
Julius - anomale Dispersion bei NS 35; — Dispersionsbänder 316; — Einfluß des Strahlungsdruckes auf die Dichte einer Sternatmosphäre 230.

K

Kapteyn - die Reflexionshypothese und die Nebel um *N Persei* 60 65.
Kayser - radioaktive Vorgänge 38/40.
Kelvin - das Nova-Spektrum 30; — Schwingungen von Kugeln aus inkompressibler Flüssigkeit 169.
Kent, s. Hale.
Kepler - Versuch zur Erklärung der NS 4.
Kienle - Wolf-Rayet- und Neue Sterne 43; — Zöllnersche und Seeligersche Hypothese 44[1].
Kiess - Linienverschiebung bei *RR Lyrae* 175.
Klinkerfues - allgemeine Fluthypothese 11 144/46; — Bahnberechnung *Algols* 282 283.
Knotenlinie, Bewegung der, bei BV (Shajn) 369/70.
Kometentheorie - der BS (Hagen) 188 365; — der NS (Newton) 6.
Konvektionsströmungen und Radialgeschwindigkeit 187 188.
Kopff - die Nebel um *N Persei* 46/48 56 61 73; — das Distorsionsphänomen 73; — die Reflexionstheorie 74.
Köppen - Sonnenflecken und Meteorologie 104.
Kostinsky - Aureole um *N Persei* 45 46.
Kron - Elemente von *δ Librae* 339.
Künstliche Lichtkurven Zöllners 83, Guthnicks 97/99.
Küstner - Parallaxe von *N Persei* 76; — Spektrum von *N Geminorum 1912* 38.

L

12 Lacertae - BS-Elemente 136.
Lamb - Schwingungen eines zähflüssigen Sphäroids 169.
Lambertsches Gesetz 227.
Lampland - Nebelstruktur um *R Aquarii* 131.
Larink - plötzliche Periodenänderungen bei Sternhaufenveränderlichen 202.
Lau - Lichtkurve von *S Sagittae* mit Einbiegung 194.
Leavitt - Lichtkurve von *W Crucis* 272; — Periodenlänge und absolute Helligkeit der BS in den Magellanschen Wolken 167.
Lehmann - Spektrum von *δ Cephei* 186.
Le Vavasseur - maximale Radialgeschwindigkeit in den Knotenpunkten 164.
Liapounoff - birnförmige Figuren 251.
δ Librae - Elemente von Kron 339; — photom. und spektrosk. Bahnelemente nach Schlesinger 339 340; — Verbreiterung der Linien, Unterschied der photom. und spektrosk. Epochen 277; — Abweichung zwischen berechneter und beobachteter Radialgeschwindigkeit durch Achsendrehung erklärt 340 341.
Lichtzeit - Verbesserung für 226 232.
Lockyer J. N. - *N Aurigae* 14; — Funkenspektrum unter Wasser 34; — Meteoritenhypothese 7 14 15 279.
Lohse - chemische Verbindungen und NS 6.
Loud - Hypothese des widerstehenden Mittels 155 156; kritisiert von Duncan 156 157, von Ludendorff 164.
Ludendorff - Beziehungen zwischen den Elementen der BS 167; — *R Coronae*-Sterne 280 281; — Kritik der Loudschen und Duncanschen Hypothesen 164; — Lichtkurve und Bahnelemente von *ε Aurigae* 337 338; — Linienverschiebungen bei den *Mira*-Sternen 365; — Masse des Begleitsterns eines *δ Cephei*-Systems 153; — Massen der BS 163 164; — Unregelmäßigkeiten in den Geschwindigkeitskurven 162; — Zweifel an der Doppelsternnatur der BS 168. — Siehe auch Heiskanen.
Luizet - Bahnelemente der BS 164 165.
U Lupi - *R Coronae*-Stern 280.
Luyties - das Distorsionsphänomen 56 64[1] 70/72.
RR Lyrae - als pulsierende Kugel 178; — BS-Elemente 136; — Linienverschiebung (Kiess) 175; — Typus 135.
β Lyrae - anomale Dispersion und Linienverschiebungen 316 317; — Bahnelemente: Myers 309 310; Stein, v. Hepperger, Shapley, Guthnick und Prager 310; Übersicht 311; nur rohe Näherungswerte 311; — Epoche des Hauptminimums (Hellerich) 309; — Erklärung des Lichtwechsels durch Plaßmann 307 308; — physischer Bau nach Curtiss 317 318; — Radialgeschwindigkeit und spektrosk. Elemente 314 315; — Spektrum (Curtiss) 313; — Unregelmäßigkeiten in der Lichtkurve 312.

M

Martin u. Plummer - *RR Lyrae* als pulsierende Kugel 178.
Masse - des Begleitsterns im BS-System 153 163 164[1]; — der *δ Cephei*-Sterne nach Bottlinger 190; — Massen der kurzperiodischen Veränderlichen 162 163. — Siehe auch Dichte.
Maupertuis - abgeplattete Sterne 5.
Maury - BS-artige Lichterscheinungen bei *μ[1] Scorpii* und *V Puppis* 367.

Mériau - minimale Dichte von Algolsternen 235.
Merrill - LP mit „peculiar" Spektra 132; — Nebellinien im Spektrum von *R Aquarii* 131; — *X Ophiuchi*, ein langperiodischer Doppelstern 365/66; — Schleiertheorie der LP 130/31; — Spektra der *Md*-Sterne 129 130.
Meteor - Erhitzung eines M. durch den Widerstand (Seeliger) 20 21, (Wegener) 21 [1]; — Spektrum eines M. (W. Pickering) 38.
Meteoritenhypothese von Lockyer 14 15 279 280.
Meteorschwarm - Eindringen eines Sterns in einen 76; — M. und exzentrischer Kern (Shinjo) 369; — Verdunkelung durch Meteorschwärme bei BS (Blažko) 369.
Meyermann - die Lichtschwankung von *δ Cephei* und Eddies Hypothese 148/51.
Mira Ceti, s. *o Ceti*.
Monck - NS und Sternschnuppen 8 19.
R Monocerotis - *R Coronae*-Stern 280.
Moulton - Entwicklung von Doppelsternsystemen 252; — Schwingungstheorie der Sonne 171/74, Anwendung auf die kurzperiodischen Sterne 174 175.
Müller Ad. - Galileo Galilei 104 [1].
Müller G. - das Nebenminimum *Algols* 302; — Lichtkurve der *N Andromedae* 10, *Algols* 299; — Urteil über Gyldéns Theorie 97.
Myers - Bahnelemente von *U Pegasi* 319/21; — Untersuchungen über das *β Lyrae*-Problem 210 309 310.

N

Nebel um *N Persei* - Beschreibung (Kopff) 46/47; — Entdeckung 45/46; — Geschwindigkeit der Ausdehnung 48 52 54 55 57 59 60 70 72; — Rotationsfläche der Sichtbarkeitsgrenzen 48. — Siehe auch Ausstoßung, Elektromagnetische Theorie, Parallaxebestimmung, Polarisation, Reflexionstheorie, Strahlungsdruck.
Nebellinien - im Nova-Spektrum 40 41; — im Spektrum von *R Aquarii* 131.
Nebenminimum - Folge des vom Begleiter reflektierten Lichtes (Wilsing) 297. — Siehe auch *Algol*, *UZ Cygni*.
Newall u. Cookson - Titanoxyd in *α Orionis* 118.
Newcomb - Definition der NS 3; — die Nebel um *N Persei* 57; ihre Beleuchtungsgrenze 64; — Sonnenflecken und Temperaturschwankungen auf der Erde 104 105.
Newton - Definition der NS 3; — Erklärung durch Kometeneinsturz 6; — Flecken und Achsendrehung 137.
Nölke - Einwände gegen die Schwingungstheorie und die Widerstandshypothese der BS 368; — Erklärung der BS durch Flutwirkung und Absorption 368/69, der LP durch abwechselndes konvektives und Strahlungsgleichgewicht 366, der NS durch den Niedersturz eines Planeten 28.
Nordmann - absolute Helligkeit *Algols* und seines Begleiters 300 301; — effektive Temperatur von *N Cygni* 364; — Hertzsche Wellen und die Nebel um *N Persei* 58/60; — Polarisation der Nebel 59 62; — Verfinsterungshypothese bei den BS 137.
N Normae - Spektrum 12, (W. H. Pickering) 17, (Vogel) 19.
Nijland - Elemente der „typischen Cepheide" 151; — Erklärung der Schiefe der BS-Lichtkurven 200/202; — *U Geminorum* und *Algol*-Kurve 191 192; — Minimumbeobachtungen von *Algol* 294, *δ Librae* 339; — relative Größe der Komponenten eines Algolsystems 237/39.

O

X Ophiuchi - langperiodischer Doppelstern 365.
Y Ophiuchi - BS-Elemente 136; — Sekundäre Welle in der Geschwindigkeitskurve 160 161.
ST Ophiuchi - Anzeichen einer Verfinsterung 185 191 192; — Lichtkurve 192.
T Orionis - *R Coronae*-Stern 280.
VV Orionis - photom. und spektrosk. Epochen übereinstimmend 279.
α Orionis - Sonnenfleckenspektrum und 116; — Titanoxydbänder im Spektrum 118.
δ Orionis - BV mit kleiner Lichtschwankung 242.
π⁵ Orionis - ellipsoidischer Stern 273.
Orionnebel - Veränderliche im (Shapley) 281 282.

P

Palmer u. Dall - Aufnahme von Nebelringen um *N Persei* 46.
Pannekoek - Chandlers Algoltheorie 289; — Einfluß der Atmosphäre des Begleiters bei den BV 228 229; — Nebenminimum *Algols* 301; — „Proefschrift" 283; — Randverdunkelung 228 299; — Störungen im Algolsystem 242/49; — Strahlungsenergie der BS 151 152.
Pape - elektrische Abstoßung bei Kometenschweifen 53.
Parallaxebestimmung - hypothetische der Algolsterne 236 237; — trigonometrische der *N Persei* (Chase und Aitken) 70, (Küstner) 76; — P. von *N Persei* aus den Nebelerscheinungen (Wolf) 48, (Kopff) 52 72, (Seeliger) 62, (Luyties) 72, (Turner) 75 76.

Parkhurst, s. Hale.
Paschen - Spektrum der Kanalstrahlen 39.
$\varkappa$ ***Pavonis*** - Anzeichen einer Verfinsterung 185.
U Pegasi - Bahnelemente von Myers 319.
Periastronlage bei BS (Luizet) 167, (Hagen) 188, (Nijland) 201. — Siehe auch *Algol*, Apsidenlinie.
Periodischer Lichtwechsel der NS 31 43/45.
Perrine - Aufnahme der Nebel um *N Persei* 46 56; — Doppelsternnatur der BS 187; — Erklärung der Nebel um *N Persei* 49; Bewegung 53; Mangel an Polarisation 57 59; Spektrum 74.
N Persei - im späteren Zustand (Hartmann) 40/42, (Barnard) 43; — Parallaxe (Chase u. Aitken) 70, (Küstner) 76; — Spektrum (Halm) 29, (Kelvin) 30, (Sidgreaves) 35. — Siehe auch Doppelspektrum, Helle Linien, Nebel um *N Persei*.
X Persei - *R Coronae*-Stern 280.
Z Persei - Bahnelemente von Graff 335.
RT Persei - BV mit BS-Charakter 367; — photom. Bahnelemente von Dugan 341/43, von Shapley 343.
β ***Persei***, s. *Algol*.
φ ***Persei*** - BS mit siebenwelliger Lichtkurve 185 186.
Pickering E. C. - Halbmesser von *Algol* 334; — Bahnelemente von *Algol* 205 283; — Umdrehungshypothese 88/90.
Pickering W. H. - Erklärung des Nova-Spektrums 17; — Spektrum eines Meteors 38; — Zusammenstoß mit einem Planetoid 28.
Planetarische Nebel - der Hantel-Nebel 364; — Merkmale, Spektrum 364; — und NS (Hartmann) 41, (Campbell) 43, (Hagen) 365, (Reynolds) 364.
Plaßmann - Erklärung des Lichtwechsels von β *Lyrae* 307 308.
Plummer - Amplitude der freien Schwingungen 179; — Bedenken gegen die Pulsationstheorie 181; — δ *Cephei*- und Sternhaufenveränderliche 175; — Entwicklung spektrosk. Doppelsterne 198; — *RR Lyrae* als pulsierende Kugel 178; — Masse und Drehungsgeschwindigkeit der BS 153; — minimale mittlere Dichte in der Doppelsternhypothese der BS 197 198; — mit δ *Cephei* verwandte Sterne 189.
Poincaré - die Stabilität der birnförmigen Figuren 251.
Polar- u. Äquatorialansicht in der Fleckenhypothese 110/12.
Polarisation - keine Spur im Lichte der Nebel um *N Persei* (Perrine) 57 59; — Einwand gegen die Reflexionstheorie (Bell) 58, (Nordmann) 60; widerlegt durch Seeliger 62.
Polytrope - Gaskugel 170; — Photosphäre und Atmosphäre 229.
Prager, s. Guthnick.
Pulsationstheorie, s. Schwingungstheorie.
V Puppis - BS-artige Lichterscheinungen 367; — photom. Bahnelemente von Roberts 323.
RR Puppis - photom. Bahnelemente von Roberts 322 323.

R

Radialgeschwindigkeit - Maximum der R. in den Knotenpunkten 164; — R. und Konvektionsströmungen in der Atmosphäre 186; — Unregelmäßigkeiten in der R. (Ludendorff) 162, (Roberts) 161. — Siehe auch Sekundäre Wellen, Spektra.
Randverdunkelung - bei den BV (Pannekoek) 228 299, (Rödiger) 298, (Shapley und Plummer) 196, (Russell und Shapley) 260 264 270; — bei den künstlichen Lichtkurven Guthnicks 98 99; — unwahrscheinliche R. der BS in der Umdrehungshypothese (Bottlinger) 99 100. — Siehe auch *Algol*, Dunkelrandige Sterne.
Reflektiertes Licht des Hauptsterns 227.
Reflexionstheorie der Nebel um *N Persei* (Kapteyn) 49 61 64 65, (Newcomb) 57 64, (Bell) 57 61, (Nordmann) 58 59, (Turner) 61 62 75, (Seeliger) 62—64 66 67, (Hinks) 67, (Kopff) 73 74, (Bohlin) 74, (Perrine) 74.
Reynolds - NS und planetarische Nebel 364.
Riccioli - Historisches über die Erklärung der NS 3 4; — Umdrehungshypothese 79.
Riesensterne - absolute Größe 176; — Dichte, Trägheitsmoment 152; — die BS als R. 164 366.
Ritchey G. W. - Aufnahme der Nebel um *N Persei* 46.
Ritchey M. - Lichtkurven der Sternhaufenveränderlichen 176. — Siehe auch Shapley.
Ritter - Schwingungen kompressibler Kugeln 169 170.
Roberts A. - *S Arae* als BV 193 194; — keine Verfinsterung bei den BS 137; — photom. Bahnelemente von *RR Centauri* 321 322, *RR Puppis* und *V Puppis* 322/24, *V Vulpeculae* 324 325, *RS Sagittarii* 327/29, *S Velorum* 329; — polare Abplattung aus der Lichtkurve nicht zu finden 268; — Unregelmäßigkeit in den Radialgeschwindigkeiten 161; — Wärmestrahlung bei BS 146.
Rödiger - Randverdunkelung und Bahnelemente *Algols* 298 299.
Rosenberg - Fleckenhäufigkeitskurven und Lichtkurven 101.
Rote Farbe - bei *N Aquilae* 44; — bei den *Mira*-Sternen (Zöllner) 81, (Hale) 117 118, (Arrhenius) 120, (Brester) 125; — bei den *N*-Sternen

(Shane) 132; — bei den Algolsternen (Nijland) 239.

Russell - absolute Größe der BS 176; — konvexer Körper mit veränderlicher Krümmung 88; — mathematische Behandlung der Fleckenhypothese 88 143; — Theorie der Algolsterne 253/76.

S

R Sagittae - Übergangstypus zwischen den LP und den BS 97.

S Sagittae - Anzeichen einer Verfinsterung? 194; — BS-Elemente 136.

U Sagittae - Bahnelemente von Graff 335.

X Sagittarii - BS-Elemente 136, unsicher 183.

Y Sagittarii - BS-Elemente 136.

W Sagittarii - BS-Elemente 136; — Geschwindigkeits- und Lichtkurve 155; — sekundäre Welle 160.

RS Sagittarii - photom. Bahnelemente von Roberts 327/29.

RY Sagittarii - *R Coronae*-Stern 280 281.

Säkulare Änderung der Lichtperiode bei BV 248.

Scheiner - Einwand gegen Lohses Hypothese der NS 6, gegen Seeligers Erklärung der *N Andromedae* 11.

Scheiner u. Vogel - spektrosk. Bahnelemente *Algols* 283 284.

Schleiertheorie der LP: Brester 125/28; Merrill 130/31; Shane 132.

Schlesinger - spektrosk. Elemente *Algols* 293 294, von δ *Librae* 339; — Ursache der Linienverbreiterung und der Abweichungen ($B - R$) der Radialgeschwindigkeiten bei BV 340.

Schlesinger u. Baker - Massenfunktion der BS 162 163.

Schmidt - Beobachtungen von ε *Aurigae* 338.

Schönfeld - asymmetrische Lichtkurve *Algols* 205 283 297; — Sonnenflecken und LP 101 102.

Schwarzschild - Gleichgewichtsfiguren 250.

Schwingungen - gezwungene 182; — in den äußersten Schichten 186; — Natur 177; — polytroper Gaskugeln (Emden) 170; — von Kugeln aus inkompressibler und kompressibler Flüssigkeit 169; — von *RR Lyrae* 178.

Schwingungstheorie - Einwände gegen die (Plummer) 181, (Eddington) 181, (Jeans) 182, (Nölke) 366, (Wylie) 368; — von Eddington 178/81; — von Moulton und ihre Anwendung auf die Sonne und die kurzperiodischen Sterne 171/75.

μ^1 ***Scorpii*** - BS-artige Lichterscheinungen 367.

Secchi - helle *H*-Linien im β *Lyrae*-Spektrum 308[1]; — Lichtmaximum der Sonne 102 103; — Natur der Sonnenflecken 117[1]; — Sonnenflecken- und *Mira*-Spektrum 116.

v. Seeliger - *N Andromedae* 9/11; — Erhitzung eines Meteors 20 21; — Nebeltheorie der NS 18/28; — Reflexionshypothese und Nebel um *N Persei* 60 62 63 67; — Urteil über Zöllners Schlackentheorie 82 83.

Sekundäre Wellen - in der Geschwindigkeitskurve von ζ *Geminorum* 159, durch Flutwirkung bei der Rotation verursacht (Campbell) 159, von *W Sagittarii* (Curtiss) 160, von *Y Ophiuchi* (nicht sicher: Albrecht), von δ *Cephei* (Belopolsky: Tripelsystem) 160, von ε *Aurigae* (Ludendorff) 338; — von Zurhellen bezweifelt 161.

Shajn - Bewegung der Knotenlinie bei BV 369/70.

Shane - Spektra der *N*-Sterne 132.

Shapley - Bahnelemente von ε *Aurigae* 338 339, *Y Cygni* 332, β *Lyrae* 310 311, von neunzig BV 319; — „Equal-Mass Densities" 236; — Gründe für die Schwingungstheorie der BS 175 176; — hypothetische Parallaxe der Algolsterne 237; — Spektrum der BS 195 196; — Periode und absolute Größe der BS 167; — Theorie der BV 253/76; — Veränderliche im Orionnebel 281 282.

Shapley u. Ritchey M. - Lichtkurven der Sternhaufenveränderlichen 176.

Shinjo - BS betrachtet als meteorischer Schwarm mit exzentrischem Kern 369.

Sidgreaves - Erklärung des Nova-Spektrums 17 30; — Spektrum von *N Aurigae* 13 14, von *N Persei* 35.

Slipher - Spektrum von *N. G. C. 2261* 76.

Sonne - als veränderlicher Stern 101/15; — Lichtmaximum (Secchi) 102 103, (Clerke) 103 104; — Integralspektrum scharf (Evershed) 196.

Sonnenflecken - Lichtkurven der LP und Sonnenfleckenkurven harmonisch analysiert (Turner) 106/14; — Periode und Temperaturschwankungen auf der Erde (Galilei, Hahn, Köppen) 104, (Newcomb) 104 105, (Abbot, Ångström, Guthnick und Prager) 106; — Spektrum der S. und *Mira*-Spektrum 116/18; — Temperatur der S. (Secchi) 117[1], (Hale) 118.

Spektra - der BS: Schärfe der Spektrallinien 195 196; periodische Änderung entdeckt von Albrecht 154, erklärt von Loud 156, Duncan 159, Guthnick 186; als Einwand gegen die Doppelsternhypothese vorgebracht von Shapley 176; — der LP (Eberhard) 115, (Secchi) 116—118, (Hale, Ellerman und Parkhurst) 117 118, (Fowler, Newall und Cookson, Cortie) 118, (Campbell) 118 bis 120, (Stebbins) 121/23, (Brester) 127 128, (Merrill) 129 130; s. auch Verschiebungen; —

der Algolsterne (Nijland) 237; — der *N*-Sterne (Shane) 132; — der NS (Wright) 45; — „peculiar" (Merrill) 132.

Spektroskopische und photometrische Bahnelemente der BV 277/79.

Stark - Spektrum der Kanalstrahlen 39 42.

Statistik der *δ Cephei*-Veränderlichen in den Magellanschen Wolken 368.

Stebbins - Grenzbeziehungen zwischen *D*, *a* und *P* bei BV 240/42; — photom. Bahnelemente von *β Aurigae* 343 344; — Spektrum von *o Ceti* 121/24; — Untersuchungen über *Algol*: Nebenminimum 302; Theorie und Elemente 303/07; Reflexion und Albedo des Begleiters 306; — wahrscheinliche Zahl der BV unter den kurzperiodischen Doppelsternen 241.

Stein - photom. Bahnelemente von *RZ Cassiopeiae* 336, von *β Lyrae* 310 311.

Sternhaufenveränderliche - Beziehung zwischen Periode und absoluter Größe 167; — St. und *δ Cephei*-Sterne 175; — plötzliche Periodenveränderungen (Larink) 202.

Sternschnuppen, s. Meteor.

Strahlungsdruck - bei den Nebeln um *N Persei* (Arrhenius) 49; — Einfluß auf die Dichte der Sternatmosphären 230; — in Eddingtons Theorie der BS 179 180.

Stroobant - wahrscheinliche Zahl der BV unter den kurzperiodischen Doppelsternen 241.

Sutherland - Durchmesser der Moleküle 51[1].

T

T Tauri - *R Coronae*-Stern 280.

RW Tauri - Bahnelemente von Graff 335.

SU Tauri - *R Coronae*-Stern 280 281.

SZ Tauri - BS-Elemente 136; — ellipsoidischer Stern 273.

TW Tauri - BV mit BS-Charakter 367.

λ Tauri - Apsidenbewegung nicht bestätigt 279; — spektrosk. und photom. Epochen verschieden 277 278.

Temperatur - Abnahme in der Sonnenatmosphäre 229; — der roten Sterne und der Sonnenflecken 117/18; — Schwankung der irdischen T. u. Sonnenfleckenperiode 104/06; — zentrale T. der BS (Eddington) 180 181; — Zunahme der effektiven T. von *N Aquilae 1918* (Guthnick) 44, (Wilsing) 364, von *N Cygni 1920* (Nordmann) 364.

Thomson J. J. - kritischer Druck verdünnter Gase 59[1].

Tikhoff - kosmische Dispersion 137; — spektrosk. Elemente *Algols* 293.

Tisserand - Drehung der Apsidenlinie bei *Algol* 247 289.

Titanoxyd im Spektrum der Sonnenflecken und der roten Sterne 118.

Turner - Versuch zur Erklärung der NS 74 75; — harmonische Analyse der Licht- und Sonnenfleckenkurven 106/14; — Helligkeit der Nebel um *N Persei* 61.

Tycho - Versuch zur Erklärung der NS 4.

U

W Ursae mai. - beobachtete und berichtigte Lichtkurve 272; — Lage der Bahnachse nach Luizet 167.

β, ε, ζ Ursae mai. - BV mit BS-Charakter 185.

α Ursae min. - BS-Elemente 136.

V

Valenta, s. Eder.

S Velorum - photom. Bahnelemente (Roberts) 329.

Verfälschung der Radialgeschwindigkeit - durch die Rotation: bei BS 184, bei BV 277/79, (*δ Librae*) 340; — durch Konvektionsströmungen in der Sternatmosphäre (Guthnick) 186.

Verfinsterungstheorie der BS unhaltbar 137; mathematischer Beweis 138/43. — Siehe auch Anzeichen.

Véronnet - Entstehung einer Nova durch Zusammensturz eines Doppelsystems 364.

Verschiebungen der Emissionslinien gegen die Absorptionslinien bei LP (Campbell) 118 119, (Stebbins) 122, (Eberhard) 123, (Merrill) 131, (Ludendorff) 365.

Verschleierungsveränderliche - *R Coronae*-Sterne (Ludendorff) 280 281; — Veränderliche im Orionnebel (Shapley) 281 282.

Very - elektromagnetische Theorie der Nebel um *N Persei* 52/57.

ST Virginis - BS-Lichtkurve 192.

Vogel - Erklärung der NS durch Zusammenstoß 16 17 19; — Fokusänderung bei *N Aurigae* 46; — spektrosk. Bahn von *Algol* 283 284; — Spektrum von *N Cygni* 12; — teilt 1877 noch die Zöllnersche Ansicht über die NS 6.

Vogt - BV mit BS-Charakter 367; — Erklärung der NS durch das Eindringen eines Doppelsterns in eine Staubwolke 29; — Widerlegung von Einwänden gegen die Doppelsterntheorie der BS 367.

T Vulpeculae - BS-Elemente 136.

V Vulpeculae - photom. Elemente (Roberts) 324 325.

W

Wärmestrahlung bei BS 146/53.

Weber - Wendepunkte in der Intensitätskurve 221.

Wegener - Ursache der Erhitzung von Meteoren 21[1].

Wendell - Nebenminimum von *UZCygni* nicht bestätigt 372.

Wendepunkte, s. Weber.

Widerstehendes Mittel - Hypothese von Curtiss 155, Loud 155 156, Luizet 164, Nijland 200; — Kritik von Ludendorff 164, Nölke 368.

Wilsing - effektive Temperatur von *NAquilae* 364; — Erklärung der Nebelhülle um *NPersei* 49/52; — Fluthypothese und NS 11 12; — Halms Theorie und *NAurigae* 31 32; — Linienverschiebung durch Druck 33/35; — Untersuchungen über das Algolsystem 296 297.

Wilson - die Reflexionshypothese und die Nebel um *NPersei* 60.

Wolf M. - Entdeckung der Nebel um *NPersei* 45 46.

Wolf R. - Sonnenfleckenperiode und LP 101.

Wolf-Rayet-Sterne und Novae - Fokusierung (Barnard) 42; — Vergleichung der Spektra (Hartmann) 41; — Verteilung am Himmel (Kienle) 43; — und planetarische Nebel (Hartmann) 41, (Campbell) 43, (Hagen) 365.

Woltjer - Bahnbestimmung der BV aus der Radialbewegung 371.

Wood - anomale Dispersion bei *Na* 36.

Wright - die Spektra der NS 45.

Wylie - Lichtkurve (mit Stillstand) und Periode von η *Aquilae* 366.

Z

Zahl der BV unter den kurzperiodischen Doppelsystemen 241.

Zeitdifferenzen zwischen Lichtminimum, Konjunktion und Radialgeschwindigkeit = Null 138 bis 143. — Siehe auch Spektroskopische und photometrische Bahnelemente.

Zinner - Minima von *YCygni* 332.

Zöllner - Flecken-(Schlacken-)hypothese 80/83; — künstlicher veränderlicher Stern 82; — Kometentheorie 50 51; — periodische Fleckenbildung 100 116; — Theorie der NS 6.

Zurhellen - sekundäre Wellen in der Geschwindigkeitskurve 161.

Zusammenschrumpfung - Ursache säkularer Störung bei den BV 248.

Zusammenstoß - der Komponenten eines Doppelsterns 29 199; — eines Himmelskörpers mit einem Kometen 6, mit einem kometarischen Nebel (Hagen) 365, mit einem kosmischen Nebel (Monck) 8/9, (Seeliger) 19/28, (Halm) 29/32, (Ebert) 36/38, mit einem Planeten 28 364, mit einem Planetoid 28, mit einem Sonnensystem (Vogel) 16/17; — tangentieller Z. zweier Himmelskörper (Bickerton) 7/8; — Z. zweier Meteorströme (Lockyer) 7 14/15.

191846

Astron.

Author Hagen, Johann Georg and Stein, Johann H.

Title Die vanderlichen Sterne, vol.2.

University of Toronto
Library

DO NOT
REMOVE
THE
CARD
FROM
THIS
POCKET

Acme Library Card Pocket
Under Pat. "Ref. Index File"
Made by LIBRARY BUREAU